计算机科学2001Vol. 28№. 5

子句型缺省理论的推理算法*)

Algorithms of Clausal Default Theory

董明楷[1]　张明义[2]

（西南师范大学电子与信息工程系　重庆400715）[1]（中科院计算所　北京100080）[1]

（贵州省科学院　贵阳550001）[2]

Abstract　On the basis of Reiter's default theory and Zhang Mingyi's auto-compatible default theory, we make research into the characteristic of clausal default theory, especially the closed auto-compatible default theory. Firstly, the equivalent theorem of Logic Deduce and Consistence of closed formulas set is attained. Then we propose the theorem of monotonicity with the number of extension. The relationship of auto-compatible default theory and ordered default theory is proposed. Also some useful algorithms are presented.

Keywords　Clausal default theory, Extension, Auto-compatible, Ordered

1　引言

缺省理论自1980年 Reiter 提出之后，已成为非单调推理的热点。在缺省逻辑中，扩张的概念至为重要。Reiter 对特殊的缺省理论——正规缺省理论做了许多研究，并得出了一些漂亮的结果[1]。Etherington 给出了生成任意有穷有序半正规缺省理论的扩张的程序[7]。张明义提出缺省的一种子类——自相容缺省理论，给出了相容缺省理论和自相容缺省理论的特征，并给出了一般缺省理论的扩张及主要推理问题的算法[2]。

定义1[2]　设 $\Delta=(D,W)$ 是闭缺省理论，对任意 wffs 集，$E\subseteq L$，定义

$E_0=W$，对 $i\geqslant 0$

$E_{i+1}=Th(E_i)\cup\{\gamma \mid \alpha:M\beta_1,\cdots,M\beta_n/\gamma\in D$，其中 $\alpha\in E_i,\neg\beta_1,\cdots,\neg\beta_n\notin E\}$

$\theta(E,\Delta)=\bigcup_{0\leqslant i<\infty}E_i$

$GD(\theta(E,\Delta),\Delta)=\{\alpha:M\beta_1,\cdots,M\beta_n/\gamma\in D \mid \alpha\in\theta(E,\Delta)\neg\beta_1,\cdots,\neg\beta_n\notin E\}$。

定理1[1]（扩张的准归纳特征）　令 $\Delta=(D,W)$ 是闭缺省理论，$E\subseteq L$ 是闭 wffs 集，则 E 是 Δ 的扩张 iff $E=\bigcup_{0\leqslant i\leqslant\infty}E_i$，其中

$E_0=W$

$E_{i+1}=Th(E_i)\cup\{\gamma \mid \alpha:M\beta_1,\cdots,M\beta_n/\gamma\in D$，其中 $\alpha\in E_i,\neg\beta_1,\cdots,\neg\beta n\notin E\}$。

定理2[1]　设 E 是闭缺省理论 $\Delta=(D,W)$ 的扩张且 $B\subseteq E$，则 E 也是 $\Delta'=(D,W\cup B)$ 的扩张。

定理3[5]（扩张的特征）　设 $\Delta=(D,W)$ 是闭缺省理论，Δ 有扩张 iff 存在 D 的相容缺省子集 D' 使得

P1. $\wedge(D',\Delta)=D'$；

P2. 对任意 $\delta=\alpha:M\beta_1,\cdots,M\beta_n/\gamma\in D-D'$ 或者 $W\cup CON(D')\nvdash\alpha$，或者对某个 $i(1\leqslant i\leqslant n)$，有 $W\cup CON(D')\vdash\neg\beta_i$。

定理4[3]　相容的缺省理论有唯一扩张。

张明义在1992年提出了一种具有良好特性的特殊缺省理论——自相容缺省理论。

定义2[3]　设 $\Delta=(D,W)$ 是闭缺省理论，$\delta=\alpha:M\beta_1,\cdots,M\beta_n/\gamma\in D$，称 δ 是关于 Δ 自不相容的，若有相容的 $D'\subseteq D$ 使得：(1)对一切 $i:1\leqslant i\leqslant n$），$W\cup CON(D')\nvdash\neg\beta_i$；(2)$D'\cup\{\delta\}$ 不相容。

若 δ 不是自不相容的，则称 δ 是自相容的（即对任意相容的 $D'\subseteq D$，或者 $D'\cup\{\delta\}$ 相容或者 $W\cup CON(D')\vdash\neg\beta_i$，对某 $i:1\leqslant i\leqslant n$）

