标识部分集合二结构(LPS2S)的深重命名及其应用*)

Deep Rename of LPS2S and Applications

蒋树强　蒋昌俊　张　鹏

(山东科技大学计算机科学与工程系　泰安271019)　(同济大学计算机科学与工程系　上海200092)

Abstract　This paper discusses the hiberarchy of LPS2S, gives the definition of deep rename of LPS2S, thus deeply investigates properties of LPS2S. In the end, we gives a sufficient and necessary condition for $h\in lps2s$, if there exists $g\in\overline{LP2S}$, $h=regv(g)$.

Keywords　2-structure, Rename, Deep rename, Base

文[4]对 LPS2S 与 Petri 网(EN 系统或 C/E)之间的联系做了深入分析。LPS2S 与并发系统的联系,对于 Petri 网理论与变迁系统来说更是如此;此外二结构本身也有丰富的理论。我们知道,LPS2S 是在标识部分二结构(LP2S)的基础上构造出来的,我们感兴趣的是 lp2s 经过域映射与重命名作用所得到的 lps2s,即 BREGV 与 REGV 中的元素。本文提出的 DLP2S 与深重命名的概念能使我们更加深入地认识 LPS2S。

1. 基本概念

设 D 为一非空有限集合,$2^D=\{C|C$ 是 D 的子集$\}$,$E_2(D)=\{(x,y)|x,y\in D,x\neq y\}$;X、Y 为非空有限集合,$osd(X,Y)=(X-Y,Y-X)$。

定义1　一个部分二结构(P2S)为一个三元组 $g=(D,F,R)$,其中 D 是一个非空有限集,$F\subseteq E_2(D)$,R 是 F 上的等价关系。

定义2　一个标识部分二结构(LP2S)为一个五元组 $g=(D,F,R,\Delta,\delta)$,其中(D,F,R)是一个部分二结构,Δ 为一个有限集,δ 是从 F 到 Δ 的映射,满足对所有 $e_1,e_2\in F$,$\delta(e_1)=\delta(e_2)$当且仅当 e_1Re_2。

标识部分集合二结构可通常用四元组 $g(D,F,\Delta,\delta)$来表示。

定义3　设 x 为一个集合并且 $g=(D,F,\Delta,\delta)\in LP2S$,g 是 x 上的标识部分集合二结构当且仅当 $D=2^x$,$\Delta=\{(y,z):y,z\in 2^x,y\cup z=\phi\}$,并且对所有$(x,y)\in E_2(D)$,$\delta(x,y)=osd(x,y)$,若 g 是 x 上的标识部分集合二结构。则 g 是标识部分集合二结构($LPS2S$)。

定义4　设 $g\in LPS2S$,g 的基为集合 $\bigcup dom(g)$。

定义5　设 $g_1=(D_1,F_1,\Delta_1,\delta_1)$,$g_2=(D_2,F_2,\Delta_2,\delta_2)$为 LPS2S,$X_1$为 g_1的基,X_2为 g_2的基;从 X_1到 X_2的双射 φ 称为 g_1到 g_2的重命名当且仅当(i)、(ii)、(iii)成立:

(i)$D_2=\{\bar{\varphi}(u):u\in D_1\}$,其中 $\bar{\varphi}$ 是 D_1到 D_2的映射且满足 $\forall\ u\in D_1$,$\bar{\varphi}(u)=\{\varphi(a)|a\in u\}$;

(ii)$\forall\ (x,y)\in E_2(D_1)$,$(x,y)\in E_2(D_1)$,当且仅当$(\bar{\varphi}(x),\bar{\varphi}(y))\in F_2$;

(iii)$\Delta_2=\{(\bar{\varphi}(u),\bar{\varphi}(v))|(u,v)\in\Delta_1\}$。

如果存在 g_1到 g_2的重命名映射,就称 g_2是 g_1的一个重命名。

标识二结构理论中的概念和术语很多,这里只给出本文主要用到的一些,对于其它涉及到的概念和术语可参看文[3]。下面为几个新的定义:

定义6　D 是一个有限集合,若 D 的任意元素都是集合,称 D 为深集合,否则 D 为浅集合;若 $D=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$为深集合,则 $D'=\bigcup_{i=1}^{n}a_i$ 称为 D 的元素基。

若 $D_1=\{\{1,2\},\{a,b\},\{3,4\}\}$,$D_2=\{\{a,b\},\{2,\{4,5\}\},\phi\}$,则 D_1、D_2都是深集合;D_1的元素基 $D_1'=\{1,2,a,b,3,4\}$,D_2的元素基 $D_2'=\{a,b,2,\{4,5\}\}$。

定义7　设 $g\in LPS2S$,若 g 的基为深集合,则称 g 为深标识局部集合二结构(DLPS2S),否则称为浅标识局部集合二结构(LLPS2S)。

由定义7即得:

