# M-Petri 网的两类广义组合并网*)

Two Kinds of General Composition Union Nets for M-Petri Nets

左凤朝

(聊城师范学院计算机科学系　山东聊城 252059)

**Abstract** Two general composition union nets of Petri nets are proposed in this paper. The condition for reserving structural propertie of M-Petri net after composition is discussed. These results provide new methods for analysis of large system with M-Petri nets.

**Keywords** Petri net, M-Petri net, Composition union net, Generalized composition union net, Structural property

## 1 引言

Petri 网理论作为系统模拟与分析的重要工具已在众多领域得到应用，但 Petri 网对于大系统的分析也遇到了一些困难。因此，通过一些较为简单的小网利用某种运算或组合而得到较为复杂的大网，且在组合过程中保持网的某些性质不变，无疑为 Petri 网对于大系统的分析提供了很好的途径。文[1,2]首次提出了 Petri 网的加法、笛积、广义笛积运算，研究了一系列重要性质。文[3,4]定义了 Petri 网的并运算、组合网，讨论了保持网的结构性质及活性的条件。文[5,6]给出两类新的组合网、笛加运算，讨论了保持网的代数性质的条件。文[7]又提出 Petri 网的组合并运算，得到一些好的性质。文[8]提出 M-Petri 网的基本概念。本文进一步讨论 M-Petri 网运算，提出 M-Petri 网的两类广义组合并网，并讨论了保持网的可重复性、相容性、有界性和守恒性的条件。

本文涉及到的基本定义、术语可见文末所列参考文献。

## 2 M-Petri 网的 I 型广义组合并网

**定义 2.1**[7] 设 $N_i=(P_i,T_i;F_i)(i=1,2)$ 为两个 M-Petri 网，称 $N$ 为 $N_1$，$N_2$ 的 $I$ 型组合并网，记作 $N=N_1\underline{\cup}N_2$，是指 $N=(P,T;F)$ 满足条件：(1)$P=P_1\times P_2$，$T=T_1\cup T_2$；(2)$F=F_1\cup F_2$。

设 M-Petri 网 $N$，$N_1$，$N_2$ 的关联矩阵分别为 $A$，$A_1$，$A_2$。不妨使它们的行数相同，且相同标号的行对应相同的变迁，$N_1$，$N_2$ 中不出现的变迁在 $A_1$ 或 $A_2$ 中用对应一行的元素全为零代替。

**定义 2.2** 设 $N_i=(P_i,T_i;F_i)(i=1,2)$ 为两个 M-Petri 网，称 $N$ 为 $N_1$，$N_2$ 的 $I$ 型 $P$-划分组合并网，记作 $N=N_1\underline{\cup}_PN_2$，是指

1)$N_i=N_{i1}+N_{i2}+\cdots+N_{ir}$，$i=1,2$；

2)$N_{ij}=(P_{ij},T_i;F_{ij})$，$j=1,2,\cdots,r$；$i=1,2$；

3)$P_i=P_{i1}\cup P_{i2}\cup\cdots\cup P_{ir}$，$i=1,2$；

4)对$\forall\ j,k:1\leqslant j,k\leqslant r,j\neq k$，都有 $P_{ij}\cap P_{ik}=\varnothing$，$i=1,2$；

5)$F_{ij}:T_i\times P_{ij}\to\{-1,0,1\}$，$j=1,2,\cdots,r$；$i=1,2$；

6)$N=\sum_{j=1}^{r}(N_{1j}\underline{\cup}N_{2j})$。

**定义 2.3** 设 $N_i=(P_i,T_i;F_i)(i=1,2)$ 为两个 M-Petri 网，称 $N$ 为 $N_1$，$N_2$ 的 $I$ 型 $T$-划分组合并网，记作 $N=N_1\underline{\cup}_TN_2$，是指

