基于佳点集遗传算法求解 Job-shop 调度问题*)

Solving Job-Shop Scheduling Problem Using Good Point Set Based Genetic Algorithm

程军盛 张 铃

(安徽大学人工智能研究所 智能计算与信号处理教育部重点实验室 合肥230039)

Abstract Job-shop is the representative of constrained combinatorial optimization problem and extremely hard to solve. By analyzing the crossover operation, that is choosing a point in the family whose ancestors have schema of high fitness, we utilize the principles of good point set in number theory and redesign the crossover operator. Then a new GA called good point set based GA is presented and applied to solve the benchmark problem of MT06 and MT10. The experimental result shows this new GA works well.

Keywords Good point set based Genetic algorithm, Job-shop scheduling problem, Combinatorial optimization

1. 介绍

Job-shop 调度问题(JSSP)是极为困难的带约束组合优化问题,是NP难的。典型的Job-shop调度问题可描述为n个工件要在m台机器上加工,每个工件有其特定的加工工序,每道工序加工时间已知,并符合以下假设[1]:

(1)每个机器在同一时刻只能加工一个工件。(2)每个工件的工序事先确定。(3)同一工件的两个工序不可同时进行。(4)不允许抢占式执行,即一个工序执行后就不能中断。(5)机器间传送时间为零。

典型的调度目标是确定每个机器上工序的加工顺序和各工序的开始时间,以使完成所有工序所需的时间(Makespan)最少。

求解 Job-shop 问题有很多方法,如瓶颈转移(Shifting Bottleneck)的启发式算法、模拟退火算法、优先列表算法、遗传算法和各种混合算法[2]等。本文采用基于佳点集的遗传算法[3]求解 Job-shop 调度问题,利用数论中关于佳点的优良性质来构造交叉算子,以期得到较好的结果。

2. 佳点集遗传算法

2.1 佳点集的基本定义与性质

(1)设 G_s 是 S 维欧氏空间的单位立方体,即:

$x\in G_s, x=(x_1,x_2,\cdots,x_s)$

其中$0\leqslant x_i\leqslant 1, i=1,2,\cdots,s$。

(2)设 G_s 中有一点集(n 个点),$P_n(k)=\{(x_1^{(n)}(k),\cdots,x_s^{(n)}(k)),1\leqslant k\leqslant n, 0\leqslant x_i^{(n)}(k)\leqslant 1, 1\leqslant i\leqslant S\}$。

(3)对任一给定 G_s 中的点 $r=(r_1,\cdots,r_s)$,令 $N_n(r)=N_n(r_1,\cdots,r_s)$ 表示 $P_n(k)$ 中满足下面不等式组的点的个数:$0\leqslant x_i^{(n)}<r_i, i=1,\cdots,s$ $\varphi(n)=\sup\left|\frac{N_n(r)}{n}-|r|\right|$

其中$|r|=r_1r_2\cdots r_s$,则称点集 $P_n(k)$ 有偏差 $\varphi(n)$。若对任一 n,均有 $\varphi(n)=O(1)$,则称 $P_n(k)$ 在 G_s 上是一致分布且偏差为 $\varphi(n)$。

(4)令 $r\in G_s$,形为 $P_n(k)=\{(\{r_1k\},\cdots,\{r_sk\}),k=1,2,\cdots,n\}$ 的偏差 $\varphi(n)$ 满足:

$\varphi(n)=C(r,\varepsilon)n^{-1+\varepsilon}$

其中 $C(r,\varepsilon)$ 是只与 $r,\varepsilon(\varepsilon>0)$ 有关的常数,则称 $P_n(k)$ 为佳点集,r 称为佳点(Good point)。

(5)取 $r_s=\{2\cos\frac{2\pi k}{p}\}, 1\leqslant k\leqslant s$,$p$ 是满足 $\frac{p-3}{2}\geqslant s$ 的最小素数,则 r 是佳点。取 $r_s=\{e^k\}, 1\leqslant k\leqslant s$,则 r 也是佳点(分圆域)。

