

图形图像噪声滤除的聚类分析算法^{*})

Image Denoising via Pixel Clustering

李存华 孙志挥

(东南大学计算机科学与工程系 南京210018)

Abstract Image denoising is a very important procedure in many image-related applications. While serials of wavelet-based denoising schemes exist in image handling, none of them fits well to all images. In fact, "one's noise is another's signal", there is no common criteria to rule a pixel in the image as noise or normal. Therefore, most denoising algorithms make presumption of the image, such as additive Gaussian (white) noise. This paper treats noisy points as isolating pixels which are discernible in color attributes from the neighbor pixels. Inspired by the idea of clustering analysis, this paper formulates the distance between pixels and makes use of density function on pixel dataset of the image. An analytical definition of image noise is introduced followed by a denoising algorithm. A set of experiments and real world application show that this novel approach is quiet promising both on handling efficiency and denoising quality when employed to various kinds of images.

Keywords Image, Denoising, Clustering

0. 引言

噪声滤除是图形图像处理过程中的重要环节。它的任务是对影像采集过程中由于受环境、设备等多种因素的影响而夹杂于图像中的噪声干扰加以检测并去除,从而提高影像质量和视觉效果,为图像信息提取与分析扫除障碍。

常见的图形图像噪声过滤算法大多是基于小波变换方法的。如小波收缩(Wavelet Shrinkage)算法^[1], 柔阈值(Soft Thresholding)方法^[2]和基于维纳滤波的 MSE (Minmax Mean-square Error) 方法^[3]等, 它们一般都是面向特定的领域应用并对噪声属性作预先的假定(如高斯白噪声)。对于分布特性未知的随机噪声, 上述算法往往达不到较好的滤除效果。事实上, 应用领域或对图像处理需求的不同会导致对图像噪声定义和认识上的区别。因此, 很难想象一种算法可以很好地适应于所有的应用环境。

本文利用聚类方法研究图形图像的噪声滤除。聚类(Clustering)方法是数据挖掘(Data Mining)技术的主要手段之一。它通过对数据集中的聚类模式分析研究隐藏于数据点间的相互关系, 如关联规则、分类规则等。目前, 聚类分析技术主要运用于面向数据库的知识发现, 同时, 在 Web 聚类 and 大规模文本集分析中也发挥了重要的作用^[3]。在聚类分析中, 离群点可以视为一些特殊的类, 其成员是稀疏的, 在某些属性上明显独立于周围的其它数据点。因此, 对这些异常点的分析可以成功地应用于信用卡恶意透支、网络非法入侵检测等重要领域。由于图形图像中的噪声点也可以视为相对于周围正常像素区域的异

常点, 因此离群点检测方法同样适应于影像数据的噪声分析与处理。在我们参与的数字化图书馆建设项目中, 为了对文本图像进行滤噪处理, 我们利用数学手段结合聚类分析的思想对噪声加以定义并构造了相应的滤噪与修正算法。我们还采用窗口技术, 将该方法运用于视频流中帧序列的噪声过滤与修正。实验和应用效果表明, 该方法简便易行并具有较好的滤噪效果。

1. 问题的提出

给定平面图像 G , 可以将其形式化地描述为三维数据集

$$G = \{(x, y, c(x, y)) | 0 \leq x < w, 0 \leq y < h\},$$

其中 x, y 仅取整数值, w, h 分别为图像的宽度和高度, $c(x, y)$ 为图像 G 像素点 (x, y) 上的颜色属性值。对于黑白二值图像, c 仅取值 0 或 1; 对于灰度图像, 其灰度阶取值介于 0 到 255 之间; 而对常见的 RGB 彩色图像, 尽管其像素取值介于 0~16777215 之间, 但由于色谱并不是连续分布的(如像素值 255 为红色, 而 256 则为黑色), 因此必须将其转化为三维数组 (c_r, c_g, c_b) 加以处理。尽管如此, 由于本文所构造的算法是不依赖于像素值域的, 因此不会增加算法的复杂度。因此, 在不会造成误解的情况下, 本文将颜色属性值简记为 c 。