定义3[3]　闭缺省理论 $\Delta=(D,W)$ 是自相容的，若任意 $\delta\in D$ 是自相容的。

定理5[3]　自相容闭缺省理论总有扩张。

定理6[5]（半单调性）　设 $\Delta=(D,W)$ 是自相容的缺省理论，设 $D'\subseteq D$ 且 E' 是 $\Delta'=(D',W)$ 的扩张，则存在 Δ 的扩张 E 使得 $E'\subseteq E$，$GD(E',\Delta')\subseteq GD(E,\Delta)$。

---

*）本文得到国家八六三计划（863-306-05-05-5A）和国家自然科学基金（19861002）资助。董明楷　硕士，主要研究方向为人工智能。张明义　教授，主要研究方向为人工智能与现代逻辑。

定理7[3] 设 $\Delta=(D,W)$ 是无前提的闭缺省理论，则 Δ 是自相容的 iff Δ 具有半单调性。

现有的关于缺省逻辑的工作在现实可计算性上有很大的困难，主要原因在于算法的复杂性，一般来说是NP问题，本文将把重点放在缺省理论的一种一般子类——子句型缺省理论上，研究其扩张、推理等问题。此外，已有的研究对于正规缺省理论做了较全面的工作，但它毕竟太特殊，而自相容缺省理论更具一般性，并且有许多良好的性质，本文将对子句型自相容缺省理论作更深入的研究。

2 子句型缺省理论

定理8[1] 如果说子句集 S 有一个否证，那么 S 是不可满足的。

定理9[1] 若 S 为一不可满足的子句集，那么 S 必有一个否证，即有一个由 S 导出空子句□的消解序列。

定理10 设 S 为子句型公式集，A 为一子句公式。若 S 协调，则：(1)$S\vdash A$ iff $S\cup\neg A$ 不协调；(2)$S\nvdash A$ iff $S\cup\neg A$ 协调；

证明：(1)因 S 协调，若 $S\cup\neg A$ 不协调，则必有 $S\cup\neg A\vdash A$ 且 $S\cup\neg A\vdash\neg A$，从而有 $S\vdash A$；反之若 $S\vdash A$，则 $S\cup\neg A\vdash A$，又因 $S\cup\neg A\vdash\neg A$，故 $S\cup\neg A$ 不协调。

(2)若 $S\cup\neg A$ 协调，因为 $S\cup\neg A\vdash\neg A$，故 $S\cup\neg A\nvdash A$，所以 $S\nvdash A$；反之若 $S\nvdash A$，则 $S\cup\neg A\nvdash A$，$S\cup\neg A\vdash\neg A$，所以 $S\cup\neg A$ 协调。 □

定义4 一个缺省理论 (D,W) 称为子句型缺省理论，若 D 与 W 中的所有公式都是子句型公式。

研究表明，非单调命题逻辑的可证性是可判定的，但一般地，非单调逻辑的可证性是不可判定的。对于子句型闭缺省理论，它属于非单调的命题逻辑，因而其可证性也是可判定的。由定理8，我们可以将逻辑测试转换为判断公式集的协调性，而公式集的协调性可以简单地用文字的出现来进行测试，从而能够用程序加以实现。这就使得缺省推理的实现更为方便可行。由此，我们可以用程序来计算缺省理论的扩张，也可判断某个缺省理论是否是自相容的，具体算法见第4节。

3 自相容缺省理论的新特性

3.1 自相容缺省理论的新特性

Reiter 已经得出，正规的缺省理论满足扩张个数的单调性[1]，这是一个比较优良的性质。我们通过讨论自相容缺省理论的特征，也得到了自相容缺省理论的以下新特性。

定理11(扩张个数的单调性) 设 $\Delta=(D,W)$ 是一闭自相容的缺省理论，$D'\subseteq D$。若 E'_1 和 E'_2 是 $\Delta'=(D',W')$ 的不同扩张，则 Δ 有不同的扩张 E_1 与 E_2 使得 $E'_1\subseteq E_1$ 且 $E'_2\subseteq E_2$。