推论1　$h\in LPS2S$,若$\exists\ g\in LP2S$,$regv(g)=h$,则 $h\in DLPS2S$。

此推论虽然易得,却体现了 DLPS2S 与 LLPS2S 之间的本质区别。

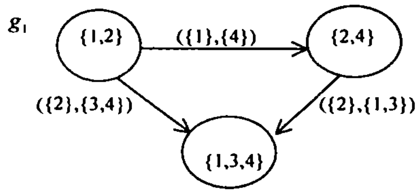


图1

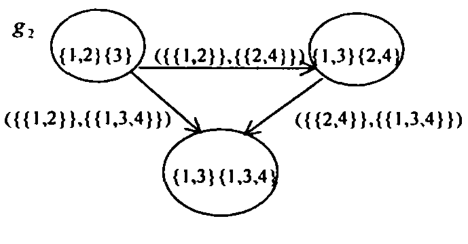


图2

图 1 中 g_1 为 LLPS2S,$base(g_1)=\{1,2,3,4\}$,g_2 为 DLPS2S,$base(g_2)=\{\{1,2\},\{1,3\},\{2,4\},\{1,3,4\}\}$,$base(g_2)$的元素基为$\{1,2,3,4\}$。

定义8　设 $g_1=(D_1,F_1,\Delta_1,\delta_1)$,$g_2=(D_2,F_2,\Delta_2,\delta_2)$为

*)国家自然科学基金、教育部优秀青年教师教学科研奖励计划资助项目.

DLPS2S，X_1为$base(g_1)$的元素基，X_2为$base(g_2)$的元素基，从X_1到X_2的双射φ称为g_1到g_2的深重命名当且仅当(1)、(2)成立：(1)$base(g_2)=\{\bar{\varphi}(u), u\in base(g_1)\}$，其中$\bar{\varphi}$是$D_1$到$D_2$的映射，满足$\forall\ u\in base(g_1)$，$\bar{\varphi}(u)=\{\varphi(a), a\in u\}$；(2)$\varphi$称为$g_1$到$g_2$的重命名。

若存在g_1到g_2的深重命名映射，就称g_2是g_1的一个深重命名，或者说g_1，g_2出于深重命名关系。

推论2 深重命名关系是一种等价关系。

证明：显然，深重命名关系满足自反、对称和传递关系。

2. 主要结果

定理1 设$g\in LP2S$，$h=regv(g)$，则$h\in DLPS2S$，若X为$base(h)$的元素基，则：

(1)$|Y|\geqslant h$并且$\forall\ a\in X$，$\exists\ D_a\in dom(h)$，满足$\forall\ X_1\in D_a$，$a\in X_1$；并且不存在不属于D_a的X_2，使$a\in X_2$；

(2)$\forall\ D\in dom(h)$，$Y\in D$；

(3)$a,b\in Y$，若$D_a\subseteq D_b$，则$D_a=D_b$。

证明：(1)显然$Y=dom(g)$，所以$|Y|\geqslant h$，$\forall\ a\in dom(g)=Y$，$\exists\ R_g(a)\in dom(h)$，则$R_g(a)$即为$D_a$；

(2)Y是g的所有元素的域，故$\forall\ D\in dom(h)$，$Y\in D$；

(3)$a,b\in Y=dom(g)$，若$R_g(a)\subseteq R_g(b)$，$R_g(a)=R_g(b)$，因此$D_a=D_b$。

定理1为$h\in LPS2S$，$h\in REGV$的三个必要条件而非充分条件，什么样的条件为充要条件呢？下面做进一步的讨论。

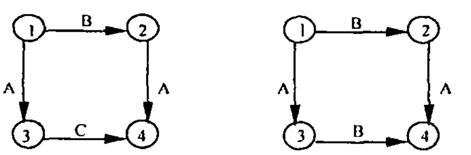
定理2 若$g,h\in lp2s$，g和h同构，则$regv(g)$和$regv(h)$处于深重命名关系($regv(g)\ dren\ regv(h)$)。

证明：若g和h同构，设φ为g到h的同构映射，则$\forall\ x\in base(regv(g))$，x为g的域，当且仅当存在$y\in base(regv(h))$，y为h的域，且$y\in\{\varphi(a), a\in x\}$，令$\phi(x)=y$，则映射$\phi$为$regv(g)$到$regv(h)$的重命名映射，故($regv(g)\ dren\ regv(h)$)。

定理3 若$h=(D_h,F_h,\Delta_h,\delta_h)$，$h_1=(D_{h1},F_{h1},\Delta_{h1},\delta_h)$为$DLPS2S$，h dren h'，若$g=(D_g,F_g,\Delta_g,\delta_g)\in LP2S$，$h=regv(g)$，则$\exists\ g_1=(D_{g1},F_{g1},\Delta_{g1},\delta_{g1})\in$ LP2S，使$h_1=regv(g_1)$且g和g_1同构。

