

几种三层小波提升方案及其在图像压缩中的应用^{*}

Several Three Stage Lifting Scheme in Wavelet Transforms and Image Compression

李刚 吴渝 王国胤 聂能

(重庆邮电学院计算机科学与技术研究所 重庆400065)

Abstract Wavelet transforms via lifting scheme are called the second-generation wavelet transforms. However, the coefficients of lifting schemes are transformed using mathematical method from the first-generation wavelets, in most design results the lifting filters are not only hard to get and also fixed. In this paper, Several three stage lifting schemes are achieved and designed. All lifting filters are designed in spatial domain and proper mathematical methods are selected. Our designed coefficients are flexible and can be adjusted according to different data. We give the mathematical design details in this paper. Finally, all designed models of lifting are used in image compression and satisfactory results are achieved.

Keywords Wavelet transform, Lifting, Image coding, Filter design

1 引言

小波理论在图像压缩中已有成功的应用。在小波压缩系统中,有两个因素是至关重要的:一是小波滤波器,二是压缩编码算法。随着小波变换进入 JPEG2000,与小波变换相配套的零树编码算法写进 MPEG-4,小波理论在图像压缩中也占有越来越重要的地位。基于提升算法的第二代小波变换也日益受到研究者的广泛关注。

与第一代小波变换相比,提升算法具有快速、高效的优点,并且提升滤波器的设计可直接在空域中完成。第一代小波变换可通过因数分解转换为提升方案,例如著名的 Cohen 和 Daubechies 等人的 9-7 滤波器就具有四层提升结构^[1]。然而,大部分的设计结果都是固定的,也就是说通过设计后只得到了唯一的一个小波滤波器。在文[2]中构造了一个包含著名 9-7 小波滤波器(CDF97)的超小波滤波器簇,获得了新的 9-7 小波滤波器。本文通过对提升方法的研究,得到了新的三层方案,并在图像压缩测试中获得了较好的结果。

2 提升方案的结构及设计

2.1 提升方案的结构

采用文[3]中定义的方案字符串来表示提升模型,它可方便地表示多层提升方案。例如,对于最简单的三层方案^[3]可表示为 $SU_2P_2(a_1; a_2; a_3)$,其中 S 代表中间处理过程, U 代表更新过程, P 代表预测过程,两个数字下标 2 分别表示更新和预测消失矩,括号中的数字分别代表预测和更新的系数,由分号隔开。

小波提升方案把第一代小波变换的卷积运算分解为分裂(Split)、预测(Predict)、更新(Update)三步计算,在分裂后可加入中间处理过程以增加设计的灵活性。分裂通常按奇偶顺序来进行,此过程仅将数据分裂为两个部分;预测是用相邻偶数点信号对奇数点信号进行线性插值;更新是用上一步预测后的值对原信号剩余的一半进行更新。

2.2 提升方案设计方法

在提升方案的设计过程中,有两个关键的滤波器,分别是等效高通滤波器 g 和等效低通滤波器 h ,等效高通滤波器应用于最后的预测层,而等效低通滤波器应用于最后的更新层,如果提升方案的系数都是已知的,则可精确地得到 g 和 h 的值。

本文选择了滤波器的消失矩这个性能指标进行设计,参照文[4]中滤波器的设计方法,若滤波器具有 N 阶消失矩,则满足下列等式:

$$Vg_h = 0 \quad (1)$$

$$Vg = 0 \quad (2)$$

等式(1)中 g_h 为等效低通滤波器 h 的镜像滤波器,即 $g_h(k) = (-1)^{-k}h(k)$, $V(m, n) = n^m$, $m = 0, \dots, N-1$, $n = -(N-1) \dots (n-1)$, 且 $0^0 = 1$ 。等式(1)、(2)中消失矩可以不同,将预测层、更新层的消失矩分别表示为 N_p 和 N_u 。在滤波器为对称情况下,消失矩为偶数,只需求解 $(N_p + N_u)/2$ 个方程。求解等式(1)、(2)可得每一层的系数,当系数的个数与方程数相同时,可获得最大消失矩,但在研究过程中发现,取最大消失矩时并不一定获得最好的性能,因此在设计过程中将第一个系数设为待定参数,以获得一族滤波器,从中选取最优值。

3 几种三层提升方案的空间模型

3.1 三层提升方案: $SU_2P_2(a_1; a_2; a_3)$

详细的设计过程见文[3], a_1, a_2, a_3 分别为三层的系数,这里仅给出结果:

$$\begin{cases} a_2 = \frac{1}{2-4a_1} \\ a_3 = a_1^2 - 1/4 \end{cases} \quad (3)$$