证明：由自相容缺省理论的半单调性，则 Δ 有扩张 E_1 与 E_2 使得 $E'_1\subseteq E_1$ 且 $E'_2\subseteq E_2$。假设 $E_1=E_2$，则 $E'_1\cup E'_2\subseteq E_1$，令 $D_1=GD(E'_1,\Delta')$，$D_2=GD(E'_2,\Delta')$，则 $D_1\cup D_2$ 相容。显然缺省理论 (D_1,W) 与 (D_2,W) 的扩张分别为 E'_1 和 E'_2，由半单调性，则 $(D_1\cup D_2,W)$ 有唯一扩张 E^*，因而 $E'_1\cup E'_2\subseteq E^*$。而 $D_1\cup D_2\subseteq D'$，再由半单调性，则 $\Delta'=(D',W)$ 有扩张 E' 使得 $E^*\subseteq E'$，从而 $E'_1\cup E'_2\subseteq E'$，因此 $\Delta'=(D',W')$ 有三个扩张 E'_1、E'_2、E' 且满足 $E'_1\cup E'_2\subseteq E'$，由扩张的极小性定理，则 $E'_1=E'_2=E'$。这与已知 E'_1 和 E'_2 不同相矛盾，所以假设不成立。即 $E'_1\neq E'_2$。 □

由此我们看到自相容缺省理论具有两个很优良的性质，即半单调性和扩张个数的单调性。这两个性质在非单调推理中具有十分重要的地位，研究具有此类性质的子类很有实际意义。但有序闭缺省理论却并不满足这些性质[6,7]，尽管它保证扩张总存在。同时我们通过例子可以知道自相容缺省理论类与有序缺省理论类互不包含，因此我们有必要着重研究自相容缺省理论。

3.2 自相容缺省理论与有序缺省理论

定义5[2] 称一完备半正规缺省理论 $\Delta=(D,W)$ 是有序的，若不存在 $\alpha\in W\cup PRE(D)\cup CCS(D)\cup CON(D)$ 使得 $\alpha\ll\alpha$ 成立。

定理12[15] 有穷有序的闭半正规缺省理论总有扩张。

有序的缺省理论与自相容缺省理论类似，都保证扩张存在，那么它们二者之间有什么关系呢？由前面的研究，我们知道自相容的缺省理论满足半单调性和扩张个数的单调性，但有序的缺省理论却并不满足这些性质，例如：

例1 $\Delta=(\{:P\wedge\neg Q/P,:Q\wedge\neg R/Q\},\phi)$，则 $E=Th(\{P\})$；$\Delta'=(\{:P\neg Q/P\},\phi)$，$E'=Th(\{Q\})$。它们都是有序的，但不满足半单调性。

例2 缺省理论 $\triangle=(\{:P\wedge\neg Q/P,:Q\wedge\neg R/Q\},:\neg P\wedge S/\neg P),\phi)$ 是有序的，且有唯一扩张 $E=Th(\{Q,\neg P\})$。令 $D'=\{:P\wedge\neg Q/P,:\neg P\wedge S/\neg P\}$，则 $\triangle'=(D',W)$ 有二个不同扩张 $E'_1=Th(\{\neg P\})$，$E'_2=Th(\{P\})$，扩张个数的单调性也不满足。

既然有序缺省理论没有更多良好的特性，那么它是否是一个较大的类，并包含自相容呢？其实不然，我们通过例子可以得到以下两个事实：(1)存在缺省理论，它是有序的但不是自相容的；(2)存在缺省理论，它是自相容的但不是有序的。

例3 缺省理论 $\Delta=(\{:P\wedge\neg Q/P, :Q\wedge\neg R/Q\}, \phi)$有序，但不是自相容的。

例4 缺省理论 $\Delta=(\{:\neg A\wedge B/B, :A\wedge C/C\}, \{A\vee\neg B\})$是自相容的，但它不是有序的，因为有 $B\ll A\ll B$，从而 $B\ll B$。

因此，我们可以断定自相容的缺省理论与有序的缺省理论没有包含关系，而只是相交。自相容缺省理论象正规缺省理论一样满足半单调性、扩张个数的单调性等特点，这使得在进行逻辑推理和程序实现时可以采用类似于正规缺省理论的方法，简单又方便。

4 推理算法

4.1 判断协调性的算法

以下程序用来判断子句型闭公式集 W 是否协调，这是程序实现的关键算法，其可靠性由定理8和定理9所保证。此算法需要调用 COMPARE 模块共 n^2次，主要是将子句型闭公式集 W 中各子句公式两两比较，只要出现空子句(否证)，便可断定 W 不协调。

```
FUNCTION CONSISTENT (W) AS BOOLEAN
 FOR i=1 TO NumberOfW
  FOR j=1 TO NumberOfW
   IF i≠j THEN
    IF COMPARE(W,i,j)=false THEN RETURN(false)
   END IF
   NEXT j
 NEXT i
 RETURN(true)
END FUNCTION
```