1)$N_i=N_{i1}+N_{i2}+\cdots+N_{iq}$，$i=1,2$；

2)$N_{ij}=(P_i,T_{ij};F_{ij})$，$j=1,2,\cdots,q$；$i=1,2$；

3)$T_i=T_{i1}\cup T_{i2}\cup\cdots\cup T_{iq}$，$i=1,2$；

4)对$\forall\ j,k:1\leqslant j,k\leqslant q,j\neq k$，都有 $T_{ij}\cap T_{ik}=\varnothing$，$i=1,2$；

5)$F_{ij}:T_{ij}\times P_i\to\{-1,0,1\}$，$j=1,2,\cdots,q$；$i=1,2$；

6)$N=\sum_{j=1}^{q}(N_{1j}\underline{\cup}N_{2j})$。

**定理 2.1** 设 $N_1$，$N_2$，是两个可重复的 M-Petri 网，若 $T_1\cap T_2=\varnothing$，则 $N=N_1\underline{\cup}_PN_2$ 是可重复的 M-Petri 网。

证明：设 $A_i=(A_{i1}A_{i2}\cdots A_{ir})$ 为 M-Petri 网 $N_i$ 的关联矩阵，$A_{ij}$ 为子网 $N_{ij}$ 的关联矩阵($i=1,2$；$j=1,2,\cdots,r$)，若 $T_1\cap T_2=\varnothing$，可以得到 $N=N_1\underline{\cup}_PN_2$ 的关联矩阵为 $A=(A_{11}\otimes V_{21}+V_{11}\otimes A_{21}\ \ A_{12}\otimes V_{22}+V_{12}\otimes A_{22}\cdots A_{1r}\otimes V_{2r}+V_{1r}\otimes A_{2r})$，其中 $V_{ij}$ 和 $A_{ij}$ 为同列数的行向量且元素全为 1($i=1,2$；$j=1,2,\cdots,r$)。若 $N_1$，$N_2$ 是两个可重复的 M-Petri 网，则存在 $n(n=|T_1|+|T_2|)$ 维正整数向量 $X_i$($T_2$ 中变迁在 $X_1$ 中对应分量为 0，$T_1$ 中变迁在 $X_2$ 中对应分量为 0)，使 $A_i^TX_i\geqslant 0$，也即$(X_i^TA_{i1}\ X_i^TA_{i2}\cdots X_i^TA_{ir})^T\geqslant 0$，从而 $X_i^TA_{ij}\geqslant 0(i=1,2;j=1,2,\cdots,r)$。又 $X=X_1+X_2$ 为 $n$ 维正整数向量，故得：

$$
\begin{aligned}
A^TX&=(A_{11}\otimes V_{21}+V_{11}\otimes A_{21}\ \ A_{12}\otimes V_{22}+V_{12}\otimes A_{22}\cdots A_{1r}\otimes V_{2r}\\
&\quad+V_{1r}\otimes A_{2r})^T(X_1+X_2)\\
&=(X_1^TA_{11}\otimes V_{21}+V_{11}\otimes X_2^TA_{21}\quad X_1^TA_{12}\otimes V_{22}+V_{12}\otimes\\
&\quad X_2^TA_{22}\cdots X_1^TA_{1r}\otimes V_{2r}+V_{1r}\otimes X_2^TA_{2r})^T\geqslant 0,
\end{aligned}
$$

从而 $N$ 也是可重复的。同样可以证明：

**定理 2.2** 设 $N_1$，$N_2$ 是两个相容的 M-Petri 网，若 $T_1\cap T_2=\varnothing$，则 M-Petri 网 $N=N_1\underline{\cup}_PN_2$ 也是相容的。

**定理 2.3** 设 $N_1$，$N_2$ 是两个结构有界的 M-Petri 网，若 $T_1\cap T_2=\varnothing$，则 $N=N_1\underline{\cup}_TN_2$ 是结构有界的。

证明：设 $A_i=(A_{i1}^TA_{i2}^T\cdots A_{ir}^T)$ 为 M-Petri 网 $N_i$ 的关联矩阵，$A_{ij}$ 为子网 $N_{ij}$ 的关联矩阵($i=1,2$；$j=1,2,\cdots,q$)，若 $T_1\cap T_2=\varnothing$，则 $N=N_1\underline{\cup}_TN_2$ 的关联矩阵为：