其中系数 a_1 为活动参数,可根据不同数据进行调整, a_2, a_3 由 a_1 唯一确定。

3.2 三层提升方案: $SU_2P_4(a_1; a_2; a_{31}, a_{32})$

此方案结构如图1所示,更新层、预测层各有两个系数,取

^{*} 本课题得到国家863计划“多媒体数据动态压缩及其应用研究”(编号:863-317-04-18-99)和高等学校重点实验室访问学者基金资助。李刚 硕士研究生,主要研究方向为小波变换,多媒体技术。吴渝 博士,副教授,主要研究方向为小波分析、智能数据处理、知识获取等。王国胤 博士,教授,主要研究方向为 Rough 集、神经网络、数据挖掘和多媒体处理等。聂能 教授,主要研究方向为计算机应用、管理信息系统等。

更新和预测层消失矩分别为2阶和4阶。

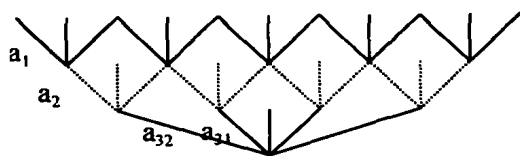


图1 三层提升结构:SU₂P₄

根据所具有的性能,存在如下等式:

$$g_A = [a_1 a_2, -a_2, 1 + 2a_1 a_2, -a_2, a_1 a_2]^T$$

$$g = [a_1 a_2 a_{32}, a_2 a_{32}, a_{32} + a_1 a_2 a_{31} + 2a_1 a_2 a_{32}, a_2 a_{31} + a_2 a_{32}, a_{31} + a_1 a_2 a_{32} + 3a_1 a_2 a_{31}, 1 + 2a_2 a_{31}, \dots]$$

$$[1 \ 1 \ 1 \ 1] g_A = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 25 & 16 & 9 & 4 & 1 & 0 & 1 & 4 & 9 & 16 & 25 \end{bmatrix} g = 0$$

写成方程组形式得:

$$\begin{cases} -1 + 2a_2 - 4a_1 a_2 = 0 \\ 1 + 2a_1 + 2a_{31} + 2a_{32} + 4a_2 a_{31} + 4a_2 a_{32} + 8a_1 a_2 a_{32} = 0 \\ a_1 + a_{31} + 9a_{32} + 4a_2 a_{31} + 20a_2 a_{32} + 12a_2 a_2 a_{31} + 44a_1 a_2 a_{32} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

解(4)得:

$$\begin{cases} a_2 = \frac{1}{2 - 4a_1} \\ a_{31} = \frac{-(2a_1 - 1)(2a_1^2 + 20a_1 + 9)}{16(4a_1^2 - 2a_1 - 1)} \\ a_{32} = \frac{(2a_1 - 1)(2a_1^2 + 4a_1 + 1)}{16(4a_1^2 - 2a_1 - 1)} \end{cases} \quad (5)$$

当 $a_1 = -1/2$ 时,由式(5)可得 $a_2 = 1/4$, $a_{31} = -1/16$, $a_{32} = 1/16$,这种情况恰好是文[5]中的(2+2,2)变换的第二个特例,也是最好的一个特例。而本方案的最好特例要远远好于这种情况,如表1所示。

3.3 三层提升方案:SU₄P₂(a₁;a₂₁;a₂₂;a₃)

对应方案字符串,这种方案的结构如图2所示,第二层系数是 a_{21} 和 a_{22} ,它们都是更新层的系数,在更新层共有三个系数,因此最大可得到6阶消失矩,在此牺牲2阶消失矩,使之具有4阶更新消失矩和2阶预测消失矩。

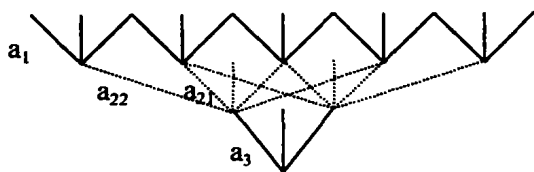


图2 三层提升结构:SU₄P₂

设计过程略,结果为:

$$\begin{cases} a_{21} = \frac{9 - 20a_1}{16(2a_1 - 1)^2} \\ a_{22} = \frac{4a_1 - 1}{16(2a_1 - 1)^2} \\ a_3 = a_1^2 - 1/4 \end{cases} \quad (6)$$

