

基于代数距离的椭圆拟合的优化及应用研究

崔家礼 宫 贺 王一丁 贾瑞明 肖 珂

(北方工业大学信息工程学院 北京 100144)

摘 要 鉴于传统的椭圆拟合算法容易受噪声的影响,本文提出了一种基于代数、几何距离和 RANSAC 算法的最小平方中值的椭圆拟合方法。方法先采用线性变换对原始数据进行预处理,在得到处理后的离散点后,最小化椭圆和离散点之间的欧氏距离,采用五边形的方法对筛选出的不同点集进行测试,最后确定出椭圆的 5 个参数,拟合出最终的椭圆图形。仿真实验和实际图像的拟合结果表明,方法可以快速地对星体进行拟合和识别,对噪声具有一定的抵抗力,具有良好的准确性和鲁棒性。

关键词 椭圆拟合,几何距离,平方中值,星体识别

中图分类号 TP751 **文献标识码** A

Optimization and Research on Ellipse Fitting and Application Based on Algebraic Distance

CUI Jia-li GONG He WANG Yi-ding JIA Rui-ming XIAO Ke

(College of Information Engineering, North China University of Technology, Beijing 100144, China)

Abstract Considering of the fact that sample points are easily affected by noise in a traditional ellipse fitting algorithm, the ellipse fitting approach of the least median square was proposed in this paper with the foundation of algebraic, geometric distance and RANSAC algorithm (random sample consensus). Linear transformation on the original data is adopted, and then many tests of selected different points from the painted pentagon are performed with the help of the minimum Euclidean distance between the fitting ellipse and boundary points. In the end, five parameters of the ellipse are obtained and the final ellipse is fitted. The experimental results on simulated and actual images show that the algorithm has good accuracy, robustness and small time complexity; in the meantime, it can correctly fit and recognize the planets.

Keywords Ellipse fitting, Geometric distance, Median square, Planet recognition

1 引言

图像识别具有很广泛的用途和应用前景。在图像的识别和分割中,基于形状的分析是非常重要的方法^[1]。椭圆作为一个重要的形状特征^[2],在现实生活中广泛存在,尤其在宇宙星体的探测和识别上具有非常重要的应用和价值^[3]。

最小二乘法是最早的椭圆拟合算法^[4],假设椭圆参数,得到每个待拟合点到该椭圆的距离平方之和,并求出这个和的最小值所对应的椭圆参数,进而得到拟合椭圆^[6]。常用的椭圆拟合的方法包括:基于代数距离最小的方法、基于几何距离最小的方法和基于 RANSAC 的算法^[7]。

基于代数距离最小的方法算法简单,但是它将所有样本点都当作准确值,当出现噪声时,拟合误差较大,识别率下降^[4]。基于几何距离最小的方法更准确,但是它对噪声比较敏感,并未考虑所得椭圆和真实椭圆边界的拟合程度,造成较大的偏差,甚至拟合出双曲线^[8]。基于 RANSAC 的算法的优点是它能鲁棒地估计模型参数,但是它没有迭代次数的上限,因此,其计算复杂度具有随机性。

本文针对以上问题,结合了 3 种椭圆拟合方法的优点并

做了优化,提出了一种基于代数距离的最小平方中值椭圆优化算法,并做了相关实验^[9]。方法首先进行重心平移、滤波除噪等预处理,然后由五边形的方法和 RANSAC 方法得到初步的椭圆参数,最后用代数距离和几何距离的方法进行检测,并求得最终拟合的椭圆。实验结果表明,在仿真过程中,算法复杂度较小,能够在边界模糊和不规则的情况下较快速地拟合出精确的椭圆边界^[10],方便识别,具有良好的鲁棒性和准确性^[11]。

2 传统椭圆拟合方法

传统的椭圆拟合算法主要有 3 类:基于 Hough 变换的椭圆拟合算法、基于不变矩的方法和基于最小二乘法。其中,在随机误差为正态分布时,最小二乘法是由最大似然法推出的一个最优估计技术,可使测量误差的平方和最小,因此也被认为是从一组测量值中获得未知量的最理想方法之一^[11]。

