Horn 逻辑程序和形式文法之间的对应关系*)

陈文彬　王　驹
(中国科学院软件研究所　北京 100080)

The Correspondence between Horn Logic Programs and Formal Grammars

CHENG Wen-Bin　WANG Ju
(Software Institute, Chinese Acadimy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract The paper researches Horn logic programs with grammatical view. The correspondence between Horn logic programs and grammars is found. The method by which type-0 grammars generate the least Herbrand models of logic programs is found. The method by which Horn logic programs generate the languages of type-0 grammars is found. The characterization of Horn Logic programs that are semantically equavanent to type-2 grammars and type-3 grammars is found.

Keywords Grammar, Logic program, Least Herbrand model

1 引言

逻辑程序是一种知识表示的方法,是逻辑公式的有限集合,它起源于逻辑和定理自动证明。1974 年,逻辑程序的概念首次出现在 Kowalski 的一篇文章中[1],然后在定理自动证明特别是 Robison's 的归结原理基础上发展了起来。随后 20 多年来,在逻辑程序领域提出了大量的重要概念。

Horn 逻辑程序是由一些 Horn 子句组成的集合,每个 Horn 子句都是这种形式的句子:*Head←Body*,Head 是一个原子公式,Body 是一个原子公式的合取。它的语义表示逻辑蕴涵:*Body⇒Head*。对于逻辑程序的基本概念的详细论述,可参见 Lloyd 的逻辑程序基础[10]。

传统上一些学者在证明树的基础上研究了逻辑程序和 W-文法及属性文法之间的对应关系。在 Pierre Deransant 和 Jan Malusynski 的书中[8],提出了将逻辑程序看作 W-文法和属性文法的方法,他们的方法的依据是逻辑程序的证明树的概念。他们得到了逻辑程序的证明树与 W-文法和属性文法的推导树可以相对应。

历史上,人们从语义的角度上证明了最小 Herbrand 模与递归可枚举集是等价的。最初的结果出现在 Smullyan 的文[2]中(也出现在 Andreka and Nemeti 的文[3]中),他证明了每一个递归可枚举集可以编码成自然数集合,这个集合中每一个元素在某个逻辑程序的一个谓词中成立。相反,对于任意一个 Horn 逻辑程序,它的最小 Herbrand 模可以编码为递归可枚举集[4]。

另一方面,数理逻辑学家们证明了文法接受的语言与递归可枚举集是等价的,从而从语义上讲,文法接受的语言和 Horn 逻辑程序最小 Herbrand 模是等价的,并且应该有 Horn 逻辑程序的子类与文法的子类相对应。

但没有人给出文法和 Horn 逻辑程序的直接对应关系,也没有人给出与文法子类对应的 Horn 逻辑程序的特征。本文做了这方面的研究工作,建立了文法和 Horn 逻辑程序的直接对应关系,描绘了与 2 型文法及 3 型文法语义相等价的 Horn 逻辑程序的特征。得到了如下的结果:找到了用文法产生最小 Herbrand 模的方法,找到了用 Horn 逻辑程序产生文法的语言的方法,描绘了与 2 型文法等价的 Horn 逻辑程序的特征,描绘了与 3 型文法等价的 Horn 逻辑程序的特征。

本文给出了文法的定义,并且给出了构造一个文法产生 Horn 逻辑程序 Π 的最小 Herbrand 模的方法;给出了用 Horn 逻辑程序产生文法的语言的方法;描述了与 2 型文法及 3 型文法等价的 Horn 逻辑程序的特征;最后对本文进行了总结。

本文中的符号是标准的,采用了文[7]和[10]中的符号。

2 文法产生最小模

这一节从语法上证明了:对于 Horn 逻辑程序 Π 的最小 Herbrand 模,能够构造一个文法,它产生的语言恰好是这个模。这个结论也可以直接从语义上的结论推出,语义上的结论是:Horn 逻辑程序 Π 的最小 Herbrand 模是递归可枚举集,而递归可枚举集可以由文法产生,从而最小 Herbrand 模可以由文法产生。但是没有人给出语法形式的文法产生最小 Herbrand 模的方法,这一节给出了文法产生最小 Herbrand 模的方法。

定义 1 一个 0 型文法 G 由下面 4 部分组成:

(1)变元集 V,V 是非空有穷集合,它的元素叫做变元或非终极符;

(2)终极符集 T,T 是有穷集合,它的元素叫做终极符,并且 $V\cap T$=空集;

