维普资讯 http://www.cqvip.com

基于 Markov 随机场和 Bayesian 理论的脑内磁源重建*)

胡 净[1] 胡 洁[2] 叶 盛[3]

(电子科技大学生命科学与技术学院 成都610054)[1] (浙江大学医学院附属第一医院设备科 杭州310003)[2]

(浙江大学生物系统工程与食品科学学院 杭州310029)[3]

Neuromagnetic Source Image Reconstruction Based on Markov Random Field and Bayesian Theory

HU Jing[1] HU Jie[2] YE Sheng[3]

(College of Life Science and Technology, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054)[1]

(Equipment Division, First Affiliated Hospital, Zhejiang University College of Medicine, Hangzhou 310003)[2]

(College of Biosystem Engineering and Food Science, Zhejiang University, Hangzhou 310029)[3]

Abstract MEG source image reconstruction, an important and difficult problem in image processing applications, is formulated as ill-posed inverse problem, so regularization is necessary. Here, we adopt stochastic regularization, i.e., based on Markov random field and Bayesian theory. Additionally, the concept of line process is introduced. The experiments show the effectiveness of this method.

Keywords Stochastic regularization, Markov, Bayesian, Reconstruction, Ill-posed

1 引言

基于脑磁图 MEG 的脑磁源成像，又可称电流密度重建或磁源分布图像重建，是一种新的检测神经电流活动特性的图像重构技术。它不是一个普通问题，而是跟诸如计算机视觉、地球物理等这些问题一样，是不定的或至少是病态的，从而推翻了当年 Hadamard 等人的认为不存在实际不定问题的论断。

磁源成像问题发展至今，已经提出了很多方法。如 Wang 等[1]采用的 MNLSE (Minimum-Norm Least-Squares Estimation)方法。Matsuura 等[2]首先提出 SMN(Selective Minimum Norm)方法。Pascual-Marqui 等[3]提出 LORETA (Low Resolution Brain Electromagnetic Tomography)。Gorodnitsky 等[4]主要致力于 FOCUSS (FOCal Underdetermined System Solver)来开展脑磁的研究。Huang[5]采用 MEM(Maximum Entropy Method)法。Phillips 等[6]、Baillet 等[7]及 Hasson[8]均采用了 Bayesian 理论的重建框架。各种方法中，对先验的电流源分布及源空间的权重函数都作了明确的假设，有的采用瞬时数据模型，或采用时空数据模型，或结合其它脑功能成像技术如 EEG、fMRI 等，限于篇幅，这里就不再赘述。

针对脑磁逆问题，必须加以合适的约束条件，使之转化为适定问题。虽然提出了很多磁源图像分布重建算法，但几乎均可纳入一个共通的结构，即从正则(regularization)理论的观点来加以解释和拓展[9]。正则化算法最初的提出主要是为了解决在运算过程中的数值不稳定问题，但在其发展过程中，逐步纳入了对脑内神经信号本身的包括测量系统零空间的一些先验知识。而包含有零空间信息的信号重建和恢复是目前从不完全观测数据进行图像重构的一个极其重要的领域。正则体现的是观测数据的置信度和某些先验知识之间的一种折中思想。我们知道，基于 Tikhonov 正则的确定性正则算法可以改善解的稳定性，但是却不能提供有关脑磁研究零空间分量的任何信息。近年来，在 MEG 逆问题研究中，构架在 Bayesian 统计理论框架下的随机性正则算法的磁源成像技术引起了脑磁研究学者的广泛注意。

2 理论与方法

在脑磁逆问题中，面临着诸如由于噪声影响而引起的测量数据的随机性以及关于脑内神经活动信息的不完全性。Hari(1986)和 Hamalainen 等(1988)最早提出把随机正则方法用于图像重建。之后 Clarke(1991)把它引用到 MEG 逆问题中，解决脑内磁源分布图像重建问题。

选择非二次的泛函作为正则函数的主要缺点是求解代价函数的最优化问题没有一个显式解，求解通常需要使用较费事的迭代算法。Bayesian 方法可同时考虑解的先验信息、观测

