

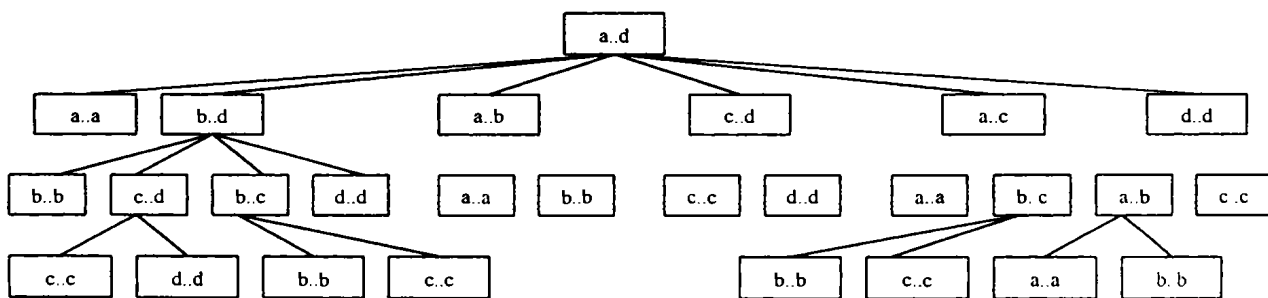
The Design and Application of A Dynamic Program Algorithm in Automatic Text Collating

(山东师范大学计算机科学系 济南250014)

Keywords Automatic text collating, Dynamic program algorithm, Test in computer knowledge and skill, Automatic judgment

动态规划算法是将待求解问题分解成若干个子问题,先求解子问题,然后从这些子问题的解得到原问题的解^[1]。适合于动态规划法求解的问题,经分解得到的子问题往往不是互

2)子问题的重叠性质 在使用动态规划算法递归地自顶向下求解问题时,每次产生的子问题并不总是没有进行过求解的新问题,有些是被反复计算多次的(如图1所示)。



3.1 问题特征

最大公共有序字符集问题可以描述成以下的一般形式:

1) 一个给定有序字符集的子集是在该字符集删去若干元素后得到的子集,即若给定字符集 $L = \{l_1, l_2, \dots, l_n\}$, 则另一字符集 $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}$ 是 L 的子集是指存在一个严格递增下标序列 $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ 使得对于所有的 $j = 1, 2, \dots, k$ 有 $z_j = x_{i_j}$;

2) 给定两个有序字符集 A 和 B , 当另一个字符集 Z 既是 A 的子集又是 B 的子集时, 称 Z 是有序字符集 A 和 B 的公共子集;

3) 最大公共有序字符集问题是指: 给定两个有序字符集 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ 和 $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$, 找出 A 和 B 的一个最大公共子集。

最大公共有序字符集问题的最容易想到的求解方法是穷举搜索法, 即对 A 的所有子集, 检查它是否同时也是 B 的子集, 从而确定它是否为 A 和 B 的公共子集, 若是则同时记录最长的公共子集, 这样对 A 的所有子集都检查过之后即可求出 A 和 B 的最大公共有序字符集。对于含有 m 个元素的字符集 A 来说, 其所有可能的子集个数为 2^m , 从而穷举搜索法的计算时间是指数时间^[3], 显然在实际使用中这是很不理想的。

3.2 问题结构分析

事实上, 设有序字符集 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ 和 $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ 的一个最大公共有序字符集为 $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}$, 则最大公共有序字符集问题具有下面的性质:

1) 若 $a_m = b_n$, 则 $z_k = a_m = b_n$, 且 Z_{k-1} 是 A_{m-1} 和 B_{n-1} 的最大公共有序字符集

2) 若 $a_m \neq b_n$, 且 $z_k \neq a_m$, 则 Z 是 A_{m-1} 和 B 的最大公共有序字符集

3) 若 $a_m \neq b_n$, 且 $z_k \neq b_n$, 则 Z 是 A 和 B_{n-1} 的最大公共有序字符集

其中, $A_{m-1} = \{a_1, a_2, \dots, a_{m-1}\}$, $B_{n-1} = \{b_1, b_2, \dots, b_{n-1}\}$, $Z_{k-1} = \{z_1, z_2, \dots, z_{k-1}\}$

最大公共有序字符集问题的这种性质即为最优子结构性。

由此可知, 要求解 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ 和 $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ 的最大公共有序字符集, 可以按照以下递归方式进行:

1) 当 $a_m = b_n$ 时, 找出 A_{m-1} 和 B_{n-1} 的最大公共有序字符集, 然后在其尾部加上 $a_m (= b_n)$ 即可得出 A 和 B 的最大公共有序字符集;