最小二乘技术主要是寻求参数集合,从而最小化数据点和椭圆之间的距离度量。常见的距离度量有代数距离和几何距离^[12]。基于代数距离的椭圆拟合算法通过椭圆的隐式方程进行拟合,见式(1)。

崔家礼(1975—),男,博士,助理研究员,主要研究方向为计算机视觉,E-mail:lunwen_gh@163.com;宫 贺(1989—),男,硕士生,主要研究方向为模式识别;王一丁(1968—),男,博士,教授,主要研究方向为图像分析与识别;贾瑞明(1978—),男,博士,助理研究员,主要研究方向为计算机视觉;肖 珂(1980—),男,博士,副教授,主要研究方向为无线协作通信关键技术。

$$F_K(X) = K * X = Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (1)$$

其中, $K = (A, B, C, D, E, F)$ 为椭圆方程的系数向量。将各离散点 (x_i, y_i) 代入式(1)求得误差距离, 运用最小二乘原理可得到 K 值, 从而拟合出椭圆。

基于几何距离的椭圆拟合, 定义的误差距离为给定点到椭圆曲线的最短正交距离^[8]。即椭圆外一点 $X_i = \{x_i, y_i\}$ 到椭圆曲线的正交距离为 D_i , 对于 n 个数据点, 几何拟合法通过最小化公式

$$F_K(X_i) = \sum_{i=1}^n D_i \quad (2)$$

来估计椭圆参数 K 。

代数距离容易引入噪声, 使得结果不精确。相对代数距离, 几何距离具有更高的精确度。但是, 几何距离具有较大的计算复杂度, 会消耗比较长的时间。

RANSAC 算法可从一组包含错误数据的样本中, 通过迭代方法得到模型的参数, 通过反复选择数据中的一组随机数据点集来分类正确数据和错误数据, 并通过分类的结果不断修正椭圆的系数^[14]。

3 基于代数距离的最小平方中值椭圆优化算法

3.1 算法基本思路

与最小二乘拟合法不同的是, 本文提出的基于代数距离的最小平方中值椭圆优化算法并不将所有的点都列为拟合椭圆的待拟合点, 在待拟合点中不免会有噪声点的存在, 这在一定程度上会影响拟合出的椭圆的效果, 所以在寻找初始点的时候采用 RANSAC 方法, 以此来分类正确数据和错误数据。

修正完椭圆系数后, 通过五边形的方法对选取的点进行筛选, 以保证 5 个点尽量分开分布, 增加了 RANSAC 算法处理数据的准确性。确定参数之后, 采用最小平方中值方法去除偏差较大的点。通过代入额外检测点来判断椭圆是否满足要求^[15]。最后, 引用几何距离进行修正, 通过代数距离的拟合方法得到了最终的椭圆。

3.2 算法方法步骤

算法步骤可总结为:

1) 随机选取 5 个点 $(x_i, y_i) (i=1-5)$, 并画五边形, 如图 1 所示。

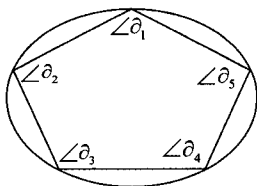


图 1 五边形示意图

分别判断上面得到的 5 个内角 $\angle\alpha_1, \angle\alpha_2, \angle\alpha_3, \angle\alpha_4, \angle\alpha_5$ 是否满足下式:

$$\angle\alpha < \angle\alpha_1, \angle\alpha_2, \angle\alpha_3, \angle\alpha_4, \angle\alpha_5 < \angle\beta \quad (3)$$