设图像 G 是记录实体的影像数据集 G_1 与噪声集 G_2 的和: $G = G_1 + G_2$ 。其中 G_2 中的点随机分布在整数格点构成的图像区域 $[0, w-1] \times [0, h-1]$ 上, 其噪声取值 c 是区别于图像 G 上相邻点取值的其它像素值。噪声滤除的任务就是要对这些噪声值加以

^{*})基金项目: 国家自然科学基金资助项目(79970092)。

辨别和滤除。

将图像转化为三维数据集使得其中的噪声可以被量化地加以描述。图1a), b) 分别为一幅灰度图及其三维化后所得的空间网格图形。其中 b) 中每一点的网格高度对应于图 a) 中相应点处的灰度值。由图可见, 图 a) 中的分散的噪声点由于其像素值明显区别于周围的其它点, 从而在 b) 图的三维空间中反映为局部的显著不光滑凹凸。

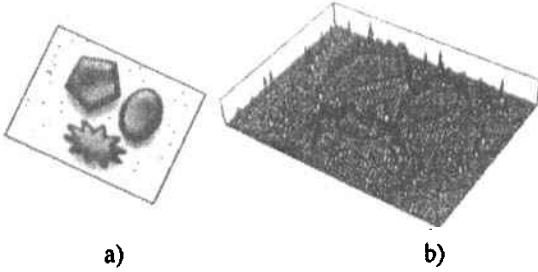


图1 灰度图像及其点的像素值的三维表

以下我们基于数据挖掘的思想, 采用聚类方法考虑图像噪声滤除问题。第2节给出相关的概念和定义, 第3节针对不同性质的图像给出噪声滤除算法。第4节给出实验结果, 最后给出结论。

2. 图像噪声的定义

显式地规定图像数据集 G 上点的距离是量化地研究图像噪声的基础, 在此规定 G 中任意两点 p, q 的距离为通常的欧氏距离 $d(p, q)$ 。

定义1 $\forall p \in G$, 数据点 p 在 $q \in G$ 点的影响函数 $f^p: G \rightarrow R^+$ 定义为:

$$f^p(q) = f^{(x_p, y_p, c_p)}(x_q, y_q, c_q) = \begin{cases} 1 & d(p, q) \leq \sigma \\ 0 & d(p, q) > \sigma \end{cases}$$

其中 $d(p, q)$ 为三维空间中点 (x_q, y_q, c_q) 到数据点 (x_p, y_p, c_p) 的距离, σ 为预先给定的正值。

利用如上定义的影响函数, 可以在数据集 G 上定义密度函数如下:

定义2 给定数据集 $G, \forall p \in G$ 处的密度函数值定义为:

$$F(p) = \sum_{i=1}^N f^{p_i}(p)$$

其中 $N = w \times h$ 为 G 所含的数据点数。

尽管上述密度函数是对 G 中的所有点进行求和的, 但因为能量函数取非零值的局部性, 在计算一点 $p = (x, y, c)$ 处的密度函数值时, 至多只要在二维方格上搜索 (x, y) 点的 σ 邻域即可。

基于影响函数和密度函数的方法在聚类分析、模式识别等领域得到有效的运用^[4,5], 如著名的 DENCLUE 聚类算法^[5], 它在面向大规模高维数据

集的聚类分析应用中显示了较高的效率和对聚类形状与噪声的适应性。

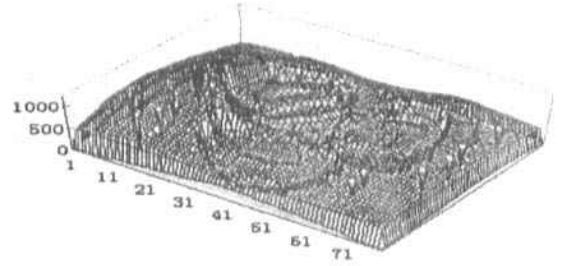


图2 像素点数据集密度函数在 (x, y) 平面上的投影

图2是图1a) 所示图形所得数据集的密度函数 ($\sigma = 0.3$) 在 (x, y) 平面上的投影 (三维数据点 (x, y, c) 的密度函数本身无法直观显示)。由图2可见, 图1a) 中的大片空白区域由于颜色一致而具有较高的密度函数值, 图中的几何体构成了较大面积的凹槽, 而所有相对孤立的噪声点处出现各自分离的凹坑且密度值接近于零。该图说明, 噪声点的这种与周围点的差异性为我们利用基于密度函数值的聚类提供了充分的依据。

