# 微延迟病态卷积混叠盲源分离的可分性研究*)

刘海林 谢胜利 章晋龙

（华南理工大学电信学院 广州510641）

**On the Separability of Ill-Conditioned Convolutive Mixtures of Sources with Small Time Delay**

LIU Hai-Lin XIE Sheng-Li ZHANG Jin-Long

(The institute of Electionic and Information, South China University of Technology, Guangzhou 510641)

**Abstract** The paper researches separability of blind sources of convolutive mixtures on the assumption that the number of sensors is less than that of sources. When time delay is small, the necessary condition of separability of the ill-conditioned convolutive mixtures is given through transforming blind sources of convolutive mixtures into that of linear mixtures.

**Keywords** Separation of blind sources, Convolutive mixtures, Ill-conditioned case, Separability

## 1 引言

自从 Herault 和 Jutten[1]提出盲源分离问题以来，该问题引起广大学者的极大兴趣。由于这种技术可以应用到无线通讯、语音分离、声纳信号处理、图像分离等许多领域，近几年盲源分离已经成为信号处理领域一个引人注目的研究热点。关于线性混叠的盲源分离算法已出现了大量文献，而对盲反卷积的研究相对较少。

Yellin 和 Wensten[2]通过把问题变换到频域上，给出了基于三阶统计量和三阶普多通道盲反卷积方法，该方法由于需要计算高阶普，因此运算量很大。Thi 和 Jutten[3]利用四阶累积量或四阶矩函数，给出了卷积混叠信号盲分离的自适应方法。Lee 和 Bell[4]将基于信息最大传输或最大似然算法得出的盲源分离训练算法变换到频率域，并利用 FIR 多项式代数技术进行盲反卷积。谭丽丽、韦岗[5]基于极大熵的方法给出了盲反卷积算法，该算法类似前述方法都有运算量太大的弱点。刘琚、何振亚在文[6]中，对已有的盲反卷积方法进行了综述，并指出目前的研究都假设传感器的个数不少于源信号的个数。

在传感器个数少于源信号的个数的病态卷积混叠情况下，当时间延迟很小时，本文给出了卷积混叠盲源分离的必要条件；该可分性条件，同样适合非病态微小延迟盲反卷积问题。

## 2 病态盲反卷积问题的转化

### 2.1 研究问题

本文研究的病态卷积混叠盲源分离模型为

$$x_k(t)=\sum_{i=0}^{P_{K1}}a_{k1}(i)s_1(t-i\tau)+\cdots+\sum_{i=0}^{P_{Kn}}a_{kn}(i)S_n(t-i\tau),k=1,2,\cdots,m \qquad (1)$$

其中 $x_k(t)$是 k 个传感器的输出信号，$s_j(t)$(j=1,2,…,n)是第 j 个源信号，$a_{kj}$是从第 j 个源信号到第 k 个传感器的混合滤波器系数。传感器的个数 m 少于信号源个数 n。

对研究的模型，做如下假设：

(a)源信号 $s_1(t),s_2(t),\cdots,s_n(t)$都是零均值、独立宽平稳过程；源信号均为超高斯的或为亚高斯的。

(b)时间为微小延迟，即 $\max\{P_{K1},P_{K2},\cdots,P_{Kn}\}\tau<\delta$，其中 $\delta$ 是一个充分小的正数。

### 2.2 问题的转化

把 $s_j(t-i\tau)$(j = 1,2,…,n)进行 Talyor 展开有

$$s_j(t-i\tau)=s_j(t)-i\tau\dot{s}_j(t)+R_j(i\tau),j=1,2,\cdots,n$$

在假设(b)的情况下，余项 $R_j(i\tau)$可忽略。这时得到

$$s_j(t-i\tau)\approx s_j(t)-i\tau\dot{s}_j(t),j=1,2,\cdots,n$$

把上式代入(1)式，则

$$x_k(t)\approx\sum_{i=0}^{P_{K1}}a_{k1}(i)s_1(t)-\tau\sum_{i=0}^{P_{K1}}ia_{k1}(i)\dot{s}_1(t)+\cdots+\sum_{i=0}^{P_{Kn}}a_{kn}(i)s_n(t)-\tau\sum_{i=0}^{P_{Kn}}ia_{kn}(i)\dot{s}_n(t),k=1,2,\cdots,m \qquad (2)$$

由于信号 $s_j(t)$(j=1,2,…,n)是宽平稳过程，因此由文[7]可知 $s_j(t)$和 $\dot{s}_j(t)$(j =1,2,…,n)不相关。若我们把 $\dot{s}_j(t)$(j =1,2,…,n)作为一个新的源信号来考虑，这时盲反卷积问题(1)式就转化成线性瞬时混叠盲分离问题(2)式。