若不满足, 则返回步骤 1)。其中 $\angle\alpha, \angle\beta$ 为给定阈值。

2) 根据式(1)得到椭圆方程, 并通过代数距离的方法确定椭圆系数 K , 初始化循环次数 $i=0$ 。

3) 代入全部数据点 (x_j, y_j) , 求得残差中值 $\Delta f_{(x_j, y_j)}$, 并且 $i=i+1$ 。

4) 循环执行步骤 1)~步骤 3), 当 $i \geq N$ 时, 残差最小值为

$\min \Delta f$, 其中 N 是需要循环的次数, 试验中定义 N 为 5。

5) 求 $\min \Delta f$ 对应的椭圆系数 $K' = (A', B', C', D', E', F')$ 。

6) 用额外检测点 (x_h, y_h) 的几何距离最小二乘结果, 来判断 $f_{K'}(X_h)$ 是否满足阈值 Z_f , 若不满足则返回步骤 1)。

7) 拟合出最终的椭圆。

算法流程如图 2 所示。

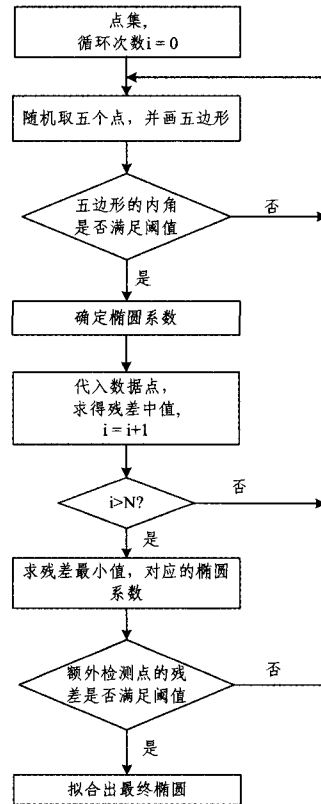


图 2 算法流程

4 实验结果与分析

本文所提基于代数距离的最小平方中值椭圆优化算法是在 matlab R2012b 为开发平台, 在英特尔酷睿 i5-2450M, CPU 2.50GHz, 4G 内存的 PC 机上实现的。

初始化椭圆圆心 (x_0, y_0) 为 $(200, 200)$, 长轴 $a=150$, 短轴 $b=100$, 椭圆偏转角 $\theta=0$ 。对模拟椭圆进行不同程度的切割和添加噪声, 得到不同的实验结果。

按照椭圆的长轴进行切割, 如图 3 所示。

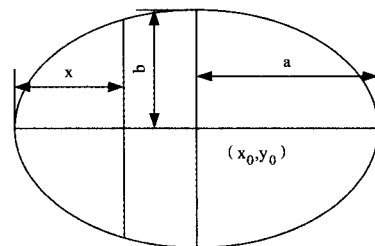


图 3 对椭圆切割示意图

为了计算方便, 将图中自变量 x 从 0 开始, 以 10 个单位长度向右递增进行切割拟合, 并完成了相应的空间复杂度分析和时间复杂度分析。图 4—图 7 中的各数值是针对每一种情况对椭圆操作 30 次后取平均值后的曲线图, 其中横轴表示