定义3 数据集 G 的密度函数的局部极大值点称为的 G 局部吸引子。

定义4 设 p^* 为 G 的局部吸引子, 称点 p 为被点 p^* 吸引的, 如果存在 G 中的数据点序列: $p = p_0, p_1, \dots, p_k = q$, 使得:

- 1) p_i 在 p_{i-1} 点的密度函数梯度方向上, 且 $d(p_i, p_{i-1}) < \sigma$;
- 2) $F(p_i) > F(p_{i-1})$ 。

其中密度函数 $F(p)$ 在点 p 的梯度定义为:

$$\nabla F(p) = \sum_{q \in G} (q - p) \cdot f^q(p)$$

由定义4, 为了求得一个点所属的局部吸引子, 只需自该点出发, 通过计算方向导数最大值即沿梯度方向采用爬山法递归地加以搜索。由于可以将所有的数据点根据其所属的吸引子加以分类, 因此, 图像中的像素点将根据其所在的位置和像素属性而分化。因为噪声点一般地具有明显区别于相邻区域的颜色属性, 通过分类可以实现对这些点的有效辨别。

定义5 给定阈值 $\xi > 0$, 称由吸引子 $q^* \in G$ 及其所吸引的全部数据点构成的集合为相对于 q^* 的聚类 C_{q^*} 。如果 $F(q^*) < \xi$, 则称 C_{q^*} 中的点为离群点。相应地, C_{q^*} 中所有点所对应的 G 中的像素点称为噪声点。

定义5给出的关于噪声点的定义刻画了图形图像噪声的基本特征。即噪声点相对于真实图像数据的异常性, 如电视画面上的干扰信号和传真图像中分散于字里行间的黑色杂质点等。尽管这些噪声点

不会造成对整体画面的辨认,但是其所造成的不良效果是显然的。根据上述数值化的噪声点定义,可以构造相应的滤除与修正方法。

3. 基于聚类的噪声滤除算法

3.1 相关性质

在给出基于定义5的噪声滤除算法之前,本文先讨论非噪声点具有的以下性质:

性质1 $\forall p \in G$, 如果 $F(p) > \xi$, 则点 p 不是噪声点。

证明:显然,当 $F(p) > \xi$ 时,包含点 p 的聚类的局部吸引子 p^* 处的密度函数值一定大于阈值 $F(p^*) > F(p) > \xi$,从而由 p^* 所吸引的聚类不是离群点。

性质2 $\forall p \in G, F(p) < \xi$, 设 q 在 p 的梯度方向上,且 $d(p, q) < \sigma$, 则当 $F(q) > \xi$ 时,则点 p 不是噪声点。

证明:设 q^* 为点 q 的吸引子,因为 $F(q) > \xi$, 所以更有 $F(q^*) > \xi$ 。由定义4, q 是自 p 出发搜索其吸引子路径上的一点,因此 q^* 也是点 p 的吸引子。

3.2 噪声滤除算法

根据上述性质,我们可以通过3个步骤简便地实现噪声点的检测与修正。以下是该算法的形式化描述:

1)依次读取图像的所有像素点并计算每个点上的密度函数值。具体算法实现时,可以通过树形结构(如 K-D 树)实现 G 中的点信息与密度值的高效存取。

2)处理所有密度低于阈值的数据点。即采用爬山法搜索该类点的局部吸引子。如果在搜索过程的下一点的密度函数值大于阈值 ξ , 则将沿途所有点标记为非噪声点。相反地,则标记沿途所有点为待处理的噪声点。