## 3 病态盲反卷积问题的可提取性条件

在模型假设条件下，卷积混叠盲源分离问题(1)式的可分性转化为线性瞬时混叠盲源分离问题(2)式的可分性。

设矩阵

$$A=\begin{pmatrix}\sum_{i=0}^{P_{11}}a_{11}(i)-\tau\sum_{i=0}^{P_{11}}ia_{11}(i)\cdots\sum_{i=0}^{P_{1n}}a_{1n}(i)-\tau\sum_{i=0}^{P_{1n}}ia_{1n}(i)\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ \sum_{i=0}^{P_{m1}}a_{m1}(i)-\tau\sum_{i=0}^{P_{m1}}ia_{m1}(i)\cdots\sum_{i=0}^{P_{mn}}a_{mn}(i)-\tau\sum_{i=0}^{P_{mn}}ia_{mn}\end{pmatrix} \qquad (3)$$

我们得到病态卷积混叠盲源分离问题(1)式理论上可分离的必要条件为：

*)国家自然科学基金(69972016)，华工基金(No. E5303260)资助项目.**刘海林** 博士后，副教授，研究兴趣：进化计算，盲源分离. **谢胜利** 教授，博导，盲源分离等.

**定理1** 问题(1)式中第 j 个源信号 $s_j(t)$理论上能被提取的必要条件是矩阵 A 的第$2j-1$列不能被矩阵 A 的其它列线性表示。

证明:在假设(1)、(2)的条件下,由于卷积混叠盲分离问题(1)式能够转化为线性混叠盲分离问题:

$$x_k(t)=\sum_{i=0}^{P_{K1}}a_{k1}(i)s_1(t)-\tau\sum_{i=0}^{P_{K1}}ia_{k1}(i)\dot{s}_1(t)+\cdots+\sum_{i=0}^{P_{Kn}}a_{kn}(i)s_n(t)-\tau\sum_{i=0}^{P_{Kn}}ia_{kn}(i)\dot{s}_n(t),k=1,2,\cdots,m \qquad (4)$$

即 $X(t)=AS(t)$,其中 $X(t)=(x_1(t),x_2(t),\cdots,x_m(t))^T$,$A$ 为由(3)式定义的混叠矩阵,$S=(s_1(t),\dot{s}_1(t),\cdots,s_n(t),\dot{s}_n(t))^T$。

当信号 $s_1(t),\dot{s}_1(t),s_2(t),\dot{s}_2(t),\cdots,s_n(t),\dot{s}_n(t)$相互独立时,必有该组信号不相关;若第 j 个源信号理论上能被分离,则存在某个向量 $W_j=(w_{j1},w_{j2},\cdots,w_{jm})^T$ 和 $\lambda_j(\lambda_j\neq0)$使得

$$W_j^TX(t)=W_j^TAS(t)=\lambda_js_j(t)。$$

设 $W_j^TA=(b_{11},b_{12},\cdots,b_{(j-1)2},b_{j1},\cdots,b_{n2})$,显然

$$W_j^TAS(t)=b_{11}s_1(t)+b_{12}\dot{s}_1(t)+\cdots+b_{(j-1)2}\dot{s}_{j-1}(t)+b_{j1}s_j(t)+b_{j2}\dot{s}_j(t)+\cdots+b_{2n}s_{2n}(t)=\lambda_js_j(t)。$$

由于信号 $s_1(t),\dot{s}_1(t),s_2(t),\dot{s}_2(t),\cdots,s_n(t),\dot{s}_n(t)$不相关,因此可推出

$$b_{11}=0,b_{12}=0,\cdots,b_{(j-1)2}=0,b_{j1}=\lambda_j,b_{j2}=0,\cdots,b_{n2}=0。$$

即

$$W_j^TA=(b_{11},b_{12},\cdots,b_{(j-1)2},b_{j1},b_{j2},\cdots,b_{n2})=(0,0,\cdots,0,\lambda_j,0,\cdots,0)。$$

因为 $W_j^TA=(0,0,\cdots,0,\lambda_j,0,\cdots,0)$等价于方程组

$$\begin{cases} w_{j1}\sum_{i=0}^{P_{11}}a_{11}(i)+w_{j2}\sum_{i=0}^{P_{21}}a_{21}(i)+\cdots+w_{jm}\sum_{i=0}^{P_{m1}}a_{m1}(i)=0 \\ \cdots\cdots \\ w_{j1}\sum_{i=0}^{P_{1j}}a_{1j}(i)+w_{j2}\sum_{i=0}^{P_{2j}}a_{2j}(i)+\cdots+w_{jm}\sum_{i=0}^{P_{mj}}a_{mj}(i)=\lambda_j \\ \cdots\cdots \\ -\tau w_{j1}\sum_{i=0}^{P_{1n}}ia_{1n}(i)-\tau w_{j2}\sum_{i=0}^{P_{2n}}ia_{2n}(i)-\cdots-\tau w_{jm}\sum_{i=0}^{P_{mn}}ia_{mn}(i)=0 \end{cases}$$