下面的函数用来比较子句型闭公式集 w 中第 A 个和第 B 个两个子句公式，并进行消解。其中 $Negation(x)$运算为求补文字。其时间复杂度为 $O(n^2)$，这里 n 为子句中文字的平均个数。

```
FUNCTION COMPARE(W,A,B) AS BOOLEAN
 FOR i=1 TO NumA
  FOR j=1 TO NumB
   IF W(A,i)=Negation(W(B,j)) THEN
    IF NumA=1 AND NumB=1 THEN RETURN(false)
    ELSE
     消去A,B中的互补文字，再将消解结果放在A子句中
    END IF
   END IF
  NEXT j
 NEXT i
END FUNCTION
```

有了上述两个算法，我们即可以判断逻辑测试 ⊢ 和 ⊬ 是否成立了。下一函数用来判断某个缺省的检验集 B 中的每个子句公式的非能否由公式集 W 推导出来，若能，则返回 true。

```
FUNCTION DEDUCE(W,B) AS BOOLEAN
 FOR i=1 TO NumOFB
  IF NOT CONSISTENT(W∪B(i)) THEN
   RETURN(true)
  END IF
  NEXT i
  RETURN(false)
END FUNCTION
```

4.2 判断自相容性的算法

利用以上几个函数，我们就可以依据自相容性的定义来判断一给定的子句型闭缺省理论(D,W)是否为自相容缺省理论。如果以 $DEDUCE$ 函数为单位时间，则此算法的耗时为$O(mn)^2$，这里 m 为缺省的每个检验集中公式的平均个数，n 为缺省规则的个数。

```
FUNCTION AUTOCOMPATIBLE(D,W) AS BOOLEAN
 FOR i=1 TO DefaultNum
  W'=W
  IF NOT DEDUCE(W',CCS(D(i))) THEN
   W'=W∪CON(D(i));D'=D'∪D(i)
    FOR j=1 TO DefaultNum
     IF i≠j THEN
      IF NOT DEDUCE(W',CCS(D(j))) THEN
       FOR k=1 TO NumOfCCS(D')
        IF DEDUCE(W'∪CON(D(j)),CCS(D'(k)))
          THEN RETURN(false)
       NEXT k
       W'=W'∪CON(D(j));D'=D'∪D(j)
      END IF
     END IF
    NEXT j
   END IF
  NEXT i
  RETURN(true)
END FUNCTION
```

讨论 本文分析了子句型闭缺省理论的基本特征，给出了逻辑测试与闭公式集协调性的等价定理；得出了自相容缺省理论的又一新特性——扩张个数的单调性，并指出了自相容缺省理论与有序缺省理论的关系，最后给出了判断子句型闭公式集协调性的算法，以及判断自相容性的算法，并对这些算法都进行了复杂性分析。

能否找到一种方法，能象正规缺省理论一样直观方便地判断缺省理论的自相容性、降低算法复杂性的方法?或者找到一种子类，它能保证扩张存在或具有自相容性，且能够简单地加以判断?我们将另文阐述。

参 考 文 献

1 Reiter R. A Logic for Default Reasoning. Artificial Intelligence, 1980, 13(1-2): 81～132
2 Zhang Mingyi. A Characterization of Extensions of General Default Theories. In: Proc. of Canadian Artificial Intelligence Conference. Morgan Kaufmann, San Mateo, CA 1992. 134～139
3 Zhang Mingyi. On Extensions of General Default Theories. Sci. China(A), 1993, 36(10): 1273～1280
4 Gottlob G, Zhang Mingyi. Cumulative Default Logic: Finite Characterization Algorithms, and Complexity. Artificial Intelligence, 1994, 69: 329～345
5 Zhang Mingyi. A New Research into Default Logic. Information and Computation, 1996, 29(2): 73～85
6 Besnard Ph. An Introduction to Default Logic. Springer-Verlag, New York/Berlin, 1989
7 Etherington D W. Formalizing Non-monotonic Reasoning Systems. AI, 1987, 37: 41～85
8 Li Wei. An Open Logic System. Science in China, Ser. A, 1993, 36(3). 362～375
9 Su Kaile, Ding Decheng On Etherington's Procedures For generating Extension. Science in China, Ser. A, 1995, 38(3): 81～90
10 Satoh K. A Top Down Proof Procedure For Default Logic by Using Abduction, ECAI-94 In: 11th European Conf. on Artificial Intelligence, 65～69