*)本项目得到浙江省自然科学基金资助(编号:602111)。胡 净 博士，主要从事医学图像处理和不定逆问题研究。

路面颜色基本一致和路面比较平整的道路情况下，可快速、有效地实现障碍物检测。

参 考 文 献

1 Williamson T, Thorpe C. A trinocular stereo system for highway obstacle detection. In: Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, 1999,3:2267～2273

2 Okutomi M, Kanade T. A multiple-baseline stereo. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1993, 15 (4):353～363

3 Mandelbaum R, Hansen M, et al. Vision for autonomous mobility: image processing on the VFE-200. In: Proc. of IEEE Intl. Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation (CIRA), Intelligent Systems and Semiotics (ISAS), 1998. 671～676

4 Tao Y, et al. Fourier-based separation technique for shape grading of potatoes using machine vision. Transaction of the ASAE, 1995,38 (3): 949～957

维普资讯 http://www.cqvip.com

噪声及数据误差，因而是一个非常有效的求逆方法，其一般步骤为：需指定一个关于未知参数的概率分布，使之包含我们所知的关于这些参数的不完全的先验信息；指定一个关于测量数据的概率分布，使之包含关于数据的总的误差及不可避免的测量噪声的信息；然后通过 Bayesian 准则，计算出一个关于未知参数的后验分布，再通过确定某一种准则，一般在脑磁研究中，采用最大后验概率(Maximum A Posteriori，MAP)估计准则，这样就可以求出未知的这些参数值。

在这一方法下，通过考虑测量噪声，可方便地得到关于头外测量磁场数据的概率分布，然而确定未知参数的先验分布是非常困难的，为了能很好地捕捉脑内神经电流分布图像的统计特性，一般常采用 Markov 随机场(Markov Random Field，MRF)模型来捕捉图像的统计特性。

在图像重建领域，自从 Geman 兄弟[10]集合了从统计信号分析和统计物理中来的思想，较为详实地介绍了 Markov 随机场及 Bayesian 的理论体系之后，基于此理论基础上的成像技术越来越受到青睐，原因是它们能够对数据收集、图像行为进行精确的建模，因此也被广泛应用于医学图像处理中。

2.1 最大后验概率估计 MAP 准则

Bayesian 统计理论中，最大后验概率估计准则代表了一种主观决策的思想，这种思想将先验概率理解为决策者主观估计的客观定量表示，并将其看作上一决策的重要依据，其理论背景比一般的正则化要深刻丰富得多。

逆问题是给定数据 y，寻找最适合的 x，根据 Bayesian 定理，这个问题可被描述成最大化一个概率密度函数，即

$$\rho(x|y)=\frac{\rho(y|x)\rho(x)}{\rho(y)} \tag{1}$$

模型 x 的最大化 $\rho(x|y)$ 等价于最大化 $\log[\rho(x|y)]$，因此最大化问题变为

$$\max\ \rho(x|y)=\max\{\log[\frac{\rho(y|x)\rho(x)}{\rho(y)}]\}=\max\{\log(\rho(y|x))+\log(\rho(x))-\log(\rho(y))\} \tag{2}$$

其中最后一项为测量磁场数据分布项，与重构问题无关，可忽略不计。因此在给定的磁场测量数据下，(2)式为

$$\max\ \rho(x|y)=\max\{\log(\rho(y|x))+\log(\rho(x))+\text{const}\}=\max\{\log(\rho(y|x))+\log(\rho(x))\} \tag{3}$$

这样问题转为两项的折衷。第一项评价模型是如何描述数据的，即等同于泛函正则化框架中的 $\|Ax-y\|$；第二项为模型评价，它表达了先验置信模型，相当于正则理论中的正则项 $\|R(x)\|$，这里将采用 Markov 随机场来建立模型。