x 的取值,纵轴表示拟合后的椭圆参数 $x_0, y_0, a, b, theta$ 与初始值的差值。

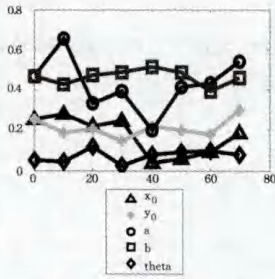


图4 直线切割分析图

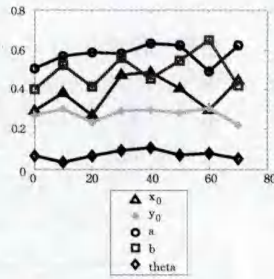


图5 曲线切割分析图

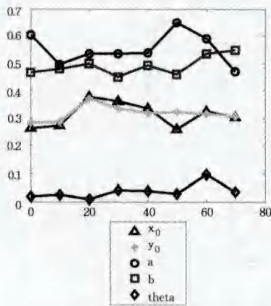


图6 噪声分析图线

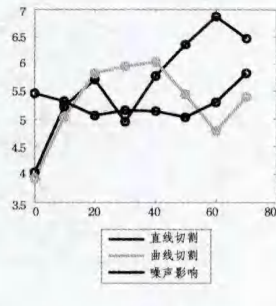


图7 时间分析图线

图4和图5分别是对椭圆进行直线和曲线切割后的分布曲线。通过图4可知,当直线切割时,随着切割面积的增大,拟合出来的各参数变化不大,随着曲线切割面积的增大,曲线并不是单一的递增或递减的曲线,而是一种拱形曲线。当椭圆未被切割时,与椭圆长短轴垂直的边界点在很短的范围内近似于一条直线边界,并非弧线。当边界切割到一定程度的时候,被切割的面积过大,可拟合椭圆边界变小,拟合出的椭圆精度明显降低,故图4的图线呈现的是一种拱形线。但是,通过上图可以看到,曲线变化相对平缓,可见曲线的拟合效果具有一定的稳定性。

通过图5可知,当采用曲线进行切割时,宏观观测曲线变化,各曲线的误差略微上调0.1个单位长度,但各个曲线的误差变化并不大。因为当进行曲线切割时,被曲线切割的边长明显增长,因此在曲线上取点的可能性要高于直线上取点,误差高于直线切割。

图6是椭圆在受不同参数椒盐噪声影响后的噪声空间分析曲线,椒盐噪声的参数由0.005到0.05。由以上3幅图可以看出,椭圆参数 a 和 b 变化相对大一些, x_0 和 y_0 变化相对较小一些,椭圆旋转角 $theta$ 的变化最小。在椭圆拟合的过程中,会有 x_0 和 y_0 的拟合误差,而在进一步拟合的过程中,随着 $theta, x_0$ 和 y_0 的变化,椭圆的长轴 a 和短轴 b 的拟合值也必定会出现波动,因此造成了以上3幅图的情况。椭圆拟合的数据误差变化并不大,可见此椭圆拟合方法具有一定的稳定性。

图7是椭圆在受直线切割、曲线切割和噪声影响下的椭圆拟合时间分析图线。由图7可知,当椭圆被直线或曲线切割时,3条线都有一段凹线段,分别是横轴为30的直线切割和横轴为60的曲线切割达到了凹点,可见,在椭圆进行线切割的过程中,横轴为0时,时间最短,此时椭圆并未受到切线影响。当被切割较少时,拟合的椭圆容易在切割的边界上取点,因此拟合时间相对延长;当切割较多时,非椭圆边界较大,

不容易选取参考点,故延长了椭圆拟合的时间,在切割过程中,会有一个切割时刻,使得椭圆拟合效果达到最优,时间最短。

根据以上分析,椭圆拟合过程中,随着切割面积的增大,椭圆拟合时间变化不是很大,当受到不同程度噪声影响时,椭圆拟合的时间具有较好的稳定性。

由实验结果可以看到,相比传统的代数距离椭圆拟合算法,本文所提出的基于代数距离的最小平方中值椭圆优化算法提升了对噪声的抗性;相比几何距离椭圆拟合算法,本算法提升了拟合效果的准确度,对不完整边界有良好的拟合效果和辨识能力;相比 RANSAC 算法,增加的五边形的方法加大了初始点的准确性,大大减小了算法的复杂度,提升了运行效率,具有良好的鲁棒性。

5 算法在宇宙星体识别中的应用

5.1 方法步骤

为了验证本文所提算法的有效性和优越性,分别对八大行星、冥王星和太阳的图片库进行处理。从每个库取10张图片,图片中的星体分别被图片水印、外围光环、光芒等噪声影响。

实验操作步骤如下:在读入图像后,首先对图像进行预处理,包括图像的灰度化、中值滤波、图像的二值化、边界提取、取连通域和重心平移等。其中,去噪方面采用中值滤波,在边界提取过程中,采用 Sobel 算子。为了更好地对点集进行操作,将点集的重心平移到坐标原点,即(0,0)。降低图像噪声的影响,本文采用提取最大连通域的方法,即提取最大的椭圆区域。运用本文算法对真实星体图片进行拟合效果的检验,最后确定该算法的识别效果。具体处理步骤如图8所示。