假设 A 的第 j 列能由 A 的其它列线性表示,即存在一组数 $c_1,c_2,\cdots,c_{j-1},c_{j+1},\cdots,c_n$ 使得

$$(\sum_{i=0}^{P_{1j}}a_{1j}(i),\sum_{i=0}^{P_{2j}}a_{2j}(i),\cdots,\sum_{i=0}^{P_{mj}}a_{mj}(i))=c_1(\sum_{i=0}^{P_{11}}a_{11}(i),\sum_{i=0}^{P_{21}}a_{21}(i),\cdots,\sum_{i=0}^{P_{m1}}a_{m1}(i))+\cdots+c_{j-1}(\sum_{i=0}^{P_{1j-1}}a_{1j-1}(i),\sum_{i=0}^{P_{2j-1}}a_{2j-1}(i),\cdots,\sum_{i=0}^{P_{mj-1}}a_{mj-1}(i))+c_{j+1}(\sum_{i=0}^{P_{1j+1}}a_{1j+1}(i),\sum_{i=0}^{P_{2j+1}}a_{2j+1}(i),\cdots,\sum_{i=0}^{P_{mj+1}}a_{mj+1}(i))+\cdots+c_n(\sum_{i=0}^{P_{1n}}a_{1n}(i),\sum_{i=0}^{P_{2n}}a_{2n}(i),\cdots,\sum_{i=0}^{P_{mn}}a_{mn}(i))。$$

所以,

$$\lambda_j=w_{j1}(\sum_{i=0}^{P_{1j}}a_{1j}(i)+w_{j2}\sum_{i=0}^{P_{2j}}a_{2j}(i)+\cdots+w_{jm}(\sum_{i=0}^{P_{mj}}a_{mj}(i)=(w_{j1}\sum_{i=0}^{P_{11}}a_{11}(i)+w_{j2}\sum_{i=0}^{P_{21}}a_{21}(i)+\cdots+w_{jm}\sum_{i=0}^{P_{m1}}a_{m1}(i))+\cdots+(w_{j1}(\sum_{i=0}^{P_{1n}}a_{1n}(i)+w_{j2}\sum_{i=0}^{P_{2n}}a_{2n}(i)+\cdots+w_{jm}\sum_{i=0}^{P_{mn}}a_{mn}(i)=0$$

这与 $\lambda_j\neq0$矛盾。

由于矩阵 A 的行数 m 越大,矩阵 A 的某列不能被矩阵 A 的其它列线性表示的可能性越大,因此由上述定理可以推出,传感器的个数越多,越有利于分离出源信号。

**结论** 在卷积混叠盲源分离中,当时间是微小延迟的情况下,本文研究了传感器个数少于源信号个数的病态卷积混叠的可分性;给出了病态卷积混叠盲源分离的必要条件,该条件同样适合非病态微延迟盲反卷积问题。

## 参考文献


1 Jutten C,Herault J. Blind separation of sources,Part I:An adaptive algorithm based on neuromimetic architecture [J]. Signal Processing,1991,24(1):1～10

2 Yellin D,Wensten E. Criteria for multichannel signal separation [J]. IEEE Trans Signal Process,1994, 42(8):2158～2168

3 Thi H N,Jutten C. Blind source separation for convolutive mixtures [J]. Signal Processing,1995,45(2):209～229

4 Lee T W,Bell A J,Lambert R H. Blind separation of delayed and convolved sources [A]. Advances In Neural Information Processing Systems [C]. Cambridge MA: MIT Press,1997. 758～764

5 谭丽丽,韦岗. 多输入多输出盲解卷问题的最大熵解法[J]. 电子学报,2000,28(1):114～116

6 刘琚,何振亚. 盲源分离和盲反卷积[J]. 电子学报,2002,30(4):570～576

7 Jean B, Gill C. A compact sensor array for blind separation of sources [J]. IEEE Trans Circuits and systems-I: Fundamental theory and applications,2002,49(5):565～574


(上接第148页)

如文[1]的方法。因此,新方法适用于问题空间不是很大、但对速度要求较高的情况。

对于由20个氨基酸组成的蛋白质的空间结构,研究成果最多。研究表明[1],这个问题的解空间规模为8400万,其中最优解只有4个,能级为−9(由此可见,该类问题的复杂性)。前人的工作给出了两种最优构象(图2和图3)。我们的计算得到了另外一种最优构象(图4)。

**结论** 本文针对蛋白质的空间结构预测问题,在前人工作的基础上,提出了基于并行遗传算法的实现方案。实践证明,并行方案有很好的适用性、很快的运行速度,尤其适用于生物信息学领域中经常遇到的大计算量问题。进一步的研究可以侧重于以下两个部分:①使用更能体现蛋白质真实特性的简化模型。②分析并行程序运行中涉及到的负载平衡问题,切实提高并行机运行效率。

## 参考文献


1 Unger R,Moult J. Genetic Algorithms for Protein Folding Simulations, J Mol Biol,1993

2 Patton A L,Punch W F III,Goodman E D. A standard GA Approach to Native Protein Conformation Prediction, Proc Incl Conf on Genetic Algorithms

3 Holland J H. Adaptation in Natural and Artificial Systems. The University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan, 1975

4 PVM 3. 4 Manual

5 Levinthal C. Are there pathways for protein folding? J. Chem. Phys,1968

6 阎隆飞,孙之荣. 蛋白质分子结构. 清华大学出版社,1999