

基于多目标进化算法的目标规划研究*

A Study of Goal Programming Based on Multiobjective Evolutionary Algorithms

刘海林¹ 刘永清²

(广东工业大学应用数学系 广州 510090)¹ (华南理工大学自动控制工程系 广州 510641)²

Abstract This paper solves a goal programming problem by multiobjective evolutionary algorithms based on min-max strategy. The algorithm needn't define the norm of objective space and doesn't increase extra constraints needed with classical formulations. The proposed algorithm can also solve goal programming problems having non-convex feasible region, which are difficult to solve using classing methods. The results of numerical experiments show the efficacy of the proposed algorithm.

Keywords Goal programming, Multiobjective optimization, Evolutionary algorithms

1 引言

目标规划是一类十分实用的重要模型,与一般多目标最优化模型不同,这类模型并不是考虑对各个目标进行极小化或极大化,而是希望在约束条件限制下,每一个目标都尽可能地接近于事先给定的各自对应的目标值。由于这类模型在处理问题时具有比较灵活、简便的特点,因而在工程技术和管理中应用非常广泛。本文研究逼近目标规划模型^[1]:

$$V\text{-}appr_{x \in F} f(x) \rightarrow \tilde{f} \quad (1)$$

其中 $f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x))$ 是向量目标函数, $\tilde{f} = (\tilde{f}_1, \tilde{f}_2, \dots, \tilde{f}_m)$ 是给定的向量目标值, $F \subseteq R^n$ 为容许域。

对上述目标规划问题,经典的目标规划算法有目标点法和目标偏差权重和法等^[1~3]。目标点法的思想是:在目标空间 R^m 中引进某个模 $\|\cdot\|$,并用 $\|f(x) - \tilde{f}\|$ 表示 $f(x)$ 与 \tilde{f} 之间的某种距离 $d(f(x), \tilde{f})$,这时求解问题(1)式转化为求解数值极小化问题:

$$\min_{x \in F} d(f(x), \tilde{f}) = \min_{x \in F} \|f(x) - \tilde{f}\| \quad (2)$$

显然,当赋予(2)式中的模以不同的意义,相应地就有一种不同的目标点法。这种方法明显的弱点是:在实际问题中,如何选取(2)式的模是决策者难处理的事情。

目标偏差权重和法是在(2)式中取 $d(f(x), \tilde{f}) = \sum_{i=1}^m |f_i(x) - \tilde{f}_i|$,首先引入各个目标函数 $f_i(x) (i=1, 2, \dots, m)$ 关于其它对应目标值 \tilde{f}_i 的几个偏差概念: $f_i(x)$ 关于 \tilde{f}_i 的正偏差:

$$\delta_i^+ = \begin{cases} f_i(x) - \tilde{f}_i, & f_i(x) \geq \tilde{f}_i \\ 0, & f_i(x) < \tilde{f}_i \end{cases}$$

$f_i(x)$ 关于 \tilde{f}_i 的负偏差:

$$\delta_i^- = \begin{cases} 0, & f_i(x) \geq \tilde{f}_i \\ -(f_i(x) - \tilde{f}_i), & f_i(x) < \tilde{f}_i \end{cases}$$

这时,问题(2)式变为

$$\min_{x \in F} d(f(x), \tilde{f}) = \min_{x \in F} \|f(x) - \tilde{f}\| = \sum_{i=1}^m |f_i(x) - \tilde{f}_i|$$

上式等价于:

$$\begin{cases} \min \sum_{i=1}^m (\delta_i^+ + \delta_i^-) \\ s.t. x \in F \\ f_i(x) - \delta_i^+ + \delta_i^- = \tilde{f}_i, i=1, 2, \dots, m \\ \delta_i^+ \cdot \delta_i^- = 0, i=1, 2, \dots, m \\ \delta_i^+ \geq 0, \delta_i^- \geq 0, i=1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (3)$$

通过求解问题(3)式来得到目标规划的解。该方法的缺点有:(a)使用者难以选择权重因子;(b)增加了约束函数;(c)对非凸的容许决策空间,不同的权重因子得到的解很少随之改变。