(6)**定理1** 令 $P_n(k)(1\leqslant k\leqslant n)$ 具有偏差 $\varphi(n)$,$f\in B_s$(S维囿变函数类),则:

$$\left|\int_{G_s}f(x)dx-\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f(P_n(k))\right|\leqslant V(f)\varphi(n)$$

其中 $V(f)$ 是 f 的全变差。

(7)**定理2** 若上式对所有的 $f\in B_s$ 皆成立,则 $P_n(k)(1\leqslant k\leqslant n)$ 为有偏差不超过 $\varphi(n)$ 的点集。

(这个结论可以看成是定理1的逆定理)。

(8)**定理3** 若 $f(x)$ 满足:

$|f|\leqslant L, 1\leqslant i\leqslant s, \left|\frac{\partial^2 f}{\partial x_i\partial x_j}\right|\leqslant L$

$1\leqslant i\leqslant j\leqslant s,\cdots, \left|\frac{\partial^s f}{\partial x_i\partial x_s}\right|\leqslant L$

用给定 n 个点的函数值构成的任何加权和,来近似计算函数在 G_s 上的积分,误差都不能希望比 $O(n^{-1})$ 更小。

注1:这个性质正是上面点集称为"佳点集"的由来。

注2:由定理1、2、3知,用佳点集来进行近似积分,其误差的阶只与 n 有关而与空间的维数 t 无关,这为高维的近似计算,提供了一个非常优越的算法。

注3:由以上性质知,若限定取 n 个点,用其上函数值的线性组合来近似对应的积分值,则佳点集方法提供了一个最好的取法。

2.2 基于佳点集的交叉算子

通常GA算法中,交叉操作是随机取两个染色体进行交叉,即在以高适应度模式为祖先的"家族"中取一点[4],由2.1节分析可知,在对搜索空间无所知的情况下(这也正是遗传算法广泛应用的原因之一),佳点提供了最好的取法。我们下面构造基于佳点的交叉算子(针对 Job-shop 的排列性质构造,一般情况请参见文[3])。

对随机选取的两个父代染色体 A_1,A_2,不妨设 A_1 和 A_2 的前 t 位不同,后 $l-t$ 位相同(染色体的长度为 l),取 t 维立方体 G_t。设在 G_t 中取佳点集中一点 $p=\{p_1,p_2,\cdots,p_t\}$,其中 $p_k=$

*)本文得到973基金(G98030509)资助。

$\langle e^k \rangle$, $1 \leqslant k \leqslant t$, $\langle a \rangle$表示取 a 的小数部分。将 A_1, A_2的相同基因不变，并从1,2,…,l 中删去。设余下的 t 个基因编码为 s_1、s_2、s_t，且 $s_1 \leqslant s_2 \leqslant s_t$。将 p_1, p_2, …, p_t 按由小到大排列为 p'_1, p'_2, …, p'_t，则 p'_i 对应于 s_i，得到 s_1, s_2, …, s_t 的一个排列。将这个排列与 A_1, A_2相同的部分合并在一起，就得到一个子代染色体。例如：

A_1=(1,3,2,5,4)　A_2=(1,4,3,5,2)

相同部分：(1,*,*,5,*)　余下部分：s=(2,3,4)。

取 G_3, p={0.7183, 0.3891, 0.0855}，则 p'={0.0855, 0.3891, 0.7183}，相应得到 s 的一个排列(4,3,2)，与 A_1, A_2相同部分合并在一起，最后得子代为(1,4,3,5,2)。

采用上述交叉算子的遗传算法称为佳点集遗传算法。

3. 遗传算法设计

3.1 染色体表示与解码

Job-shop 的染色体表示一般有直接表示和间接表示两种，其中间接表示又可分为基于工序的表示(Job-based representation)，分配规则表示(Dispatching rule representation)，优先列表表示(Preference-list representation)和其他一些表示方法[1]。本文采用基于工序的间接表示方法，它的编码形式比较简单，并可利用有效的 Schedule builder 来解码成活性(Active)调度[6]。

