

# 基于图像的图形生成系统中的虚拟摄像机模型

An Virtual Camera Models of Image based Computer Graphics

王建华 解 凯

(哈尔滨师范大学计算机科学技术系 哈尔滨150080)

**Abstract** The paper discusses the virtual general cameral model. It gives the approach of 3D reconstruction. By means of the model, the paper formulates the transformation of the general model into simple standard model in compute Vision and graphics.

**Keywords** Cameras model, Image based rendering, QR decomposition

## 一、引言

基于图像的计算机图形生成方法是基于模拟的计算模型,该方法有一定的局限性和不足。首先建立场景的几何模型是一件繁琐的工作。其次,在绘制时,计算的复杂性与场景和光源的复杂性相关。最后生成图像真实感不够。而基于图像的计算机图形生成方法是基于全景函数的计算模型,得到完整的全景函数是十分困难的。因此通过对周围场景的拍摄图像等价于对全景函数的稀疏采样。该方法克服了基于几何方法的不足,产生的效果具有图片真实感的效果,其次绘制速度与场景复杂性无关,生成计算机模型方便容易,且不需要最贵的硬件。它是近来的研究热点。基于图像的计算机图像生成方法中的摄像机是虚拟相机,它的模型与计算视觉学科中的标准模型有一定差别。它的坐标系是任意的,且图像平面不一定与光轴垂直,它随时根据需要进行调整以满足不同应用的要求。本文讨论了任意平面的针孔相机模型,给出了由任意平面的针孔摄像机模型进行三维重建的公式,给出并用此方法将该模型转换成标准摄像机模型的公式推导和分析。

## 二、通用平面针孔摄像机模型

平面针孔摄像机是一种理想化装置,它收集通过投影中心是由视平面所限制的立体角内所有光线。我们所讨论的通用针孔摄像机模型,只要求投影中心不在图像平面上。

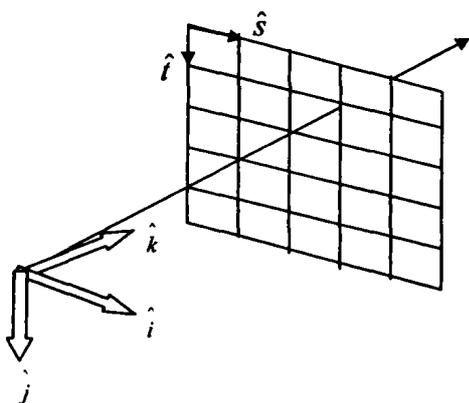


图1 图像点到射线的映射

设一个坐标系,它的坐标轴为(i, j, k),不失一般性,我们假设图像平面坐标系的原点在图像边界上的一角,则经图像上一点(u, v)且过光中心的一条射线  $\vec{a} = (d_i, d_j, d_k)^T$ ,可表示

如下:

$$\vec{d} = \begin{bmatrix} d_i \\ d_j \\ d_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i & b_i & c_i \\ a_j & b_j & c_j \\ a_k & b_k & c_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ l \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} u \\ v \\ l \end{bmatrix} \quad (1)$$

我们称此为通用平面针孔模型,该公式的解释如图1。矩阵P的每一项简单很容易地用图1来解释,用  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  来表示P的列向量,  $\vec{a}, \vec{b}$  来表示图像坐标轴的单位向量,  $\vec{c}$  表示从原点到像点的射线向导,由于对  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  无任何限制,因此我们对d有很合理的解释。

在计算机视觉领域里,该模型被简化为图像平面与i方向是垂直,i轴孔过图像中心,且  $\vec{a}, \vec{b}$  与k, j平行,则射线d是与一组相机内部参数有关,如下式(2):

$$\vec{d} = \begin{bmatrix} d_i \\ d_j \\ d_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_u & k_v \cdot \cos\theta & -cx \\ 0 & k_v \cdot \sin\theta & -cy \\ 0 & 0 & -f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ l \end{bmatrix} = u \begin{bmatrix} u \\ v \\ l \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中  $k_u, k_v$  表示图像坐标轴的单位矢量,  $\theta$  为二轴间夹角( $C_x, C_y$ )为图像中心的屏幕坐标长度,  $f$  为相焦距,我们称u为内部参数矩阵,下面给出公式(2)的简单证明。

证明:不失一般性,设  $ku$  与k轴重合,则图像上一点, (u, v) 在  $ku, kv$  轴上的投影为P, L 在j, k轴上的投影为Q, R, 其中  $OP=U, OL=V,$