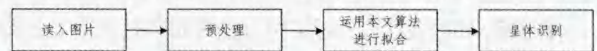


图8 星体处理步骤

5.2 识别结果及分析

本实验选取100张图片,分别应用本文提出的算法进行实验,正确识别率是85%。通过本算法检测的效果图(框中用点标示出)如图9—图14所示。

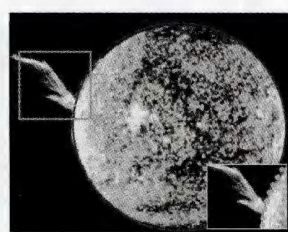


图9 金星识别

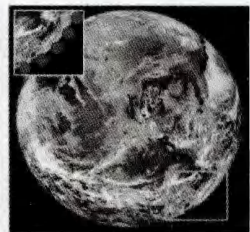


图10 地球识别

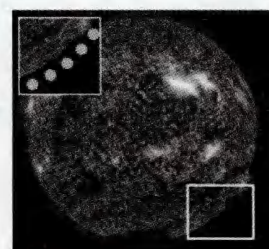


图11 太阳识别

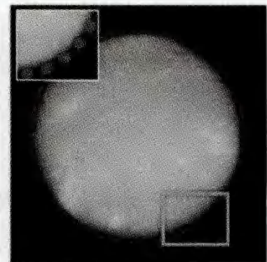


图12 海王星识别

(下转第99页)

ternational Journal on Document Analysis and Recognition(IJ-DAR), 2009, 12(2): 65-81

- [5] 刘宁钟,杨静宇. 基于迭代计算的二值波形反卷积[J]. 中国图象图形学报, 2004, 9(10): 1160-1161
- [6] 郝云峰,戚飞虎,蒋人杰. 一种新的基于机器学习的2维条形码检测算法[J]. 中国图象图形学报, 2007, 12(10): 1873-1876
- [7] 刘慧娟. 快速响应码图像的全方位识别[J]. 仪器仪表学报, 2006, 27(4): 376-381
- [8] Cheng Yuan-fei. A Scanning Method for Dotted Data Matrix[C]// Eighth International Conference on Intelligent Systems Design and Applications, 2008: 179-183
- [9] 姚林昌,白瑞林,钱勇,等. 一种 Data Matrix 条码的快速识别方

法[J]. 计算机应用研究, 2011, 28(11): 4368-4370

- [10] 刘宁钟,杨静宇. 基于中点检测的二维条码识别[J]. 小型微型计算机系统, 2004, 25(2): 283-287
- [11] 刘慧娟. 一种快速响应码图像的分割和校正方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2006, 20(1): 32-36
- [12] 刘宁钟,尤海英,孙涵. 基于手机平台的 DataMatrix2 维条码识别[J]. 中国图象图形学报, 2010, 15(2): 287-294
- [13] 刘宁钟,杨静宇,杨健. 综合利用投影算法和相似距离算法的二维条码识别[J]. 模式识别与人工智能, 2003, 16(1): 86-91
- [14] 黄海海,殷建平,祝恩,等. 基于局部透视变换的圆柱体侧面 PDF417 条码矫正方法[J]. 计算机工程与科学, 2012, 34(9): 94-99

(上接第 90 页)

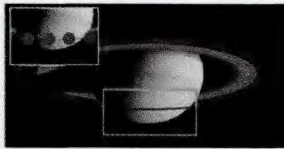


图 13 土星识别

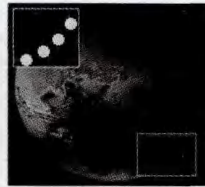


图 14 火星识别

由图 9—图 14 可知,该算法对星体周围的火焰具有一定的鲁棒性。如图 9 所示,算法的识别效果并未受到星体喷发的火焰的影响。对于噪声较小的情况,本算法可以清楚识别出星体,如图 10 所示。当星体周围有光芒的时候,算法的拟合效果不是很好,但是仍然可以滤除一些光和噪声,识别出星体的存在,如图 11 和图 12 所示。当星体周围有光环时(见图 13),算法可以自适应地选择样本点,对边界精确拟合并准确识别。当星体只出现一部分(见图 14),即边界不完整的时候,本算法仍可以准确将星体拟合并识别出来,具有高度的稳定性。