本文利用文[4,5]中提出的多目标进化算法来解决目标规划问题(1)。其方法是把目标规划中的每个目标转化为一个目标函数,根据文[4,5]中的算法的特性,从而求出目标规划的一组分布均匀的解。该方法不需要决策者预先确定所用的模和权重值,也没有增加约束函数,特别是对非凸的容许决策空间同样能求出目标规划的一组分布均匀的解。

2 目标规划进化算法

对目标规划问题(1),令 $g_i(x) = |f_i(x) - \tilde{f}_i| (i=1, 2, \dots, m)$,我们把问题(1)转化为多目标最优化问题:

$$\min_{x \in F} (g_1(x), g_2(x), \dots, g_m(x)) \quad (4)$$

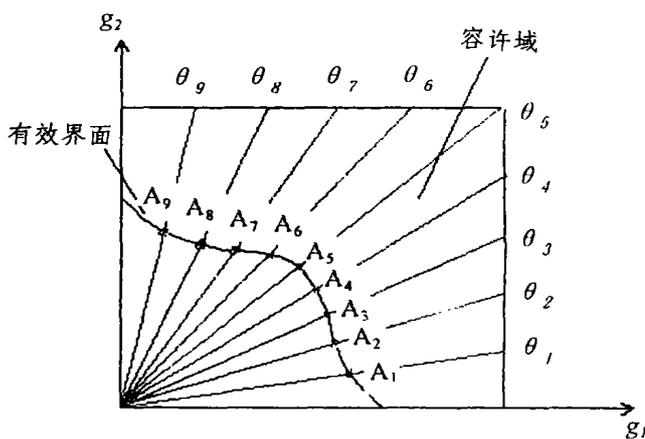


图1 有效界面上均匀分布的点

* 国家自然科学基金重点项目资助(69934030)。刘海林 博士生,副教授,研究方向:进化计算,最优化理论与算法。刘永清 教授,博导,研究方向为复杂化系统和系统工程。

当问题(4)有两个目标函数时,如图1所示,在目标函数空间中从原点做倾角为 $\theta_i(i=1,2,\dots,9)$ 的射线均分第一象限,并设射线与有效界面的交点为 A_1, A_2, \dots, A_9 ,若能求出对应于这些点的有效解,则也求出了目标规划的一组分布均匀的解。

根据文[4,5],若取适应值函数为

$$F(x) = \max_{i=1,2} \{w_i g_i(x)\}$$

其中
$$\begin{cases} w_1 = \sqrt{\sin\theta_i \cdot \cos\theta_i} / \cos\theta_i, \\ w_2 = 1/w_1 \end{cases}$$

采用文[4,5]中的多目标进化算法,就可望求出对应于 A_1, A_2, \dots, A_9 点的有效解(详见文[4,5])。

一般情形,用文[4,5]中的多目标进化算法求解问题(4)的一组均匀分布的有效解,求出的该组解即为目标规划的一组分布均匀的解。用这种方法求解目标规划的优点有:(a)由于进化算法不要求目标函数可微,因此可直接多目标进化算法求解问题(4)式;(b)不需要增加约束函数;(c)不管容许决策空间是否凸的,一次运行就能求出目标规划的一组解;(d)求出目标规划的一组解分布均匀。求出目标规划的一组解后,比如可用文[6,7]中的方法确定出需要的解。

3 计算机仿真

本文对下面的两个测试问题进行了数值实验,这两个问题分别为:

问题 1

$$\begin{cases} V - \text{appr}(f_1(x), f_2(x)) \rightarrow (0, 0) \\ s. t. -\pi/4 \leq x_i \leq \pi/4, i=1, 2, \dots, 8, X=(x_1, \dots, x_8) \\ C = x_1 + x_2 + x_3 + x_4, D = x_5 + x_6 + x_7 + x_8 \\ A_1 = 0.5\sin(1) - 2.0\cos(1) + \sin(2) - 1.5\cos(2) \\ A_2 = 1.5\sin(1) - \cos(1) + 2.0\sin(2) - 0.5\cos(2) \\ B_1 = 0.5\sin(C) - 2.0\cos(C) + \sin(D) - 1.5\cos(D) \\ B_2 = 1.5\sin(C) - \cos(C) + 2.0\sin(D) - 0.5\cos(D) \end{cases}$$