(3)$V\cup T$ 上产生式的有穷集合 Γ;

(4)起始符 S,$S\in V$,记作 $G=(V,T,\Gamma,S)$,简称文法。

定义 2 文法 $G=(V,T,\Gamma,S)$生成的语言是:$L(G)=\{u\mid u\in T^{*}\wedge S\Rightarrow u\}$。

定理 1 Horn 逻辑程序 Π 的最小 Herbrand 模能够由一个 0 型文法产生。

证明:因为 Horn 逻辑程序 Π 都可转化成 ground Horn 逻辑程序 Π,故这里假设 Horn 逻辑程序 Π 是 ground,这样可以构造文法 $G=(V,T,\Gamma,S)$如下:T 是原子公式符号集,$V=(S,B)$,Γ 由所有类似于下面的产生式组成:

$S\to SBS$;
$S\to p$;
$p\to r$;
$pBqB\cdots Bh\to r$。

其中:逻辑程序的事实句子 $p\leftarrow$ 对应于产生式 $S\to p$,句子 $r\leftarrow p$ 对应于产生式 $p\to r$,句子 $r\leftarrow p,q,\cdots,h$ 对应于产生式 $pBqB\cdots Bh\to r$,S 是起始符。对于每一个 ground 句子都有一个对应的产生式。

那么,$L(G)=M$,其中 M 是 Π 的最小 Herbrand 模。原因如下:

*)本项目受国家自然科学基金和国家 973 计划 G1999032701 资助。

(1)我们首先归纳证明$M\subseteq L(G)$。因为$M=\bigcup_i T_P^i(\Phi)$,故我们归纳证明:对于每个i,$T_P^i(\Phi)\subseteq L(G)$。

当$i=1$时,$T_P^1(\Phi)$就是事实的集合,由G的构造,知$T_P^1(\Phi)\subseteq L(G)$。

假设当$k\leqslant i$时,$T_P^k(\Phi)\subseteq L(G)$,我们下面将证明$T_P^{i+1}(\Phi)\subseteq L(G)$。

对任意的$r\in T_P^{i+1}\backslash T_P^i$,那么存在句子$r\leftarrow p$或者$r\leftarrow p,q,\cdots,h$,且$p,q,\cdots,h$都属于$T_P^i$。由归纳假设知,$S\overset{*}{\Rightarrow}p,S\overset{*}{\Rightarrow}q,\cdots,S\overset{*}{\Rightarrow}h$。

从而$S\overset{*}{\Rightarrow}p\Rightarrow r$,或者$S\Rightarrow SBS\overset{*}{\Rightarrow}SBS\cdots BS\overset{*}{\Rightarrow}pBqB\cdots Bh\Rightarrow r$,所以都得到了$S\overset{*}{\Rightarrow}r$,即$r\in L(G)$,故$M\subseteq L(G)$。

(2)其次,$L(G)\subseteq M$,证明如下:

假设$x\in L(G)$,则$S\overset{*}{\Rightarrow}x$。我们对$x$的派生长度$i$进行归纳证明。当$i=1$时,$x$是一个事实,故$x\in M$。假设当$i\leqslant n$时,结论成立。现在考虑$i=n$的情况,假设最后一步的产生式是$pBq\cdots Bh\Rightarrow r$,其中$x=r$。于是$S\overset{*}{\Rightarrow}pBq\cdots Bh\Rightarrow r$,从而$S\Rightarrow SBS\overset{*}{\Rightarrow}pBq\cdots Bh$。

我们归纳证明当$SBS\overset{*}{\Rightarrow}p_0Bp_1B\cdots Bp_n$时,$S\overset{*}{\Rightarrow}p_0,\cdots,S\overset{*}{\Rightarrow}p_n$。当$n=1$时,结论显然成立,故假设$n\leqslant k$时,结论成立,考虑$n=k+1$的情况,此时即$SBS\overset{*}{\Rightarrow}p_0B\cdots Bp_{k+1}$,从而$S\overset{*}{\Rightarrow}p_0B\cdots p_i$且$S\overset{*}{\Rightarrow}p_{i+1}B\cdots p_{k+1}$,对于某个$i$。

进一步得出:$S\Rightarrow SBS\overset{*}{\Rightarrow}p_0B\cdots p_i$,$S\Rightarrow SBS\overset{*}{\Rightarrow}p_{i+1}B\cdots p_{k+1}$,由归纳假设知:$S\overset{*}{\Rightarrow}p_0,\cdots,S\overset{*}{\Rightarrow}p_{k+1}$,所以对任意的$n$,结论都成立。