2.2 Markov 随机场

Markov 随机场是 Markov 过程(或链)的直接扩展，集合了很多从统计和统计物理来的思想。它提供了一个非常丰富的框架用于图像和其它的空间系统的建模。

我们知道，尽管 Markov 随机场广泛地应用于图像分析的各个领域，但这种先验概率模型不便于实现脑磁源成像的最大后验概率估计，原因在于它无法显式地给出脑内神经电流分布图像的总体概率分布式。而 Gibbs 模型是一种既能在局部性上等价于 Markov 随机场，又具有图像整体概率分布明确表达式的先验概率模型。

采用 Markov 随机场来模型化图像先验知识的步骤依次为[11]：(i)指定一个邻域系统；(ii)确定与该邻域系统有关的集；(iii)指定每一个集的势能函数；(iv)形成 $\rho(x)=\frac{1}{Z}\exp(-\frac{1}{T}\Sigma_c V_c(x))$，其中 Z 是配分函数，起归一化分布的作用，$T$ 为常数，$V_c(x)$ 是任意的势能函数，仅取决于在集 C 内的那些变量 x_i。$\Sigma_c V_c(x)$ 称为能量函数，求和是在网格的所有集上进行。(i)和(iii)是主要的步骤，也就是邻域尺寸和势能函数的选择。仔细选择模型的各个方面，将能保证(iv)具有与真实图像相关的高可信度。

任何变量的条件概率只是邻域中像素固定值的函数。对于小的状态空间或特别的势能函数形式来讲，分布可以明确地计算得出，因此易于采样。允许直接应用 Gibbs 采样器在 Markov 模型上进行汇总，收敛被保证，让每个位置并行同步地更新。

2.3 具体重建原理

经过了这些分析，可把上述的理论应用到脑磁源成像中来。构架在分布源的源模型基础上，用下面的脑磁方程来描述

$$b=Gp$$

其中 b 为头外测量的磁场数据向量，G 为引导场矩阵，p 为偶极子的偶极矩参数的向量，求逆过程即为从 b 和 G 中求出最优的脑内神经电流分布图像的重建值 $\hat{p}$，它可以通过下面的代价函数得到

$$\hat{p}=\max_p \rho(p|b)=\max_p\{\log(\rho(b|p))+\log(\rho(p))\} \tag{4}$$

其中似然函数 $\rho(b|p)$ 服从 χ^2 分布，有

$$\rho(b|p)=\frac{1}{2\pi\sigma^2}\exp\{-\frac{1}{2\sigma^2}\|b-Gp\|^2\} \tag{5}$$

σ^2 为加性白噪声的方差。

$\rho(p)$ 是重建图像的先验概率，设先验模型为 Markov 随机场模型，服从 Gibbs 分布，有

$$\rho(p)=\exp\{-\mu\sum_{c\in O}\Phi_c(p)\} \tag{6}$$

其中 $\Phi_c(p)$ 是与集 C 有关的势能，O 为整个重建区域。

这样，结合(5)和(6)两式，我们可以把(4)式转化为

$$\hat{p}=\arg\min_p\rho(p|b)=\arg\min_p\{\|b-Gp\|^2+\gamma\sum_{c\in O}\Phi(p)\} \tag{7}$$

参数 $\gamma=2\sigma^2\mu$，相当于 Tikhonov 正则的调节参数，起数据项和先验项之间的平衡作用。若用二次函数作为正则项的内容，也就是 Tikhonov 正则，从这里亦可看出这类确定性正则是随机正则的一个特例。二次函数形式最为简单，计算也最简单，但由于它对图像的较大梯度值会惩罚过度，也就意味着图像的一些边缘信息被丢失，从而易造成重建图像过于平滑。

根据脑内神经活动呈现总体稀疏局部聚集的特性，我们认为重建结果应该是在重建区域中，各聚集的局部区内，图像是平滑的，因此各网格点上的偶极矩强度值之差较小，而在局部区域内外之间存在着较大的差，也就是存在着图像的边界。