2) 当 $a_m \neq b_n$ 时, 则 A_{m-1} 和 B_n 的最大公共有序字符集与 A_m 和 B_{n-1} 的最大公共有序字符集中较大者即为 A 和 B 的最大公共有序字符集。

若设 C_{ij} 为 A_i 和 B_j 的最大公共有序字符集的宽度 (即元素个数), 则有

$$C_{ij} = \begin{cases} 0 & i=0 \text{ 或 } j=0 \\ C_{i-1, j-1} + 1 & i, j > 0 \text{ 且 } a_i = b_j \\ \max\{C_{i, j-1}, C_{i-1, j}\} & i, j > 0 \text{ 且 } a_i \neq b_j \end{cases}$$

3.3 计算最优值

```
Const TextLenM = 255 '有序字符集的元素最大个数
Private a(TextLenM) As String * 1 '有序字符集 A
Private b(TextLenM) As String * 1 '有序字符集 B
Private C(TextLenM, TextLenM) As Integer
'有序字符集 A 和 B 的最大公共有序字符集元素个数
Private d(TextLenM, TextLenM) As Integer '最优解标记
Private Sub TextOV(m As Integer, n As Integer) '求解最优值
Dim i As Integer, j As Integer
For i = 1 To m
    C(i, 0) = 0
```

```
Next i
For i = 1 To n
    C(0, i) = 0
Next i
For i = 1 To m
    For j = 1 To n
        If a(i) = b(j) Then
            C(i, j) = C(i-1, j-1) + 1
            d(i, j) = 1
        ElseIf C(i-1, j) >= C(i, j-1) Then
            C(i, j) = C(i-1, j)
            d(i, j) = 2
        Else
            C(i, j) = C(i, j-1)
            d(i, j) = 3
        End If
    Next j
Next i
End Sub
```

3.4 构造最优解

```
Private k As Integer 'Initial Value is 1
Private e(TextLenM) As String * 1 '有序字符集 Z
Private TextOR(i As Integer, j As Integer)
If i = 0 Or j = 0 Then Exit Sub
If d(i, j) = 1 Then
    TextOR(i-1, j-1)
    e(k) = a(i)
    k = k + 1
ElseIf d(i, j) = 2 Then
    TextOR(i-1, j)
Else
    TextOR(i, j-1)
End If
End Sub
```

4. 算法效率及改进

4.1 算法效率

计算最优值的算法时间复杂度为 $O(mn)$, 空间复杂度为 $O(mn)$ 。

构造最优解的算法时间复杂度为 $O(m+n)$, 空间复杂度为 $\max\{O(m), O(n)\}$ 。

4.2 算法改进

对于一个具体问题, 按照一般的算法设计策略设计出来的算法, 往往在算法的时间复杂性上还有较大的改进余地, 通常可以利用具体问题的一些特殊性对算法作进一步的改进。

例如, 在计算最优值算法和构造最优解算法中, 可以进一步省略数组 d 。事实上, 数组元素 $C(i, j)$ 的值仅由 $C(i-1, j-1)$, $C(i-1, j)$ 和 $C(i, j-1)$ 这三个数组元素的值所确定。对于给定的数组元素 $C(i, j)$, 我们可以不借助于数组 d 而仅借助于 C 本身在 $O(1)$ 时间内确定 $C(i, j)$ 的值是由 $C(i-1, j-1)$, $C(i-1, j)$ 和 $C(i, j-1)$ 中哪一个值所确定的。从而可以节省 $\theta(mn)$ 的空间。虽然数组 C 仍需要 $\theta(mn)$ 的空间使得在渐近意义上算法仍需要 $\theta(mn)$ 的空间, 但上述方法对空间复杂性的常数因子进行了改进。

结束语 计算机知识与技能考试是一个古老而又崭新的课题, 涉及到的领域广泛而深远, 有待优化的方面还非常繁杂。本文仅就其中文字录入的自动阅卷评判算法进行了一定的探讨, 实际上, Windows 操作、Word 处理等试题的相关语法描述和自动阅卷也是一类非常有意义的研究课题。

参考文献

- 1 王晓东. 计算算法设计与分析. 北京: 电子工业出版社, 2001. 1
- 2 Edelsbrunner H. Algorithms in Combinatorial Geometry. Volume 10 of EATCS Monographs on Theoretical Computer Science. Springer-Verlag, 1987
- 3 张莹. 运筹学基础. 北京: 清华大学出版社, 1995