故由$SBS\overset{*}{\Rightarrow}pBq\cdots Bh$,可以得出$S\overset{*}{\Rightarrow}p,\cdots,S\overset{*}{\Rightarrow}h$,由归纳假设,得到$p\in M,q\in M,\cdots,h\in M$,因为$r\leftarrow p,q,\cdots,h$,所以$r\in M$,从而$L(G)\subseteq M$。由(1)的结论和(2)的结论,可以得出$M=L(G)$,证毕。

3 Horn逻辑程序模拟文法

这一节用Horn逻辑程序模拟文法产生的语言。语义上,每一个递归可枚举集可以编码成自然数集合,这个集合中每一个元素在某个逻辑程序的一个谓词中成立。本节从语法形式得出了相似的结论,这里没有将文法产生的语言编码为自然数集合,而是直接从文法产生式的形式构造一个Horn逻辑程序满足这个结论。

假设$G=(V,T,\Gamma,S)$是一个文法,$T=\{a_1,\cdots,a_n\}$,f表示连接函数,即$f(x,y)=xy$,对任意的$x\in(V\cup T)^*$,$y\in V(\cup T)^*$,由于$(xy)z=x(yz)$,因此$f(f(x,y),z)=f(x,f((y,z))$,这样对于任意一个$\alpha\in(V\cup T)^*$,都可以表示成项的形式。定义一个谓词$P_S(x)$,它表示$S\overset{*}{\Rightarrow}x,x\in T^*$。

定理2 存在一个变换λ对任意的0型文法G,可以构造一个Horn逻辑程序$\lambda(G)$和一个谓词P,满足$\alpha\in L(G)$当且仅当$P(\alpha)\in M$,其中M是最小模。

证明:对任意的0型文法G,我们构造一个Horn逻辑程序$\lambda(G)$如下:

$P_S(a_1)\leftarrow$
$P_S(a_2)\leftarrow$
$\cdots$
$P_S(a_n)\leftarrow$
$P_S(f(a_1,\alpha))\leftarrow P_S(\alpha)$
$\cdots$
$P_S(f(a_n,\alpha))\leftarrow P_S(\alpha)$
$R(\alpha,\alpha)\leftarrow P_S(\alpha)$
$R(x\gamma y,\alpha)\leftarrow R(x\beta y,\alpha)$
$\cdots$
$accept(\alpha)\leftarrow R(S,\alpha)$

其中:P_S,f如上所定义,上面串表示项的缩写,对于每一个产生式$\gamma\rightarrow\beta$,都对应于一个句子$R(x\gamma y,\alpha)\leftarrow R(x\beta y,\alpha)$,表示串$\beta$在任意的环境下变成串$\gamma$,$\alpha$表示初始串。

我们称:$S\overset{*}{\Rightarrow}\alpha$ iff $accept(\alpha)\in M$。原因如下:首先,$\alpha\in T^*$ iff $P_S(\alpha)\in M$。这可对α的长度进行归纳证明而得到。当α的长度为1时,结论显然成立,假设α的长度为k时,结论成立。现在考虑$k+1$情况,此时可假设$\alpha=a_i\beta$,因为β的长度为k,故$P_S(\beta)\in M$,又因为$P_S(f(a_i,\beta))\leftarrow P_S(\beta)$,所以$P_S(\alpha)\in M$。

又$S\overset{*}{\Rightarrow}\alpha$ iff α倒派生出S,而α倒派生出S恰好是$R(\alpha,\alpha)\rightarrow\cdots\rightarrow R(S,\alpha)$。又因为$\alpha\in T^*$,所以$P_S(\alpha)\in M$,从而,$R(\alpha,\alpha)\in M$,进而$R(S,\alpha)\in M$,故$accept(\alpha)\in M$,所以,$S\overset{*}{\Rightarrow}\alpha$ *iff* $accept(\alpha)\in M$。证毕。

4 与2型、3型文法等价的Horn逻辑程序的特征

这一节得出了2型和3型文法产生的语言分别可由2型和3型的Horn逻辑程序产生以及2型和3型的Horn逻辑程序的最小Herbrand模可由2型和3型文法产生。

定义3 如果文法G的每一个产生式都形如$A\rightarrow\alpha$,其中$\alpha\in(T\cup V)^*$,则称G是2型文法。2型文法又叫作上下文无关文法。