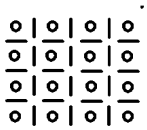


图1 像素与线过程

把需重建的脑内神经电流密度分布图像视为一 Markov 随机场模型，由定义势能函数来描述相关的先验分布 $\rho(p)$，先验图像模型用两个变量来表征，其中连续变量 u 表示偶极矩的强度，另一个离散的二值变量 w 表示重建面上的相邻网格上的偶极子情况，若偶极矩强度值变化超过一定的阈值，则认为存在边界，反之，则认为属于同一局部聚集区内。这样的图像先验模型，重建时既考虑图像中各局部内的平滑性，同时又要顾及局部区域之间的突变性，于是整个数据集合包括图

维普资讯 http://www.cqvip.com

像矢量及图像边界这两部分。因此需要引入二进制线过程来进行边界的描述[10]。

$$(i-1,j)$$
$$(i,j-1)(i,j)(i,j+1)$$
$$(i+1,j)$$

图2　重建面网格点上的一阶邻域系统

代价函数的最小化这样进行：寻找偶极矩强度的能量函数极小值，然后偶极矩值不变，升级线过程。这里采用一阶邻域系统，用图2表示。于是对应的能量函数为

$$E_{sm}=\alpha\sum_{i,j}\left(\begin{array}{l}(u_{i,j}-u_{i,j-1})^2(1-w^v_{i,j})+(u_{i,j+1}-u_{i,j})^2(1-w^v_{i,j+1})+\\(u_{i,j}-u_{i-1,j})^2(1-w^h_{i,j})+(u_{i+1,j}-u_{i,j})^2(1-w^h_{i+1,j})\end{array}\right) \quad (8)$$

两个二进制量 w^v 和 w^h 等于0或1，分别对应垂直 v 和水平 h 方向上的线过程。连续量对应相应网格点上的偶极矩强度值。引入这种线过程的保边界方法，能够克服正则带来的平滑性缺陷，而且能够保持局部神经区域之间的边界的锐化。在代价函数中再添加一项对 w 的惩罚项，w 的输出饱和值为0或1，即

$$E_w=\sum_j w^x_j(1-w^x_j) \quad (9)$$

此项在 $w_j=0$ 或1时达到极值点，x 为 v 或 h。

把式(8)和(9)结合入(7)，得到最终的代价函数

$$\hat{p}=\arg\min_p\{\{\frac{1}{2\sigma^2}\|b-Gp\|^2\}+\alpha\{E_{sm}+\gamma E_w\}\}=\arg\min_p E \quad (10)$$

于是代价函数的求解可以分两步进行：当二进制过程被固定时，进行连续变量的更新；更新二进制过程。这样我们可以引用一种混合神经网络方法来解决这个含有连续过程和二进制过程的优化问题，设该神经网络的两种输出为表示连续量的偶极矩强度和表示二进量的线过程。这样在引入神经网络后，用最小模解分布作为初始状态，经过一定次数的迭代，达到网络的稳定状态。

3　计算结果及讨论

源平间为 x-y 面$(-4\times4,-4\times4)cm^2$，间距为0.5cm。网格点数为289个。我们假设有位于 x-y 面的两个仿真源，均平行于 x 轴，即第一个偶极子：$(x_1,y_1)=(-1,1)$，$p_1=7.6nAm$；第二个偶极子：$(x_2,y_2)=(2.5,-2)$，$p_2=2.5nAm$。测量平面包含了25个测量点，与源面平行并相距4cm。通过 MEG 正问题方程计算出测量磁场的磁感应强度的径向分量，即 z 分量，图3是无噪的磁场数据。另外，还可得出分别在三个坐标截面上的等磁场强度曲线图(见图4)，也就是等磁线图，这里称之为脑磁地形图，以便描述磁源的强度和方向。设定每个面均相距各坐标轴4cm 处，大小为$(-3,3)\times(-3,3)cm^2$。由于只考虑仿真源的两个切向偶极矩分量，再结合放置的源位置，所以三个截面上都能清楚地反映出靠近所在截面的偶极子源的情况，当然方向与放置的源有偏差，正是说明了球头内其它源的增强或消减作用。

