

基于多重分形描述的图像边缘检测方法

Image Edge Detection based on Multifractal Description

万中美

(河海大学数学系 南京210024)

Abstract A method of image edge detection based on multifractal description is presented. We define the measure of a region as a given function of the gray levels of the points of the region, then compute exponent and multifractal spectrum for each pixel, finally extract edge using multifractal spectrum. Experiment proves this method is superior to fractal method.

Keywords Edge detection, Multifractal description

一、引言

边缘是图像的最基本特征。边缘中包含着有价值的目标边界信息,这些信息可以用于图像分析、目标识别以及图像滤波。传统的边缘检测算子有 Marr 算子、Robert 算子、Sobel 算子、拉普拉斯算子等方法,其核心思想是假设边缘点对应于原始图像灰度级梯度的局部极值点。

本文尝试用多重分形的方法来检测边缘。分形有单一分形和多重分形,它们在本质上描述了对对象的复杂性和自相似性。但单一的分形维数不能完全刻画信号的特征。而多重分形谱比单一的分形维数能提供更多的信息。实验表明该方法比分形方法^[1]具有良好的边缘检测效果。

二、多重分形原理

多重分形研究物理量或其它量在几何支集上的分布。支集可以是通常的规则集,如平面、球面、几何实体等,也可以是分形集。

定义1^[2] 定义在一个紧支集 Ω 上的测度 μ 称为是多重分形,如果对任意 $x \in \Omega$, 存在 $\alpha(x)$, 使得 $\mu(B_r(x)) \propto r^{\alpha(x)}$ (r 较小) (1)

其中 $B_r(x)$ 是中心位于 x 、半径为 r 的球。 $\alpha(x)$ 称为关于 x 的 Hölder 指数。

令 $E_\alpha = \{x; x \in \Omega \text{ 且 } \alpha(x) = \alpha\}$ 。定义谱 $f(\alpha) = FD(E_\alpha)$ 。由以上定义知,测度 μ 的谱 $(\alpha, f(\alpha))$ 给出了一个集合的局部 α 与整体 $f(\alpha)$ 的描述。 α 刻画了测度的奇异性,因此亦称作奇异性指数或局部分形指数。多重分形奇异谱 $f(\alpha)$ 表征了奇异值 α 所在集合的差别,反映了 α 在某个子集上出现的次数。 $\alpha - f(\alpha)$ 谱是描述多重分形的一套基本语言。

定义2^[2] 让 $\{C_i\}_{1 \leq i \leq N_\delta}$ 是与测度 μ 的支集相交的 N_δ 个 δ 网格坐标立方体,那么多重分形的广义维数定如下:

$$D_q = -\frac{1}{q-1} \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log(\sum_i \mu(C_i)^q)}{\log \delta} \quad (q \in \mathbb{R}, q \neq 1)$$

$$D_q = -\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log(\sum_i \mu(C_i) \log \mu(C_i))}{\log \delta} \quad q=1 \quad (2)$$

现在已经证明 D_0 对应测度 μ 支集的分形维数, D_1 对应测度的信息维数, D_2 对应其关联维数,由此可知,广义维数 D 实际上包含了分形理论所涉及的全部维数,并且扩展了分形理论的内涵。

研究表明多重分形理论为图像分析提供了强有力的工具,其中 Hölder 指数 α 可用于基于奇异性的图像分割,多重分形维数用于基于纹理的图像分割,多重分形谱用于奇异特征提取和分类。

进一步通过 Legendre 变换^[3]得到广义维数谱 $f(\alpha) = q\alpha - (q-1)D_q$ (3)

三、基于多重分形的边缘检测方法

图像的边缘可认为是有奇异值的点的集合,边缘可由局部的 Hölder 指数 α 及整体的谱 $f(\alpha)$ 来刻画, $f(\alpha)$ 表征了 α 出现频率的多少。若 $f(\alpha)$ 小于零,则表示 α 出现的频率很少。 $f(\alpha) = 1$ 对应于规则轮廓, $0 \leq f(\alpha) < 1$ 对应于角点、特殊的点, $1 < f(\alpha) < 2$ 对应于非常不规则的边缘。