定义4 如果文法G的每一个产生式都形如$A\rightarrow wB$或$A\rightarrow w$,其中$A,B\in V,w\in T^*$,则称右线形文法。如果每一个产生都形如$A\rightarrow Bw$或$A\rightarrow w$,其中,$A,B\in V,w\in T^*$,则称G是左线性文法。左线性文法和右线形文法统称3型文法。

从上面两个定义,可知3型文法是2型文法的子类,我们在下面几个定理描述了与它们等价的Horn逻辑程序的特征。

定义5 如果上下文无关文法$G=(V,T,\Gamma,S)$的产生式都形如$X\rightarrow YZ$或$X\rightarrow a$,其中$X,Y,Z\in V,a\in T$,则称G是Chomsky范式。

这里引进Chomsky范式是为了简化下面定理的证明,因为它与2型文法是等价的。

定义6 如果文法G是一个上下文无关文法,X是一个变元,那么由G和X生成的语言定义为:$L(G,X)=\{u|u\in T^*\wedge X\overset{*}{\Rightarrow}u\}$。

引进这个定义是由于引理2需要用到它,因为每个变元产生的语言对应于在某个谓词中成立的项的集合。

引理1 语言L是上下文无关的当且仅当存在Chomsky范式G使得$L=L(G)$或$L=L(G)\cup\varepsilon$。

这是文法中的基本事实,所以,为简化证明起见,对于2型文法我们只考虑Chomsky范式情况就可以了。

引理2 每一个Chomsky范式G,都存在一个Horn逻辑程序P,使得对每一个变元X,都有相应的一个谓词P_X,满足$\alpha\in L(G,X)$,当且仅当$P_X(\alpha)\in M$。

证明:对于每一个变元X,我们定义一个谓词$P_X(t)$,它表示$X\overset{*}{\Rightarrow}t$,那么对于产生式$X\rightarrow YZ$,如果$Y\overset{*}{\Rightarrow}t_1$且$Z\overset{*}{\Rightarrow}t_2$,那么$X\overset{*}{\Rightarrow}t_1t_2$,用逻辑程序表示为:$P_X(f(t_1,t_2))\leftarrow P_Y(t_1),P_Z(t_2)$,同样对于产生式$X\rightarrow a$,对应于一个句子$P_X(a)\leftarrow$,这样所有的句子构成一个Horn逻辑程序$\Pi$,它满足定理的要求,即$\alpha\in L(G,X)$,当且仅当$P_X(\alpha)\in M$。原因如下:

(1)首先,对任意的变元X,如果$P_X(\alpha)\in M$,则$\alpha\in L(G,$

X)。

因为 $M=\bigcup_i T_P^i(\Phi)$,所以我们对 i 进行归纳证明。对于 $T_P^1(\Phi)$ 中的任意的元素 $P_X(a)$,因为 $X\rightarrow a$,所以 $a\in L(G,X)$。假设对于 $T_P^k(\Phi)$ 中的任意元素,结论成立。考虑 $T_P^{k+1}(\Phi)$ 的任意元素 $P_X(\alpha)$,因为 $P_X(\alpha)\in T_P^{k+1}(\Phi)$,所以存在句子 $P_X(f(\alpha_1,\alpha_2))\leftarrow P_Y(\alpha_1),P_Z(\alpha_2)$,其中 $\alpha=\alpha_1\alpha_2$,$P_Y(\alpha_1),P_Z(\alpha_2)\in T_P^k(\Phi)$,由归纳假设,$Y\overset{*}{\Rightarrow}\alpha_1$,$Z\overset{*}{\Rightarrow}\alpha_2$,故 $X\Rightarrow YZ\overset{*}{\Rightarrow}\alpha_1\alpha_2\Rightarrow\alpha$,从而对于 $T_P^{k+1}(\Phi)$ 的任意元素 $P_X(\alpha)$,结论成立。进一步得到:对任意的变元 X,如果 $P_X(\alpha)\in M$,则 $\alpha\in L(G,X)$。