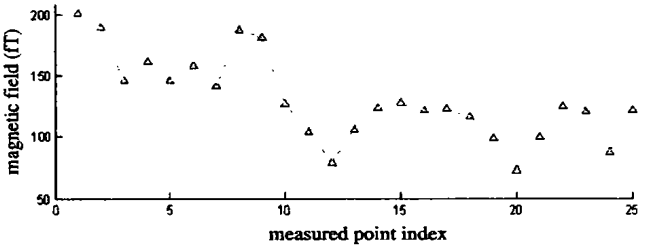


图3　无噪的测量磁场数据

实验中加入高斯白噪声，信噪比设为 SNR = 10log $(\sum_{i=1}^{M}b_i^2/\sum_{i=1}^{m}n_i^2)$，约为30dB。首先采用标准的最小模估计来得到较为平滑的解分布图像。这里以最小模估计的解分布图像作为初始值，然后根据基于 Markov 随机场和 Bayesian 理论的算法来进一步重构，这里总迭代次数为五次，见图5，图中高度为归一化的偶极矩强度值。

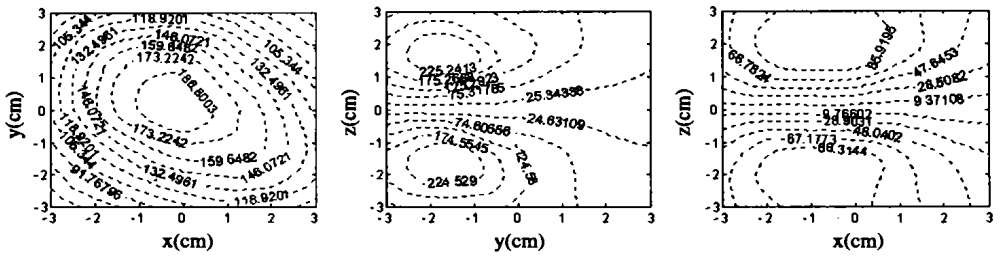


图4　脑磁地形图

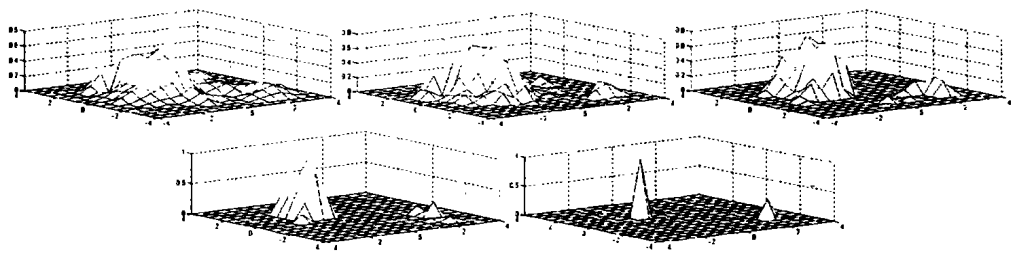


图5　重建结果

这里只是采用了较为简单的平面重建，且选取最小模估计作为初始图像分布，若最小模估计的偏差较大，将会引起重

维普资讯 http://www.cqvip.com

建失败。另外如何确定代价函数中各项的平衡关系也是涉及最终结果的重要因素。因此我们将继续予以进一步的验证分析。

结束语 在应用 Markov 随机场和 Bayesian 理论开展的脑磁源成像研究的文献中，Phillips 等[6]采用的 Markov 模型包含双变量的表征方法：一个二进制的活动过程决定在网格上的偶极子的偶极矩是否为非零值，另一个高斯过程来表示偶极矩强度的变化过程。Chipman 等[13]在证实了上述模型的可行性后，把该模型进行了略微的改动，扩展为盲点源恢复(blind point source restoration)，因为脑内的神经活动的电流偶极子分布的图像类似于天文上星星的分布场一样，是稀疏的点状的。它除去用于指示偶极子存在的二进制 Markov 随机场的 Gibbs 概率分布函数中的聚集项，只保留稀疏项，前提是已经得到了模糊的图像。而本文提出的方法是把图像重建和恢复领域中的线过程概念引入到脑磁求逆过程中，以此来构架目标函数。而且文中从随机正则理论的角度出发，给出了较为详细的此类方法的脑磁源重建理论框架。