证明：设φ为h到h_1到的深重命名映射，设x为base(h)的元素基，x_1为$base(h_1)$的元素基，φ则是x到x_1的一一映射，由于dom(g)=x，则φ是dom(g)到x_1的一一映射。这里构造$g_1\in LP2S$，$x_1=dom(g_1)$且g_1和g同构。则g的域与g_1的域之间有一个一一对应关系。设此一一映射为f，则$\forall\ R_1\in R_g$，$f(R_1)=\{\varphi(a)\mid a\in R_1\}\in Rg_1$，又$\forall\ a\in dom(g)$，$Rg(a)\in dom(regv(g))$，则$Rg_1(\varphi(a))\in dom(h')$，且若$(\varphi(a))$，$(\varphi(b))\in Fg_1$，则$(Rg(\varphi(a)), Rg(\varphi(b)))\in F_{h_1}$，所以$regv(g_1)=h_1$。

虽然前面的定理揭示了域映射与深重命名之间的关系，但下面的结论却不成立：若$g,h\in LP2S$，若$regv(g)\ dren\ regv(h)$，则g和h同构。举例说明：



g_3 g_4

图3

图2中，g_3，g_4的域是完全相同的。

$Z_0=\{1,2,3,4\}$， $\bar{Z}_0=\varphi$，

$Z_1=\{1,2\}$， $\bar{Z}_1=\{3,4\}$，

$Z_2=\{1,3\}$， $\bar{Z}_2=\{2,4\}$。

于是：$Rg_3(1)=Rg_4(4)=\{Z_0,Z_1,Z_2\}$，

$Rg_3(2)=Rg_4(2)=\{Z_0,Z_1,\bar{Z}_2\}$，

$Rg_3(3)=Rg_4(3)=\{Z_0,\bar{Z}_1,Z_2\}$，

$Rg_3(4)=Rg_4(4)=\{Z_0,\bar{Z}_1,\bar{Z}_2\}$。

因此：$regv(g_3)=regv(g_4)$，如图3所示：

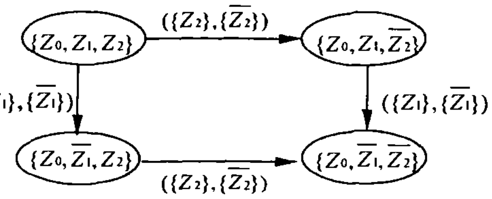


图4

显然，$regv(g_3)$ dren $regv(g_4)$，但g_3和g_4不同构，故前面所说的结论不成立。

引理1 若$h,h'\in DLPS2S$，h dren h'，若$\exists\ g\in\overline{LP2S}$，$h=regv(g)$，则$\exists\ g'\in\overline{LP2S}$，$h'=regv(g')$。

证明：由定理3，$\exists\ g'\in\overline{LP2S}$，$h'=regv(g')$，g和g'同构，由于$g\in\overline{LP2S}$，因此$g'\in\overline{LP2S}$。

定理4 $h\in LPS2S$，若$\exists\ g\in\overline{LP2S}$，$h=regv(g)$，当且仅当$h\in DLPS2S$，并且h dren regv(h)。

证明：若存在$g\in\overline{LP2S}$，$h=regv(g)$，显然，$h\in DLPS2S$，又g和h同构，由定理2可知$regv(g)$ dren $regv(h)$，因此，h dren $regv(h)$。

若$h\in DLPS2S$，h dren $regv(h)$，由定理1即得$\exists\ g\in\overline{LP2S}$，h=regv(g)。

参考文献

1 Ehrenfeucht A, Rozenberg G. Theory of 2-structures, Part I: clans, basic subclasses and morphisms. Theort. Comput. Sci., 1990, 70: 277~303

2 Ehrenfeucht A, Rozenberg G. Theory of 2-structures, Part II: representation through labeled tree families. Theort. Comput. Sci., 1990, 70: 305~342

3 Ehrenfeucht A, Rozenberg G. Theory of 2-structures, Primitive is hereditary for 2-structures. Theort. Comput. Sci., 1990, 70: 343~358

4 Ehrenfeucht A, Rozenberg G. Partial(set) 2-structures, Part I: basic notions and representation problem. Acta Inf., 27: 315~342

5 Ehrenfeucht A, Rozenberg G. Partial(set) 2-structures, Part II: State space of concurrent systems. Acta Inf., 27: 343~368

6 Jiang S Q, Jiang C J. Algebra Contructions and Operations of Transition Systems. Adv. in Syst. Sci. and Appl., 2001, 2

7 Jiang C J. Testing of Functions of Complex Systems Based on Synchronous Composition Nets. Studied on Information Control, 2000, 4

8 Jiang changjun. PN machine theories of discrete event systems. beijing: Science Press, 2000