(2)另一方面有:如果 $\alpha\in L(G,X)$,那么 $P_X(\alpha)\in M$。

这可对 α 的派生长度 i 进行归纳证明而得到。当 $i=1$ 时,$S\rightarrow\alpha$,故 $P_X(\alpha)\leftarrow$,从而 $P_X(\alpha)\in M$,假设 $i\leqslant k$ 时,结论成立。我们考虑 $i=k+1$ 情况。可假设 $X\rightarrow YZ\overset{*}{\Rightarrow}\alpha$,这样存在 $\alpha_1\alpha_2$,满足 $\alpha_1\alpha_2=\alpha$,$Y\overset{*}{\Rightarrow}\alpha_1$,$Z\overset{*}{\Rightarrow}\alpha_2$,故 α_1,α_2 的派生长度不超过 k,由归纳假设得到 $P_Y(\alpha_1),P_Z(\alpha_2)\in M$,又因为 $P_X(f(t_1,t_2))\leftarrow P_Y(t_1),P_Z(t_2)$,所以 $P_X(\alpha)\in M$,证毕。

由上面的证明知道对于一般的产生式 $X\rightarrow a_1Y_1\cdots a_nY_n$,对应于句子:

$$P_X(f(a_1,f(t_1,f(a_2,\cdots,f(a_n,t_n))))\leftarrow P_{Y_1}(t_1),\cdots,P_{Y_n}(t_n)$$

定义 7 如果一个 Horn 逻辑程序句子都是下面这种形式:

$$P(f_1)(a_1,f_2(t_1,f_3(a_2,\cdots,f(a_n,t_n))))\leftarrow P_1(t_1),\cdots,P_n(t_n)$$

或者是 $P(a)\leftarrow$,那么这个 Horn 逻辑程序叫做 2 型 Horn 逻辑程序。

下面证明了 2 型 Horn 逻辑程序可由 2 型文法产生。

引理 3 2 型 Horn 逻辑程序的最小模可由 2 型文法产生。

证明:我们将每个不同谓词对应于一个变元,如 P 对应于 A,P_1 对应于 A_1,$\cdots$,P_n 对应于 A_n 等等。我们将 $P(t)\in M$ 的项 t 看作为 $A\overset{*}{\Rightarrow}t$ 等,这样由句子:

$$P(f_1(a_1,f_2(t_1,f_3(a_2,\cdots,f(a_n,t_n)))))\leftarrow P_1(t_1),\cdots,P_n(t_n)$$

知道当 $A_1\overset{*}{\Rightarrow}t_1,\cdots,A_n\overset{*}{\Rightarrow}t_n$ 时,$A\overset{*}{\Rightarrow}f_1(a_1,f_2(t_1,f3(a_2,\cdots,f(a_n,t_n))))$,这样我们建立一个产生式 $A\rightarrow f_1(a_1,f_2(A_1,f_3(a_2,\cdots,f(a_n,A_n))))$,对于每一个句子,我们都得到一个产生式。最后添加初始符 S 及产生式 $S\rightarrow P(A)$,$S\rightarrow P_1(A_1)$ 等等,其中谓词作为终结符,对于每个谓词 P 都有一个这种产生式 $S\rightarrow P(A)$。对于事实句子 $P(a)\leftarrow$,对应于产生式 $A\rightarrow a$,等等,这样所有这些产生式构成了一个 2 型文法 G,满足 $L(G,S)=M$,其中 M 是最小模。原因如下:

对于每个谓词 P,我们定义一个集合 $B=\{t\mid P(t)\in M\}$,那么有 $B=L(G,A)$。

首先,我们归纳 $B\subseteq L(G,A)$。对于 $T_P^1(\Phi)$ 的每一个谓词 $P(t)$,因为 $A\rightarrow t$,故 $t\in L(G,A)$,结论成立。假设结论对于 $T_P(\Phi)$ 中所有原子公式都成立。考虑 $T_P^{i+1}(\Phi)$ 中的任意原子公式 $P(t)$,$P(t)\leftarrow P_1(t_1),\cdots,P_n(t_n)$,满足 $P_i(t_i)\in T_P(\Phi)$。故由归纳假设得到:对所有的 i,$A_i\overset{*}{\Rightarrow}t_i$,所以 $A\Rightarrow f_1(a_1,f_2(a_1,f_3(a_2,\cdots,f(a_n,A_n))))\overset{*}{\Rightarrow}f_1(a_1,f_2(t_1,f_3(a_2,\cdots,f(a_n,t_n))))=t$,故 $t\in L(G,A)$,故 $B\subseteq L(G,A)$。