其中系数 a_1 为活动参数, a_{21} 、 a_{22} 和 a_3 都由 a_1 唯一确定。当 $a_1 = 1/4$ 时, $a_{21} = 1$, $a_{22} = 0$, $a_3 = -3/16$,这种情况与方案 SU₂P₂ 在 $a_1 = 1/4$ 时的情况相同。

4 滤波器频谱性能研究

下面对滤波器的性能进行了研究。如图3所示,对上述三

层方案的频谱性能进行了对比研究,可以看出 SU₂P₄ 较其它两种方案为优。在等效低通滤波器图中,方案 SU₂P₂ 与 SU₂P₄ 基本相同,在等效高通滤波器图中,方案 SU₂P₂ 与 SU₄P₂ 基本相同,这说明消失矩与频谱曲线的形状密切相关。图4对相同方案(SU₂P₄)在第一层系数不同时的幅频性能进行了对比研究,由于系数不同时,滤波器的性能也有所差异,因此对不同的应用可找出一个最佳的。方案 SU₂P₄ 在第一层系数为 -0.35 时获得最好效果。

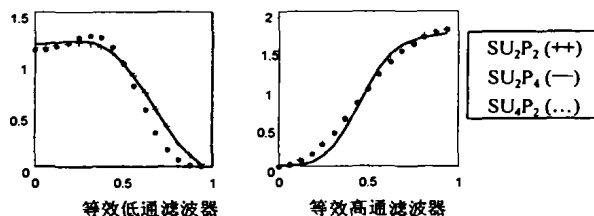


图3 三层方案的幅频特性比较

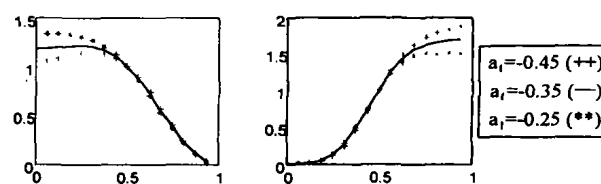


图4 方案 SU₂P₄ 在第一层系数不同时幅频特性的比较

5 滤波器压缩性能研究

如图5所示,小波提升方案均在同等条件下比较,压缩算法采用 SPIHT 算法^[6],SPIHT 编码算法主要是对像素矩阵中的每个像素按照一定的规则建树,根据对“树”中节点所代表像素值和量值结果的比较并配合使用几个列表(重要节点列表、非重要节点列表和非重要子树表等)输出比特流。对图像分解的级数为5级。在三层方案中,SU₂P₄ 要明显优于另两种方案。每种方案(系数可变)都代表一族滤波器。

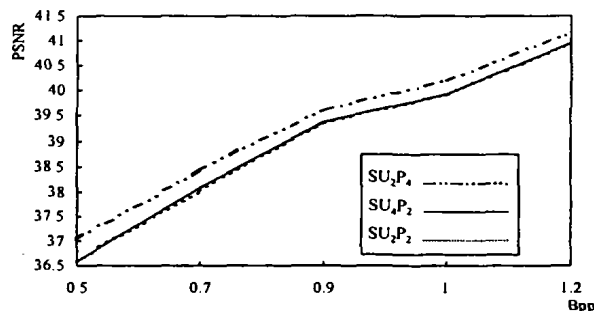


图5 不同方案在相同图像(lenna)时压缩性能比较

由于每种方案(系数可变)都代表一族滤波器,在图6中给出了不同系数下三层方案滤波器性能的对比关系。从中可以看出,每条曲线都有一个最大值,即对于相同的图像每一种方案只有一个最佳滤波器。方案 SU₂P₄ 明显优于另两种三层方案 SU₂P₂ 和 SU₄P₂。

表1给出了方案 SU₂P₄ 在不同图像时,第一层系数与信噪比的关系。其中,Lenna、goldhill、boat、barbara、camera 为自然光滑图像,压缩率为 1bpp; montage、squares、circles、horiz、

slope, crosses 为计算机合成图像,具有明显边缘,压缩率为 0.1bpp。由表中可以看出,对于不同图像同一方案的最佳滤波器有所不同,这表明对所有图像都表现最佳的滤波器是不存在的。但对于自然光滑图像,最佳滤波器基本是一致的。