其中 $f_1(X) = (C+3)^2 + (D+1)^2$,
 $f_2(X) = 1 + (A_1 - B_1)^2 + (A_2 - B_2)^2$ 。

问题 2

$$\begin{cases} V - \text{appr}(f_1(x), f_2(x)) \rightarrow (0, 0) \\ s. t. -3 \leq x_1 \leq 3, -5 \leq x_2 \leq 5 \end{cases}$$

其中 $x = (x_1, x_2), f_1(x) = \frac{1}{x_1^2 + x_2^2 + 1}, f_2(x) = x_1^2 + 3x_2^2 + 1$ 。

对问题1、问题2分别运行到20、40代,每个问题运行5次。在表1、表2中,将 f_2 的值域等分成5个区间,分别列出了

每次运行两个算法在每个区间内求出的最优解的数目,知最优解相对分布均匀,考察最优解的数量可知算法是否可求出足够多的最优解。

表 1 问题 1 的结果

第 k 次运行	在 f_2 的各区间最优解的数目					最优解总数
	[1.4.6]	[4.6.8.2]	[8.2.11.8]	[11.8.15.4]	[15.4.19]	
1	26	19	5	6	7	63
2	22	10	4	5	4	45
3	21	13	6	5	8	53
4	24	10	7	4	4	49
5	26	17	7	3	5	58

表 2 问题 2 的结果

第 k 次运行	在 f_2 的各区间最优解的数目					最优解总数
	[1.17.8]	[17.8.34.6]	[34.6.51.4]	[51.4.68.2]	[68.2.85]	
1	54	29	16	12	10	121
2	71	30	17	13	15	146
3	63	29	21	8	9	130
4	40	18	23	11	12	104
5	39	25	13	8	7	92

结论 本文利用多目标优化的进化算法给出了求解目标规划新的算法,该算法克服了经典目标规划算法的不足之处,一次运行就能求出一组分布均匀的解,因而具有更强的使用性。计算机模拟的结果也充分表明了算法的有效性。

参考文献

- 胡毓达. 实用多目标最优化. 上海:上海科学技术出版社,1990
- Romero C. Handbook of critical issues in goal programming. Oxford: Pergamon Press
- Steuer R E. Multiple criteria optimization: Theory, computation, and application. New York: Wiley
- 刘海林,王宇平,刘永清. 一种新的正交多目标最优化遗传算法. 计算机工程与应用, 2002,38(11): 27~29,82
- 刘海林,王宇平,刘永清. 带约束多目标最优化问题的一种新的进化算法. 计算机科学, 2002,29(7): 118~120
- 刘健. 在多目标决策中利用基点计算权重. 系统工程理论与实践, 2001,(4): 27~30
- 刘德峰. 权重未知的多目标优选方法. 系统工程与电子技术, 1998,20(8): 41~43

(上接第 41 页)

参考文献

- Gallimore R J, Jennings N R. Cooperating Agents for 3-D Scientific Data Interpretation. IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics - Part C: Applications and Reviews, 1999,29(1)
- Jennings N R. An Agent-based Approach for Building Complex Software Systems. CACM, 2001,44(4): 35~41
- 吴元斌,石纯一. 面向 agent 软件工程. 计算机科学, 2002,29(1): 87~89
- Jennings N R. On agent-based software engineering. Artificial Intelligence, 2000,117(2): 277~296
- Wooldridge M J, Jennings N R. Intelligent Agents: Theory and practice. Knowl. Eng. Rev., 1995,10(2): 115~152
- Advanced Visual Systems. <http://www.avs.com/>
- Iris Explorer. <http://www.nag.co.uk/visual/ie/welcome.html>
- Khoral Research. Inc. <http://www.khoral.com>
- <http://www.Agentbuilder.com/>
- <http://www.tryllian.com/>
- <http://www.lpa.co.uk/ind-top.htm>