$$
A=\begin{bmatrix}
A_{11}\otimes V_{21}+V_{11}\otimes A_{21}\\
A_{12}\otimes V_{22}+V_{12}\otimes A_{22}\\
\vdots\quad\vdots\quad\vdots\\
A_{1q}\otimes V_{2q}+V_{1q}\otimes A_{2q}
\end{bmatrix}
$$

*)山东省自然科学基金资助课题。左凤朝　副教授，主要研究方向为 Petri 网理论与应用、数据库理论与应用。

其中 $V_{ij}$和 $A_{ij}$为同列数行向量且元素全为 1($i=1,2;j=1,2,\cdots,q$)。若 $N_1$,$N_2$ 是两个结构有界的 M-Petri 网,$A_1$,$A_2$ 分别是 $N_1$,$N_2$ 的关联矩阵,则存在 $m_i$ 维正整数向量 $Y_i=(y_{i1}y_{i2}\cdots y_{im_i})^T$,使 $A_iY_i\leqslant 0$,从而 $A_{ij}Y_i\leqslant 0$ 且 $y_{i1}+y_{i2}+\cdots+y_{im_i}\geqslant 0$,$i=1,2$,$j=1,2,\cdots,q$;令 $Y=Y_1\otimes Y_2$ 为 $m_1m_2$ 维正整数向量,可得,

$$AY=\begin{bmatrix} A_{11}\otimes V_{21}+V_{11}\otimes A_{21} \\ A_{12}\otimes V_{22}+V_{12}\otimes A_{22} \\ \vdots\ \vdots\ \vdots \\ A_{1q}\otimes V_{2q}+V_{1q}\otimes A_{2q} \end{bmatrix}(Y_1\otimes Y_2)=\begin{bmatrix} A_{11}Y_1\otimes V_{21}Y_2+V_{11}Y_1\otimes A_{21}Y_2 \\ A_{12}Y_1\otimes V_{22}Y_2+V_{12}Y_1\otimes A_{22}Y_2 \\ \vdots\ \vdots\ \vdots \\ A_{1q}Y_1\otimes V_{2q}Y_2+V_{1q}Y_1\otimes A_{2q}Y_2 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} A_{11}Y_1\otimes(y_{21}+y_{22}+\cdots+y_{2m_2})+(y_{11}+y_{12}+\cdots+y_{1m_1})\otimes A_{21}Y_2 \\ \vdots\ \vdots\ \vdots \\ A_{12}Y_1\otimes(y_{21}+y_{22}+\cdots+y_{2m_2})+(y_{11}+y_{12}+\cdots+y_{1m_1})\otimes A_{22}Y_2 \\ A_{1q}Y_1\otimes(y_{21}+y_{22}+\cdots+y_{2m_2})+(y_{11}+y_{12}+\cdots+y_{1m_1})\otimes A_{2q}Y_2 \end{bmatrix}\leqslant 0$$

从而 $N$ 也是结构有界的。同理可证:

**定理 2.4** 设 $N_1$,$N_2$ 是两个守恒的 M-Petri 网,若 $T_1\cap T_2=\varnothing$,则 $N=N_1\underline{\cup}_T N_2$ 是守恒的 M-Petri 网。

**推论 2.1** 设 $Y_i$ 是 M-Petri 网 $N_i(i=1,2)$的 $S$-不变量,若 $T_1\cap T_2=\varnothing$,则 $m_1m_2$ 维向量 $Y=Y_1\otimes Y_2$ 是 M-Petri 网 $N=N_1\underline{\cup}_P N_2$ 的 $S$-不变量。