染色体编码形如：[J_1, J_2, J_1, J_3, J_1, …]，表示第一个工件的第一个工序第一个被调度，随后第二个工件的第一个工序被调度，然后是第一个工件的第二个工序等等。染色体的解码采用贪婪式算法，即在每台机器上安排工序时，总是在满足约束的条件下，将工序尽量向前排，即若工序 J 开始时间为 J_{start}，则对于 $t < j_{start}$均违反约束，对于 $t \geqslant J_{start}$满足约束，这儿 t 表示时间。

3.2 遗传算子设计

(1)选择算子　采用典型的赌轮算法。

(2)交叉算子　采用2中所述的基于佳点的交叉算子，应用中，每次取10个佳点集中点，对相应获得的10个候选子代选取适应度最大的作为交叉产生的子代。

(3)变异算子　求解排序问题遗传算法的变异算子通常有基于位置(Position-based)的变异和基于顺序(Order-based)的变异[5]。我们这儿采用任取染色体中两位，然后互换的简单变异算子。

4. 实验结果

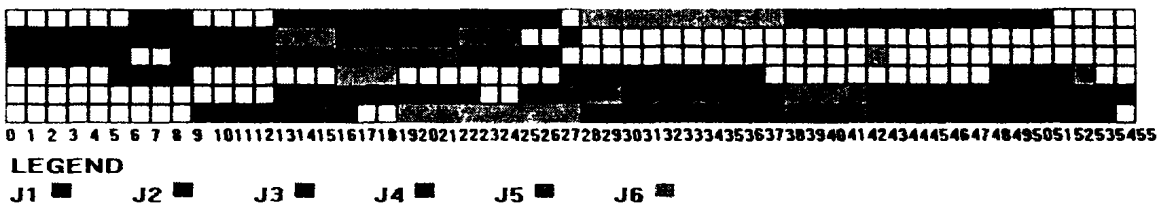
我们这儿采用著名的 Job-shop 调度问题的基准测试例子 MT06(6×6)和 MT10(10×10)进行实验。

遗传参数设置为：交叉概率 p_c=0.85，变异概率 p_m=0.2，种群规模100，最大代数300，代间隙0.8。对每个测试问题，算法运行10次。

(1)MT06问题　求解所得调度序列如下：

2 4 6 3 1 4 3 2 1 2 6 5 5 3 5 6 6 1 2 4 4 5 3 6 2 2 3 4 1 3 6 1 5 1 5 4

解码结果如下图所示：



算法最优解和平均解均达到问题本身最优解55，平均收敛代数10代。

(2)MT10问题　问题本身最优解930，已知结果有：Nakano 算法(965)，Gen 算法(962)，Dorndorf P-GA(960)，SB-GA(938)，G. Shi(930)等。本文算法求解结果为：最优解954，平均解958.3，平均收敛代数180代。由于本算法较具有一般性，因此所得的结果是很有意义的。

结束语　本文通过对杂交操作的分析，利用数论中佳点的优良性质来构造交叉算子，得到基于佳点集的遗传算法，用该算法求解极为困难的 Job-shop 调度优化问题，取得了较好的结果。将该算法与其他局部求优算法如模拟退火算法相结合，可期望能进一步提高算法的求解质量。

参 考 文 献

1 Dimopoulos C, Zalzala A M S. Recent Developments In Evolutionary Computation For Manufacturing Optimization: Problems, Solutions, And Comparisons. http://www.cee.hw.ac.uk/~ali/Publications/journal/IEEE-ec-1.pdf

2 Liaw C F. A hybrid genetic algorithm for the open shop scheduling problem. European Journal of Operational Research, 2000, 124: 28~42

3 张铃，张钹. 佳点集遗传算法. 计算机学报，已录用

4 张铃，张钹. 遗传算法机理的研究. 计算机学报，已录用

5 Hue X. Genetic Algorithms for Optimization: Background and Application. http://www.epcc.edac.uk/epcc-tec/documents

6 Bierwirth C, Mattfeld D C. Production Scheduling and Rescheduling with Genetic Algorithm. http://www.icaen.uiowa.edu/~ie238/lecture/Paper1.pdf

7 Bierwirth C, Mattfeld D C, et al. On Permutation Representation for Scheduling Problem. http://citeseer.nj.nec.com/bierwirth96permutation.html