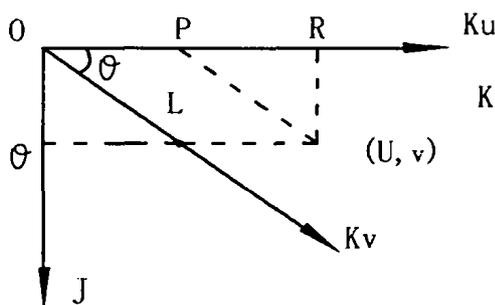


图2 摄像机坐标系到标准坐标系的转换

$$OR = OP + PR = u * k_u + v * k_v * \cos\theta$$

$$OR = v * k_v * \sin\theta$$

由于图像坐标原点在图像中心,

$$\begin{cases} d_i = u * k_u + v * k_v * \cos\theta - c_x \\ d_j = v * k_v * \sin\theta - c_y \\ d_k = f \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} d_i \\ d_j \\ d_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_u & k_v \cos\theta & -c_x \\ 0 & k_v \sin\theta & -c_y \\ 0 & 0 & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ l \end{bmatrix} \quad (\text{证毕})$$

### 三、规范的针孔模型

在计算机图形和视觉学科中,所讨论的针孔模型,都是精心挑选的坐标系以方便计算.对于通用平面针孔模型,我们可以用QR分解法将矩阵P分解成一个旋转矩阵和一个上三角矩阵即内P参数矩阵.

**定理** 通用平面针孔模型矩阵P可分解为旋转矩阵R和一个上三角矩阵U的乘积,其中U为:

$$u = \begin{bmatrix} a_1 = \sqrt{aa} & b_1 = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{a^1} & c_1 = \frac{\bar{a} \cdot \bar{c}}{a^1} \\ a_2 = 0 & b_2 = \sqrt{\bar{b} \bar{b} - \bar{b}_1^2} & c_2 = \frac{-\bar{b}\bar{c} - b_1 c_1}{b_2} \\ a_3 = 0 & b_3 = 0 & c_3 = \sqrt{\bar{c}\bar{c} - c_1^2 - c_2^2} \end{bmatrix}$$

则  $a = P \cdot u = R \cdot U \cdot u$

证明:  $P = \begin{bmatrix} a_i & b_i & c_i \\ a_j & b_j & c_j \\ a_k & b_k & c_k \end{bmatrix} = [\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}]$  是一个非奇异的实矩阵.

按 schmid 正交化方法得

$$\begin{cases} \bar{b}_1 = \bar{a} \\ b_2 = \bar{b} - k_{21}\bar{b}_1 \\ \bar{b}_3 = \bar{c} - k_{32}\bar{b}_2 - k_{31}\bar{b}_1 \\ k_{21} = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{\bar{a} \cdot \bar{a}} \quad k_{31} = \frac{\bar{a} \cdot \bar{c}}{\bar{a} \cdot \bar{a}} \quad k_{32} = \frac{\bar{c} \cdot \bar{b}_2}{\bar{b}_2 \cdot \bar{b}_2} \end{cases}$$

则  $\begin{cases} \bar{a} = \bar{b}_1 \\ \bar{b} = k_{21}\bar{b}_1 + \bar{b}_2 \\ \bar{c} = \bar{b}_3 + k_{31} \cdot \bar{b}_1 + k_{32} \cdot \bar{b}_2 \end{cases}$

$$(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) = (\bar{b}_1, \bar{b}_2, \bar{b}_3) \cdot c \quad c = \begin{bmatrix} 1 & k_{21} & k_{31} \\ 0 & 1 & k_{32} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

再对  $\bar{b}_1, \bar{b}_2, \bar{b}_3$  单位化得  $q_i = \frac{\bar{b}_i}{|\bar{b}_i|} (i=1, 2, 3)$

$$(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) = (\bar{b}_1, \bar{b}_2, \bar{b}_3) \cdot c = (q_1, q_2, q_3) \cdot \text{diag}(|\bar{b}_1|, |\bar{b}_2|, |\bar{b}_3|) \cdot c$$

令  $R = (q_1, q_2, q_3), U = \text{diag}(|\bar{b}_1|, |\bar{b}_2|, |\bar{b}_3|) \cdot c$

$$U = \begin{bmatrix} |\bar{b}_1| & k_{21}|\bar{b}_1| & k_{31}|\bar{b}_1| \\ 0 & |\bar{b}_2| & |\bar{b}_2|k_{32} \\ 0 & 0 & |\bar{b}_3| \end{bmatrix}$$

(上接第176页)