**推论 2.2** 设 $X_i$ 是 M-Petri 网 $N_i(i=1,2)$的 $T$-不变量,若 $T_1\cap T_2=\varnothing$,则 $n(n=|T_1|+|T_2|)$维向量 $X=X_1+X_2$($T_2$ 中变迁在 $X_1$ 中对应分量为 0,$T_1$ 中变迁在 $X_2$ 中对应分量为 0)是 M-Petri 网 $N=N_1\underline{\cup}_T N_2$ 的 $T$-不变量。

## 3 M-Petri 网的 II 型广义组合并网

**定义 3.1**[7] 设 $N_i=(P_i,T_i;F_i)(i=1,2)$为两个 M-Petri 网,称 $N$ 为 $N_1$,$N_2$ 的 II 型组合并网,记作 $N=N_1\underline{\cup}N_2$,若 $N=(P,T;F)$满足条件:(1)$P=P_1\cup P_2$,$T=T_1\times T_2$;(2)$F=F_1\cup F_2$。

设 M-Petri 网 $N$,$N_1$,$N_2$ 的关联矩阵分别为 $A$,$A_1$,$A_2$。不妨使它们的列数相同,且相同标号的列对应相同的库所,$N_1$,$N_2$ 中不出现的库所在 $A_1$ 或 $A_2$ 中用对应一列的元素全为零代替。

**定义 3.2** 设 $N_i=(P_i,T_i;F_i)(i=1,2)$为两个 M-Petri 网,称 $N$ 为 $N_1$,$N_2$ 的 II 型 P-划分组合并网,记作 $N=N_1\underline{\cup}_P N_2$,是指

1)$N_i=N_{i1}+N_{i2}+\cdots+N_{ir}$,$i=1,2$;

2)$N_{ij}=(P_{ij},T_i;F_{ij})$,$j=1,2,,r$;$i=1,2$;

3)$P_i=P_{i1}\cup P_{i2}\cup\cdots\cup P_{ir}$,$i=1,2$;

4)对$\forall\ j,k$;$1\leqslant j,k\leqslant r$,$j\neq k$,都有 $P_{ij}\cap P_{ik}=\varnothing$,$i=1,2$;

5)$F_{ij}$:$T_i\times P_{ij}\to\{-1,0,1\}$,$j=1,2,\cdots,r$;$i=1,2$;

6)$N=\sum_{j=1}^{r}(N_{1j}\underline{\cup}N_{2j})$。

**定义 3.3** 设 $N_i=(P_i,T_i;F_i)(i=1,2)$为两个 M-Petri 网,称 $N$ 为 $N_1$,$N_2$ 的 II 型 P-划分组合并网,记作 $N=N_1\underline{\cup}_T N_2$,是指

1)$N_i=N_{i1}+N_{i2}+\cdots+N_{iq}$,$i=1,2$;

2)$N_{ij}=(i,T_{ij};F_{ij})$,$j=1,2,,q$;$i=1,2$;

3)$T_i=T_{i1}\cup T_{i2}\cup\cdots\cup T_{iq}$,$i=1,2$;

4)对$\forall\ j,k$:$1\leqslant j,k\leqslant q$,$j\neq k$,都有 $T_{ij}\cap T_{ik}=\varnothing$,$j=1,2$;

5)$F_{ij}$:$T_{ij}\times P_i\to\{-1,0,1\}$,$j=1,2,,q$;$i=1,2$;