反过来,我们也归纳证明 $L(G,A)\subseteq B$。如果 $t\in L(G,A)$ 且 t 的派生长度为1,那么 $A\rightarrow t$,故 $P(t)\leftarrow$,从而 $P(t)\in M$,故 $t\in B$,结论成立。假设结论对于派生长度小于等于 k 时成立。考虑 t 的派生长度为 $k+1$ 的情况,此时 $A\rightarrow f_1(a_1,f_2(A_1,f_3(a_2,\cdots,f(a_n,A_n))))\overset{*}{\Rightarrow}f_1(a_1,f_2(t_1,f_3(a_2,\cdots,f(a_n,t_n))))=t$,所以 $A_1\overset{*}{\Rightarrow}t_1,\cdots,A_n\overset{*}{\Rightarrow}t_n$,这样对任意的 i,t_i 的派生长度不超过 k,由归纳假设得到:$P_i(t_i)\in M$,又由于 $P(f_1(a_1,f_2(t_1,f_3(a_2,\cdots,f(a_n,t_n)))))\leftarrow P_1(t_1),\cdots,P_n(t_n)$,因此 $P(t)\in M$。故 $t\in B$,从而 $L(G,A)\subseteq B$,进而得到 $B=L(G,A)$。因为 $S\rightarrow P(A)$,$S\rightarrow P_1(A_1)$ 等等,所以 $L(G,S)=\bigcup_P P(t)$ 的集合,其中:$t\in L(G,A)$,并集下标是所有的谓词 P,所以 $L(G,S)=M$。证毕。

由引理 2 和引理 3 我们得出了:

定理 3 2 型文法与 2 型 Horn 逻辑程序等价。

又由于 3 型文法是 2 型文法的子类,因此我们可得到下面两个推论。

推论 1 每一个 3 型文法 G 都存在一个 Horn 逻辑程序 P,使得对每一个变元 X,都有相应的一个谓词 P_X,满足 $\alpha\in L(G,X)$,当且仅当 $P_X(\alpha)\in M$。

定义 8 如果一个 Horn 逻辑程序句子都是下面这种形式

$$P(f_1(a_1,f_2(a_2,\cdots,f(a_n,t)))))\leftarrow P_1(t),$$

或者,$P(a)\leftarrow$,那么这个 Horn 逻辑程序叫做 3 型 Horn 逻辑程序。

推论 2 3 型 Horn 逻辑程序的最小模可由 3 型文法产生。

由推论 1 和推论 2,我们得出了:

定理 4 3 型文法与 3 型 Horn 逻辑程序等价。

定义 9 如果一个 Horn 逻辑程序的每一个句子的体中的项都出现在句子的头中,我们称它为 L-Horn 逻辑程序。

结论和进一步的工作 本文是在 Horn 逻辑程序的最小 Herbrand 模和文法产生的语言之间建立了对应关系,我们的目的是从语法形式上对 Horn 逻辑程序进行分类,描绘出与 1 型文法,2 型文法,3 型文法,递归文法语义相等价 Horn 逻辑程序的特征。我们这里只得出了 2 型 Horn 逻辑程序,3 型 Horn 逻辑程序分别与 2 型文法,3 型文法相对应,但是是否 L-Horn 逻辑程序与 1 型文法相对应,及怎样的 Horn 逻辑程序与递归文法相等价,一般的逻辑程序怎样与文法对应等等,这些问题需要进一步研究。

致谢 *本文作者特别感谢北京航空航天大学计算机系马世龙教授和许可博士提供的有用提议。*

参考文献

1. Kowalski R A. Predicate Logic as Programming Language. In: Proc. IFIP'74. North-Holland, Amsterdam, 1974, 569～574
2. Smullyan R M. Theory of Forma Systems. Princeton, 1961
3. Andreka H, Nemeti I. The Generalized Completeness of Horn predicate Logic as A Programming Language. Acta Cyernet, 1978, 4: 3～10
4. Apt K. Logic programming. In: Leeuven, J. V., Handbook of Theoretical Computer Science, MIT press, Cambridge, CA, 1990. 493～574
5. Dantsin E, Eiter T, Gottlob G, Vorlnkov A. Complexity and Expressive Power of Logic Programming
6. Itai A, Makowsky J. Unification as A Complexity Measure for Logic Programming
7. 张立昂. 可计算性与计算复杂性导引. 北京:北京大学出版社, 1999
8. Deransart P, Maluszynski J A. A Grammatical View of Logic Programming. MIT Press, Cambridge, MA, 1993
9. Dahr M. Deductive Database: Theory and Application. International Thomson Computer Press, 1997
10. Lloyd J W. Foundations of Logic Programming. Springer-Verlage, Berlin, 1987