3)对每个检测出的噪声点利用其周围像素值的插值取代并还原整个图像。

算法的基本流程如下:

Input: image G , threshold σ, ξ
Output: Revised image G'
1. Scan all pixels of G and set all as unmarked;
2. For each unmarked point p in G
3. Compute p 's density value $F(p)$;
4. If $(F(p) < \xi)$ {
5. Compute gradient at p and search for attractor p^* of p by hill climbing scheme .
6. If $(F(p^*) > \xi)$ goto 2 else
7. Mark all point from p to p^* as noise.
}}
8. For each marked point in G {
Replace related point's pixel attribute in G by interpolated value of neighborhood none-noise pixels;
}
9. Rebuild image G' and return }

3.3 几点说明

首先,由于上述算法的所有步骤都是基于像素

点的物理坐标加以搜索和计算的,因此,它仅与图像的像素点数即幅面大小有关而与其色阶数无关。这一策略使其对高色阶的彩色图像仍保持一致的效率。

其次,上述算法在处理黑白二值图像时可以简化。事实上,对于黑白二值图像,如果其目的只是对黑色噪声点加以滤除,则上述方法转化为对平面上矩形网格点上的聚类分析。此时,待分析的数据点集合转化为:

$G = \{(x, y) | (x, y) \text{ 为黑色像素点}\}$ 。这时,影响函数与相应的密度函数简化为 (x, y) 平面上网格点上的函数,即三维网格曲面。聚类分析得以在直观的三维空间中进行。而对所检测到的噪声点,由于其周围非噪声点全为白色像素点,所以只需将其从数据集 G 中去除即可。

上述算法的滤噪效果由两个阈值 σ, ξ 加以控制,其中 σ 限制噪声点与周围点的色阶比较范围, ξ 控制噪声点的过滤量。当 ξ 一定时, σ 取值越小,比较范围越小,从而计算复杂度越低,噪声点与正常像素点处的密度函数值区别越不明显,结果可能会检测出较多的噪声点。反之,过大的 σ 值将使得大部分图形区域均成为一点的 σ 邻域而得到过少的噪声点。我们利用上述算法对50幅不同素材、幅宽和噪声量的图像滤噪结果表明, σ 的取值以介于幅宽的1/64至1/16为宜。另一方面,当 σ 值取定后, ξ 取值越大,低于阈值的吸引子越多,从而得到的噪声点越多。

尽管阈值的选取给滤噪过程带来了不便,然而由于该算法易于实现且效率较高,具体应用中,可以通过窗口界面中交互地选择阈值而获得较好的滤噪效果。

4. 实验结果

为了验证本文所提出算法的有效性 with 实用性,利用上述算法对不同素材、幅宽、色阶和噪声含量的图形图像进行了滤噪修正实验。算法由 VC++ 实现,所有实验均在一台运行 Windows2000 的 IBM TAC/1G/128M 上进行。以下给出相关的实验结果。

首先,对算法时间复杂度加以验证。下表是对一组50幅 RGB 图像在不同幅宽和阈值下的运行时间比较:

幅宽	σ	ξ	运行时间 (Sec)	幅宽	σ	ξ	运行时间 (Sec)
800 * 600	0.1	400	109	240 * 180	0.1	100	34
	0.2	800	253		0.2	200	83
	0.4	1600	376		0.4	400	178

该组实验在没有人介入的情况下由计算机自动完成。结果表明该算法具有较高的处理效率。

其次,对图1. a)所示的图像在不同阈值下进行滤噪修正实验。在不同的阈值下,本文算法取得了不同的滤噪效果。在所有的情况下,图中分散的色阶差别显著的噪声点均被有效去除,三个块状体的变化十分细微而不易察觉。实验表明,在适当的阈值范围内,检测的噪声点数不同仅仅反映了算法对色阶变

化的灵敏程度。

图3是对一幅二值图像的滤噪结果。在对二值图像进行噪声过滤时,由于本文提出的算法主要关注图像中黑色像素稀疏区域,因此它可以在较好地保持图像主体的同时,高效地去除分散于图像中的杂质。该算法已成功地用于集成地对大规模扫描文本图像和图纸集的噪声过滤,在有效地提高图像视觉效果的同时大大减轻了图像处理的工作量。