6)$N=\sum_{j=1}^{q}(N_{1j}\underline{\cup}N_{2j})$。

**定理 3.1** 设 $N_1$,$N_2$ 是两个可重复的 M-Petri 网,若 $P_1\cap P_2=\varnothing$,则 M-Petri 网是 $N=N_1\underline{\cup}_P N_2$ 是可重复的。

证明:设 $A_i=(A_{i1}A_{i2}\cdots A_{ir})$为 M-Petri 网 $N_i$ 的关联矩阵,$A_{ij}$为子网 $N_{ij}$的关联矩阵($i=1,2;j=1,2,\cdots,r$),若 $P_1\cap P_2=\varnothing$,则 $N=N_1\underline{\cup}_P N_2$ 的关联矩阵为 $A=(A_{11}\otimes V_{21}^T+V_{11}^T\otimes A_{21}\quad A_{12}\otimes V_{22}^T+V_{12}^T\otimes A_{22}\cdots A_{1r}\otimes V_{2r}^T+V_{1r}^T\otimes A_{2r})$,其中 $V_{ij}^T$为和 $A_{ij}$同行数的列向量且元素全为 1($i=1,2;j=1,2,\cdots,r$)。若 $N_1$,$N_2$ 是两个可重复的 M-Petri 网,则存在 $n_i$ 维正整数向量 $X_i$,使 $A_i^TX_i\geqslant 0$,也即$(X_i^TA_{i1}X_i^TA_{i2}\cdots X_i^TA_{ir})^T\geqslant 0$,$i=1,2$;且 $X_1^TV_{1j}=x_{11}+x_{12}+\cdots+x_{1n_1}\geqslant 0$,$X_2^TV_{2j}=x_{21}+x_{22}+\cdots+x_{2n_2}\geqslant 0(j=1,2,\cdots,r)$,则对 $n_1n_2$ 维正整数向量 $X=X_1\otimes X_2$,可得:

$$\begin{aligned}A^TX&=(A_{11}\otimes V_{21}^T+V_{11}^T\otimes A_{21}A_{12}\otimes V_{22}^T+V_{12}^T\otimes A_{22}\cdots A_{1r}\otimes V_{2r}^T+V_{1r}^T\otimes A_{2r})^T(X_1\otimes X_2)\\&=(X_1^TA_{11}\otimes X_2^TV_{21}+X_1^TV_{11}\otimes X_2^TA_{21}\quad X_1^TA_{12}\otimes X_2^TV_{22}+X_1^TV_{12}\otimes X_2^TA_{22}\cdots X_1^TA_{1r}\otimes X_2^TV_{2r}+X_1^TV_{1r}\otimes X_2^TA_{2r})^T\geqslant 0,\end{aligned}$$

从而 $N$ 也是可重复的。同样可以证明:

**定理 3.2** 设 $N_1$,$N_2$ 是两个相容的 M-Petri 网,若 $P_1\cap P_2=\varnothing$,则 $N=N_1\cup_P N_2$ 也是相容的 M-Petri 网。

**定理 3.3** 设 $N_1$,$N_2$ 是两个结构有界的 M-Petri 网,若 $P_1\cap P_2=\varnothing$,则 $N=N_1\underline{\cup}_T N_2$ 是结构有界的。

证明:设 $A_i=(A_{i1}^TA_{i2}^T\cdots A_{ir}^T)^T$ 为 M-Petri 网 $N_i$ 的关联矩阵,$A_{ij}$为子网 $N_{ij}$的关联矩阵($i=1,2;j=1,2,\cdots,q$),则 $N=N_1\underline{\cup}_T N_2$ 的关联矩阵为:

$$A=\begin{bmatrix} A_{11}\otimes V_{21}^T+V_{11}^T\otimes A_{21} \\ A_{12}\otimes V_{22}^T+V_{12}^T\otimes A_{22} \\ \vdots\quad\vdots\quad\vdots \\ A_{1q}\otimes V_{2q}^T+V_{1q}^T\otimes A_{2q} \end{bmatrix}$$