**结论** 本文讨论了并行模糊系统的预测和辨识算法的收敛性问题,指出只要并行模糊系统的参数满足一定的条件,并行预测和辨识算法可以保证收敛.仿真结果也证明了上述结论的正确性.这对于并行模糊系统的应用具有理论价值.

### 参考文献

- 1 Zadeh L A. Fuzzy sets, Inform. Contr., 1965, 8: 338~353
- 2 Narendra K S, Parthasarathy K. Identification and control of dynamical systems using neural networks. IEEE Trans. Neural Networks, March, 1990, 1(1): 4~23
- 3 卢进, 徐文立, 韩曾晋. 神经网络并联辨识算法研究. 控制理论与应用, 1998, 15(5): 741~745

$$a_1 = |\bar{b}_1| = \sqrt{\bar{a} \cdot \bar{a}} \quad b_1 = |\bar{b}_1| \cdot k_{21} = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{\sqrt{\bar{a} \cdot \bar{a}}} = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{a_1}$$

$$c_1 = |\bar{b}_1| \cdot k_{31} = \frac{\bar{a} \cdot \bar{c}}{\sqrt{\bar{a} \cdot \bar{a}}} = \frac{\bar{a} \cdot \bar{c}}{a_1}$$

$$b_2 = |\bar{b}_2| = \sqrt{(\bar{b} - k_{21}\bar{b}_1) \cdot (\bar{b} - k_{21}\bar{b}_1)}$$

$$= \sqrt{\bar{b} \bar{b} - 2(\frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{\bar{a} \cdot \bar{a}}) \bar{b} \bar{a} + (\frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{\bar{a} \cdot \bar{a}})^2 \bar{a} \bar{a}} = \sqrt{\bar{b} \bar{b} - b_1^2}$$

$$c_2 = |\bar{b}_2| k_{32} \quad k_{32} = \frac{\bar{c} \cdot \bar{b}_2}{\bar{b}_2 \cdot \bar{b}_2} = \frac{\bar{c}(\bar{b} - \frac{\bar{b} \cdot \bar{a}}{\bar{a} \cdot \bar{a}} \cdot \bar{a})}{\bar{b}_2 \cdot \bar{b}_2}$$

$$c_2 = \frac{\bar{b}\bar{c} - \frac{\bar{b} \cdot \bar{a}}{\bar{a} \cdot \bar{a}} \cdot \bar{a} \cdot \bar{c}}{|\bar{b}_2|} = \frac{\bar{b} \cdot \bar{c} - b_1 \cdot c_1}{|\bar{b}_2|}$$

$$c_3 = |\bar{b}_3| = \sqrt{\bar{b}_3 \cdot \bar{b}_3} =$$

$$\sqrt{(\bar{c} - k_{32}\bar{b}_2 - k_{31}\bar{b}_1) \cdot (\bar{c} - k_{32}\bar{b}_2 - k_{31}\bar{b}_1)} = \sqrt{\bar{c} \cdot \bar{c} + (k_{32}\bar{b}_2)^2 + (k_{31}\bar{b}_1)^2 - 2k_{32}\bar{b}_2\bar{c} - 2k_{31}\bar{b}_1\bar{c}}$$

$$k_{31}\bar{b}_1\bar{c} = \frac{\bar{c} \cdot \bar{a}}{\bar{a} \cdot \bar{a}} \cdot \bar{a} \cdot \bar{c} = \frac{(\bar{a} \cdot \bar{c})^2}{\bar{a} \cdot \bar{a}} = (k_{31} \cdot \bar{b}_1)^2 = c_1^2 (k_{32}\bar{b}_2)$$

$$= c_1^2 (k_{32}\bar{b}_1) = c_2^2$$

$$k_{32}\bar{b}_2 \cdot \bar{c} = k_{32} \cdot (\bar{b} - \bar{a} \cdot \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{\bar{a} \cdot \bar{a}}) \cdot \bar{c} = k_{32} (\bar{b} \cdot \bar{c} - \bar{a} \cdot \bar{c} \cdot \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{\bar{a} \cdot \bar{a}})$$

$$= (k_{32}\bar{b}_2)^2 = c_2^2$$

$$c_3 = \sqrt{\bar{c} \cdot \bar{c} - c_1^2 - c_2^2}$$

证毕

**结束语** 本文讨论了基于图像的图形生成方法的通用摄像机模型机,给出了通用虚拟平面摄像机针孔模型并用UR分解证明了通用模型经过旋转可以变成标准模型.

### 参考文献

- 1 马颂德. 计算机视觉. 科学出版社, 1997
- 2 McMillan. An Image-based Approach To Three-Darren Sired Compete Graphics. [North Carolina Ph. D theses]. 1997
- 3 程云鹏. 矩阵论. 西北工业大学出版社, 2000. 8

- 4 王士同, 於东军. 非线性系统模糊辨识的误差分析. 软件学报, 2000, 11(4): 447~452
- 5 於东军, 王士同. 新模糊神经网络及其建模应用. 华东船舶工业学院学报, 1998, 12(2)
- 6 Lin C T. Neural Fuzzy System. Prentice-Hall Press, U. S. A, 1997
- 7 Wang L X. A Course on Fuzzy Systems. Prentice-Hall press, U. S. A, 1999
- 8 Chen F C. On the error and parameter convergence of back-propagation learning. In: Proc. of IJCNN'91, 1991. 1092~1097
- 9 於东军, 王士同, 吴小俊. 层次径向神经网络的全局逼近理论. 计算机研究与发展, 1999, 36(11): 1329~1334