对图像而言,测度 μ 常为图像灰度的函数,如我们可定义如下几种测度。

设 Ω 为一个区域, $I(x, y)$ 为点 (x, y) 的灰度,则 $\mu_{\max}(\Omega) = \max(I(x, y))$ 其中 $(x, y) \in \Omega$, $(\mu_{\max}(\Omega))$ 代表区域 Ω 中像素灰度最大值)
 $\mu_{\min}(\Omega) = \min(I(x, y))$, $(x, y) \in \Omega$, $(\mu_{\min}(\Omega))$ 代表区域 Ω 中像素灰度最小值)
 $\mu_s(\Omega) = \sum_{(x, y) \in \Omega} I(x, y)$
 $(\mu_s(\Omega))$ 代表区域 Ω 中像素灰度和)
 边缘检测步骤:

(下转第127页)

2. FIR 理论设计

在本论文中,我们采用有限长单位冲击响应(FIR)滤波器,并使用窗函数设计法。经过理论推导,可得滤波器系数如下:

$$h(n) = \begin{cases} \frac{\omega_c}{\pi} \frac{\sin[\omega_c(n - \frac{N-1}{2})]}{\omega_c(n - \frac{N-1}{2})}, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & n \text{ 为其它值} \end{cases}$$

3.3 实验结果

我们设定的三个截止频率分别是1000 Hz、2000 Hz 和3000 Hz。在设计中对语音信号的采样频率设定为8k Hz,就可以定出滤波器系数序列的具体值了。将不同的滤波器系数序列带入编好的处理程序当中,在图5中,我们就可以看到不同的截止频率所对应的不同的滤波器特性及其处理效果了。

图5中,频率波形显示的滤波截止频率分别是1000Hz 和3000Hz 左右(黑线所示),这与理论上所设定的低通滤波器正好是符合的。在实验进行的现场,我们听到了滤波前、后语音的差异,滤波后已经

没有了滤波前所夹杂的高频干扰吱吱声。 $f_c = 1000$ Hz 时,语音的效果有断续现象, $f_c = 3000$ Hz 时语音的效果很好。这是因为人类语音的频率范围是300-3000Hz,当设定截止频率为3000Hz,不仅达到了很好的滤波效果,同时对音质的损伤相对1000Hz 要小很多,在图5所示的300-3000Hz 范围内,我们可以看到颇有规律的语音频谱信号。因此,在系统要求不是很苛刻的情况下,我们可以初步设定人类语音信号低通截止频率为3000Hz。在某些情况下,可以采用带通滤波器来得到更好的效果。

小结 本论文工作可以作为用 DSP 系统进行语音处理和分析的研究、试验平台,系统具有便于升级、高速的特点,并具有较高的应用价值。

参考文献

- 1 王念旭,等编著. DSP 基础与应用系统设计. 北京航空航天大学出版社,2001
- 2 程佩青,等编著. 数字信号处理教程. 清华大学出版社,1995
- 3 L. R. 拉宾纳, R. W. 谢弗. 语音信号数字处理. 科学出版社,1983
- 4 雷传华. 连接数字语音识别系统的 DSP 实时实现. 上海交通大学学报,1999,33(12)

(上接第148页)

1. 求测度 $\mu(x, y)$ 。

首先取一系列邻域半径分别为:1, $\sqrt{2}$, 2, $\sqrt{5}$, $2\sqrt{2}$, 3, $\sqrt{10}$, 然后由以上定义的测度公式,计算出相应的测度。

2. 求 Hölder 指数 $\alpha(x, y)$ 及广义维数 $D(x, y)$ 。分别根据定义(1)、(2),用最小二乘法拟合由步骤(1)所得的数据点对,由拟合直线的斜率即可求出每点的 $\alpha(x, y)$ 及 $D(x, y)$ 。

3. 求谱 $f(\alpha(x, y))$ 。利用步骤(2)所得数据,根据公式(3)计算出每一点谱 $f(\alpha(x, y))$ 。

4. 提取边缘。当 $f(\alpha(x, y)) \approx 1$ 时,标记点 (x, y) 为边缘点。

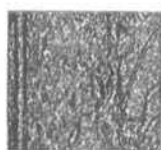
四、试验及分析

图(a)为256×256的 Lenna 原图,图(b)为用分

形方法^[1]检测出的边缘图,图(c)为采用本文的方法检测出的边缘图。由此看出,分形方法对噪音很敏感,检测出的伪边缘及噪音较多,而本文的方法具有较强的抗噪性,且能检测出较丰富的边缘。



图(a)



图(b)



图(c)

参考文献

- 1 巫兆聪,方圣辉. 基于分形理论的 SAR 图像边缘检测. 2000,25(1):334~336
- 2 Levy-Vehel J, Mignot P. Multifractal segmentation of images. Fractals,1994,2(3):371~377
- 3 李后强,汪富泉. 分形理论及其在分子科学中的应用. 科学出版社,1997