其中 $V_{ij}^T$为和 $A_{ij}$同行数的列向量且元素全为 1($i=1,2;j=1,2,\cdots,q$)。若 $N_1$,$N_2$ 是两个结构有界的 M-Petri 网,则存在 $m$($m=|P1|+|P_2|$)维正整数向量 $Y_i$($P_2$ 中变迁在 $Y_1$ 中对应分量为 0,$P_1$ 中变迁在 $P_2$ 中对应分量为 0),使 $A_iY_i\leqslant 0$,从而 $A_{ij}Y_i\leqslant 0$,$i=1,2$,$j=1,2,\cdots,q$;构造 $m$ 维向量 $Y=Y_1+Y_2$,可以得到

$$AY=\begin{bmatrix} A_{11}\otimes V_{21}^T+V_{11}^T\otimes A_{21} \\ A_{12}\otimes V_{22}^T+V_{12}^T\otimes A_{22} \\ \vdots\quad\vdots\quad\vdots \\ A_{1q}\otimes V_{2q}^T+V_{1q}^T\otimes A_{2q} \end{bmatrix}(Y_1+Y_2)=\begin{bmatrix} A_{11}Y_1\otimes V_{21}^T+V_{11}^T\otimes A_{21}Y_2 \\ A_{12}Y_1\otimes V_{22}^T+V_{12}^T\otimes A_{22}Y_2 \\ \vdots\quad\vdots\quad\vdots \\ A_{1q}Y_1\otimes V_{2q}^T+V_{1q}^T\otimes A_{2q}Y_2 \end{bmatrix}\leqslant 0$$

从而 $N$ 也是结构有界的。同理可证：

**定理 3.4** 设 $N_1$，$N_2$ 是两个守恒的 M-Petri 网，若 $P_1\cap P_2=\varnothing$，则 $N=N_1\underline{\cup}_T N_2$ 是守恒的 M-Petri 网。

**推论 3.1** 设 $Y_i$ 是 M-Petri 网 $N_i(i=1,2)$的 S-不变量，若 $P_1\cap P_2=\varnothing$，则 $m(m=|P_1|+|P_2|)$维向量 $Y=Y_1+Y_2$($P_2$ 中库所在 $Y_1$ 中对应分量为 0，$P_1$ 中库所在 $P_2$ 中对应分量为 0)是 M-Petri 网 $N=N_1\underline{\cup}_P N_2$ 的 S-不变量。

**推论 3.2** 设 $X_i$ 是 M-Petri 网 $N_i(i=1,2)$的 T-不变量，若 $P_1\cap P_2=\varnothing$，则 $n_1n_2$ 维向量 $X=X_1\otimes X_2$ 是 M-Petri 网 $N=N_1\underline{\cup}_T N_2$ 的 T-不变量。

## 4 举例

图 1 中 $N_1$，$N_2$ 是相容的 M-Petri 网，由定理 2.2 和定理 3.2 知 I 型组合并网 $N_1\underline{\cup}N_2$ 和 II 型组合并网 $N_1\underline{\underline{\cup}}N_2$ 是相容的 M-Petri 网。

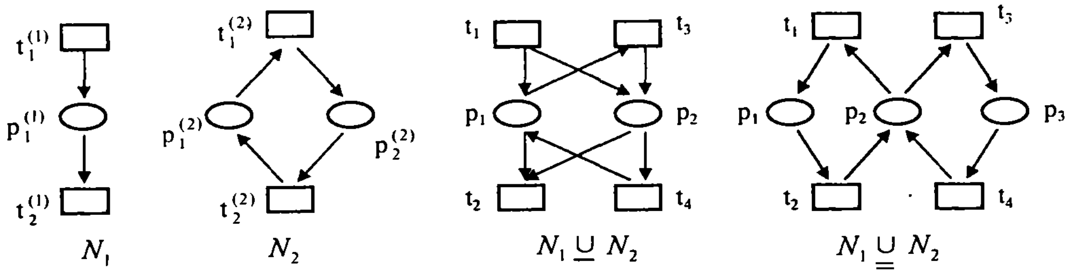


图 1

**结束语** 本文给出的两种 M-Petri 网运算：M-Petri 网的 I 型广义组合并运算和 II 型广义组合并运算，分别是在库所集、变迁集上取笛积，讨论了保持网的结构性质的条件。讨论网运算的性质及如何降低条件使已有网运算还能很好地保持网的性质仍是进一步讨论的内容。