此外，基于 MEG 的脑磁源成像是脑功能成像，需要利用脑结构数据和其它已知信息，也就是由 MRI 等其它脑功能成像技术来提供清晰的脑内神经结构解剖图，来配准脑磁逆解提供的功能信息。这需建立在真实头模型基础上来开展工作，所以我们的下一步工作将开展基于真实头模型的实际脑磁数据的逆问题研究。

参 考 文 献

1 Wang J Z. MNLS inverse discriminates between neuronal activity on opposite walls of a simulated sulcus of the brain. IEEE Trans. Biomed. Eng. ,1994,41(5):470～479

2 Matsuura K, Okabe Y. Selective minimum-norm solution of the biomagnetic inverse problem. IEEE Trans. Biomed. Eng. , 1995, 42(6):608～615

3 Pascual-Marqui R D. Reply to comments by Hamalainen, Ilmoiemi, Nunezul. ISBET Newsletter, W. Skrandies, 1994(5):16～21

4 Gorodnitsky I F. George J S, Rao B D. Neuromagnetic source imaging with FOCUSS: a recursive weighted minimum norm algorithm. Elec. clin. neuro. ,1995,95:231～251

5 Huang M, Aaron R, Shiffman C A. Maximum entropy method for magnetoencephalography. IEEE Trans. Biomed. Eng. , 1997, 44(1):98～102

6 Phillips J W, Leahy R M, Mosher J C. MEG-based imaging of focal neuronal current sources. IEEE Trans. Med. Imag. , 1997,16(3):338～348

7 Baillet S, Garnero L. A Bayesian approach to introducing anatomofunctional priors in the EEG/MEG inverse problem. IEEE Trans. Biomed. Eng. ,1997,44(5):374～385

8 Hasson R, Swithenby S J. A Bayesian test for the appropriateness of a model in the biomagnetic inverse problem. Inver. Prob. , 1999,15:1439～1454

9 Nicolaos B K, Anastasios N V. Regularization theory in image restoration-the stabilizing functional approach. IEEE Trans. Acou. Spee. Sig. Pro. ,1990,38(7):1155～1179

10 Geman S, Geman D. Stochasitic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images. IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell. ,1984,6:721～741

11 Morris R D. Image sequence restoration using Gibbs distributions: [Ph. D. thesis]. Trinity College

12 Wang J, Wang Y, Chi Z. Continuous Reconstruction of Density Image from Compton Scattered Energy Spectra with Neural Network. IEE Proc. Sci. Meas. Technol. ,1999,146:235～239

13 ChipmanB A, Jeffs B D. Blind multiframe point source image restoration using MAP estimation. In: Proc IEEE, 1999. 1267～1270

(上接第69页)

结果显示新算法速度较快(4万多个三角形的渲染只需115秒)，产生的图像也很逼真。下一步需要深入进行新算法的误差分析，并将镜面反射的计算也引入到新算法的计算框架内。目前该软件原型已作为富士通株式会社 ImageRender 软件的渲染模块，正在进行用户测试。

参 考 文 献

1 Willmott A J, et al. Face cluster radiosity. In: Proc. of the Tenth Eurographics Workshop on Rendering, Springer-Verlag / Wien, 1999. 293～304

2 Stamminger M, et al. Bounded clustering - finding good bounds on clustered light transport. In: Conf. Proc. of Pacific Graphics '98, 1998

3 Smits B, et al. A clustering algorithm for radiosity in complex environments. In: Proc. of SIGGRAPH '94, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, p435～442

4 Sillion F X, et al. A unified hierarchical algorithm for global illumination with scattering volumes and object clusters. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 1995, 1(3):240～254

5 Muller G, et al. Automatic Creation of Object Hierarchies for Radiosity Clustering. Technical University of Braunschweig, 2000

6 Hasenfratz J-M, et al. A Practical Analysis of Clustering Strategies for Hierarchical Radiosity. EUROGRAPHICS '99