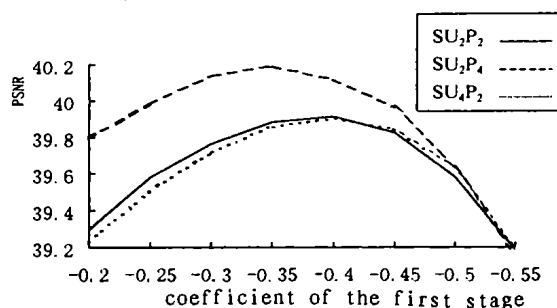


图6 不同方案在相同图像(Lenna)不同系数下的性能比较

表1 不同图像在方案 SU_2P_4 下第一层系数与信噪比的关系

图像	-0.55	-0.5	-0.45	-0.4	-0.35	-0.3	-0.25	-0.2
lenna	39.1589	39.63	39.962	40.1202	40.1905	40.1393	39.9833	39.7913
goldhill	34.6613	35.3789	35.9505	36.1979	36.3187	36.3079	36.2091	36.0314
boat	38.1483	38.533	38.8098	38.9254	38.9259	38.7647	38.6404	38.4753
barbara	34.7272	35.359	35.8336	36.0583	36.147	36.025	35.7705	35.3671
camera	34.795	35.7481	36.1308	36.1309	36.3716	36.2602	36.0515	35.7106
montage	41.0301	41.5123	42.0451	42.2955	42.353	42.2366	42.0715	41.7944
squares	45.4506	45.2311	46.3892	46.2184	45.8686	45.1266	40.5775	39.6563
Circles	22.7287	24.7538	25.4911	26.1634	26.3965	26.4088	26.2906	26.2373
Horiz	33.4489	35.3641	36.0342	36.7213	36.3617	35.1695	35.4249	35.7689
slope	29.3052	30.9485	32.6504	33.5015	33.7399	33.7054	33.2101	32.0418
crosses	20.7124	20.951	21.7264	22.1978	22.4553	22.4652	22.286	21.2438

参考文献

- Daubechies I, Sweldens W. Factoring wavelet transforms into lifting steps. *J. Fourier Anal.*, 1998, 4: 245~267
- Wang Guoqi. Matrix methods of constructing wavelets filters and discrete hyper-wavelet transforms. *Optical Engineering*, 2000, 39 (4): 1080~1084
- Wu Yu, Wang Guoyin, Nie Neng. Adaptive lifting scheme of wavelet transforms for image compression. *Proceedings of SPIE on Wavelet Application* II, 2001, 4391: 154~160
- Roger L, Claypoole Jr, Baraniuk R G. Flexible Wavelet Transforms Using Lifting. In: *Proc. of the 68th SEG Meeting*, New Orleans, Louisiana, USA, 1998
- Calderbank A R, et al. Wavelet transforms that map integer to integer. *Applied and computation harmonic analysis*, 1998, 5: 332~369
- Said A, Pearlman W A. A new fast and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical trees. *IEEE Trans. Circuits and System for Video Technology*, 1996, 6: 243~250
- Fernandez G, Periaswamy S, Sweldens W. LIFTPACK: a software package for wavelet transforms using lifting. *Proc. SPIE 2825, Wavelet Applications in Signal and Image Processing*, 1996, 4: 396~408
- Sweldens W. The lifting scheme: a construction of second generation wavelets. *SIAM J. Math. Anal.*, 1997, 29: 511~546
- Wu Yu, Li Gang, Wang Guoyin. Spatial model of lifting scheme in wavelet transforms and image compression. In: *Proc. of SPIE's AeroSence 2002 on Wavelet Applications IX*, preprint
- Salton G, et al. Automatic Analysis, Theme Generation, and Summarization of Machine-Readable Text. *Science*, 1994, 264: 1421~1426
- 黄董菁, 吴立德. 独立于语种的文本分类方法. *中文信息学报*, 2000 (6)
- Takao S, Ariki Y, Ogata J. Segmentation and Classification of TV News Articles Based on Speech Dictation. *IEEE Region 10 Intl. Conf. on Electrical and Electronic Technology (TENCON 2001)*
- Takao S, Ogata J, Ariki Y. Study on New Term Weighting Method and New Vector Space Model Based on Word Space in Spoken Document Retrieval. *The RIAO (Computer-Assisted Information Retrieval) 2000 in Paris*
- Takao S, Ogata J, Ariki Y. Expanded Vector Space Model based on Word Space in Cross Media Retrieval of News Speech Data. *ICSLP-2000*
- van Mulbregt P, et al. Text Segmentation and Topic Tracking on Broadcast News Via a Hidden Markov Model Approach. *ICSLP-98*
- Stolcke A, et al. Combining Words and Speech Prosody for Automatic Topic Segmentation. *TDT-99*

(上接第100页)