## 参 考 文 献


1 Jiang Changjun，Wu Zhehui. Net operations. Journal of Computer Science and Technology，1992，7(4)：333～344

2 蒋昌俊. Petri 网的广义笛积运算. 自动化学报，1993，19(6)：745～748

3 王培良，蒋昌俊. Petri 网的并运算. 西北大学学报，1997，27(增刊)：111～114

4 杜玉越，李孝忠，等. 一种组合 Petri 网的性能分析. 西北大学学报，1997，27(增刊)：126～129

5 李孝忠，杜玉越. 两类组合 Petri 网与性能分析. 软件学报，1998，9(8)：619～621

6 李孝忠，杜玉越. Petri 网的笛加运算及性质研究. 小型微型计算机系统，1998，19(9)：50～54

7 李孝忠，王文德，杜玉越. Petri 网的组合并运算及性质. 计算机科学，2000，27(8)：59～62

8 左凤朝，王文德. M-Petri 网及性能分析. 计算机科学，2001，28(5)：120～122

9 杜玉越，李孝忠，曹德范. 同步合成网的结构性质分析. 东南大学学报，1999，29(5)：26～30

10 Murata T. Petri nets：Properties，analysis and applications. Proceedings of the IEEE，1989，77(4)：541～580


---

(上接第 23 页)

分。这是由于任意一个测试 $t=ap_i$，在任意一个状态 $q_i$ 下，都会有一个值是 true 或 false。是 true 时，对应于 n 位二进制数编码的第 i 位为 1，否则为 0。这样这个测试 t 就在对应于这个 n 位二进制数编码的测试类中，其次，任意两个不同的测试类，它们对应的二进制编码也不同，至少它们在某一个第 i 位取值不同，一个为 1，一个为 0。于是它们将是 $L_{i1}p_1\cup L_{i2}p_2\cup\cdots\cup L_{ir}p_r$ 和 $\bar{L}_{i1}p_1\cup\bar{L}_{i2}p_2\cup\cdots\cup\bar{L}_{ir}p_r$。在我们把这些测试类求交时，这两项也要作交运算，而它们的交为 $\phi$。所以两个不同的测试类的交是 $\phi$。

其次，我们证明这些测试类确实为测试等价类。

如果 $t_1\equiv t_2$，设 $t_1=a_1p_k$，$t_2=a_2p_l$，对于任意 $q_i\in Q$，$q_ia_1p_k=q_ia_2p_l$，所以它们对所有状态测试的结果，对应于同一个二进制编码，因而在上面的同一个测试类中。反之，对于同一个测试类中的两个测试 $t_1=a_1p_k$，$t_2=a_2p_l$，由于它们对所有状态的测试对应于同一个二进制编码，因此，$q_ia_1p_k=q_ia_2p_l$，即 $t_1\equiv t_2$。

这样，我们得到了环境自动机 $\mathscr{E}$ 的测试等价类的结构。

**定理 3** 环境自动机 $\mathscr{E}$ 的测试等价类为：

$\{\bigcap_{i=1}^{n}(\bigcup_{j=1}^{r}\tilde{L}_{ij}p_j)\mid$ 其中交项为 $\bigcup_{j=1}^{r}L_{ij}p_j$ 或 $\bigcup_{j=1}^{r}\bar{L}_{ij}p_j$，$i=1,2,\cdots,n\}$

按照文[4]，每一个 $L_{ij}$ 或 $\bar{L}_{ij}$ 都是可以有正则表达式的，因而 $\mathscr{E}$ 的测试等价类也可以有正则表达式。

## 参 考 文 献


1 Rivest R L，Schapire R E. Diversity-Based Inference of Finite Automata. Journal of the Association for Computing Machinery，1994，41(3)

2 Angluin D. Learning Regular Sets from Queries and Counterexamples. Inf. Computation，75，Nov. 87～106

3 沈虹. 计算理论基础. 陕西人民出版社

4 沈虹. 有限自动机的正则表达式的范式. 西安工业学院学报，2001，21(3)