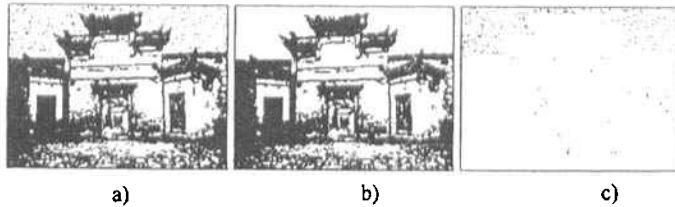


图3 二值图像的滤噪结果。a)原始图像 b)滤噪后图像 c)滤除的像素

结论 图形图像滤噪处理具有广泛的应用领域。然而,基于不同的应用领域,对图像噪声的认识不同,因此可以得到不同的定义。本文基于聚类的思想,将图像噪声视为少量的明显区别于周围区域的像素点集,并通过严格的数学方法加以定义和算法构造。其算法思想从根本上区别于其它的基于小波变换的方法,是聚类方法在图形图像处理领域应用的有益尝试。探讨基于上述思想的视频流噪声过滤以及图形图像轮廓提取与分类等是后续工作的研究内容。

参考文献

1 Simoncelli E P, Adelson E H. Noise removal via Bayesian

Wavelet Coring. In: Proc. IEEE Int. Conf. on Image Proc. (ICIP'96), 379-382, Lausanne, Switzerland, Oct. 1996

2 Donoho D. Denoising by soft thresholding. IEEE Trans. Inform. Theory, 1995, 41: 613~627

3 Ghael S P, Sayeed A M, Baraniuk R G. Improved Wavelet Denoising via Empirical Wiener Filtering. In: Proc. of SPIE, Mathematical Imaging, San Diego, July 1997. 389~399

4 Fukunaga K, Hostler L D. The estimation of the gradient of a density function, with application in pattern recognition. IEEE Trans. Info. Thy. 1975, IT-21: 32~40

5 Hinneburg A, Keim D A. An efficient approach to clustering in large multimedia databases with noise. In: Proc. 1998 Int. Conf. Knowledge Discovery and Data Mining (KDD'98), New York, 1998. 58~65

(上接第35页)

developed by G. Morin, J. Warren et al. in [1]. Given the control polygon (polyhedron), the corresponding ellipse (ellipsoid) is generated conveniently. The hyperbola and hyperboloid can be generated based on the generation of ellipse and ellipsoid by simple transformation. The methods developed in this paper are much simpler and easier to apply than those given by Eugenia Montiel et al. [2]. In the future, we will consider whether we can use M-W scheme to generate other curves or surfaces that have trigonometric forms.

6 Acknowledgement

This work is supported by NKBRSF on Mathematical Mechanics (G1998030600), the National Natural Science Foundation of China (19971087,

69603009) and the Doctoral Program (20010358003) and TRAPOYT of MOE, China.

References

- 1 Morin G, Warren J, et al. A subdivision scheme for surfaces of revolution. CAGD, 2001, 18: 483~502
- 2 M. Eugenia Montiel, Alberto S. Aguado, et al. Surface subdivision for generating superquadrics. The Visual Computer, 1998, 14: 1~17
- 3 Catmull E, Clark J. Recursively generated B-spline surfaces on arbitrary topological meshes. CAGD, 1978, 16(6): 350~355
- 4 Loop C. Smooth subdivision surfaces based on triangles. [Master's thesis]. Utah: University of Utah, Department of Mathematics, 1987
- 5 Nira Dyn, David Levin, John A. Gregory. A butterfly subdivision scheme for surface interpolatory with tension control. ACM Transactions on Graphics, 1990, 9(2): 160~169
- 6 Sederberg T W, Zheng J, et al. Non-uniform recursive subdivision surfaces. Computer Graphics (SIGGRAPH 98 Proc. eedings). 1998. 387~394