但是本算法仍具有一些不足的地方:太阳外圈的日冕会造成比较大的影响,尤其是在图像分割的时候;土星外圈的光环加大了检测目标,增加了算法复杂度。

综上所述,本文提出的基于代数距离的最小平方中值椭圆优化算法对于图片的扭曲、光、噪声、图片的缺失具有一定的鲁棒性,具有较小的时间复杂度。但是本算法只适用一些基本形状已定的图片。

结束语 二次曲线是计算机图形学和计算机辅助设计中的基本体素模型之一,本文提出了一种基于代数距离的最小平方中值椭圆优化算法。该方法适用于图像中目标形状已知的情况,在求取最优椭圆的过程中通过 RANSAC 的方法和五边形内角的方法剔除了不符合要求的点,以椭圆的参数方程为特征,分别使用代数最小二乘和几何最小二乘方法,找到拟合椭圆平方中值最小的边界并进行更新,加大拟合椭圆的筛选条件和椭圆拟合的精确度,加强了椭圆拟合效果的稳定性。仿真和实验结果表明,该方法可对星体进行快速拟合和识别,具有良好的准确性和抗噪性。对椭圆的运算速度和椭

圆的误差评定将是本文下一步研究的重点。

参 考 文 献

- [1] Liebe C C. Pattern recognition of star constellations for spacecraft applications[C]// IEEE Aerospace and Electronics Systems Magazine, 1992: 34-41
- [2] 方奎,欧阳宁,莫建文. 基于椭圆模型的手势识别与仿真[J]. 计算机仿真, 2011, 3(28): 267-270
- [3] 田玉龙,王广君,房建成,等. 基于局部熵的星敏感器星图提取方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2005, 37(8): 1068-1070
- [4] 黄凌云,胡占义. 一种基于 PCA 和 Hough 变换的类星体自动识别方法[J]. 光谱学与光谱分析, 2003, 23(1): 187-191
- [5] 刘书桂,李蓬,那永林. 基于最小二乘原理的平面任意位置的椭圆的评价[J]. 计量学报, 2002, 23(4): 245-247
- [6] 陈俊平,王解先. 工程测量中的曲线拟合[J]. 工程勘察, 2003(5): 59-61
- [7] Zheng Z L, Yang J, Yang L M. A robust method for eye features exaction on color image[J]. Pattern Recognition Letters, 2005, 26: 2251-2261
- [8] 李华志. 图像处理技术在系统运动分析和控制中的应用[J]. 计算机与现代化, 2007(9): 88-90
- [9] 王阳,高鹰,石宇,等. 均匀圆阵 MIMO 雷达中的 DOA 估计新算法[J]. 计算机仿真, 2013, 30(1): 50-53
- [10] 南敬昌,刘建辉,刘立军. 微波传输线圆图计算及仿真[J]. 计算机仿真, 2003, 20(5): 38-39
- [11] Zhang Zheng-you. Parameter Estimation Techniques: A Tutorial with Application to Conic Fitting[J]. Image and Vision Computing, 1997, 15(1): 59-76
- [12] 王万国,王仕荣,徐正飞,等. 基于边界的最小二乘椭圆拟合改进算法[J]. 计算机技术与发展, 2013, 23(4): 67-70
- [13] 安新源,周宗潭,胡德文. 椭圆拟合的非线性最小二乘方法[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(18): 188-190
- [14] Kirsch A. An introduction to the mathematical theory of inverse problems[M]. New York: Springer-Verlag, 1996
- [15] Daugman J G. How iris recognition works[J]. IEEE Transactions on Circuits System Video Technology, 2004, 14(1): 21-30