模糊禁忌搜索算法用于求解分配问题

王东平[1,2]　李绍荣[2]
(四川大学电气信息学院　成都610065)[1]
(电子科技大学电子工程学院电子系统工程研究所　成都610054)[2]

Fuzzy Tabu Search for Solving the Assignment Problem

WANG Dong-Ping[1,2]　LI Shao-Rong[2]
(College of Electric Information, Sichuan University, Chengdu 610065)[1]
(Institute of Electron System Engineering, College of Electron Engineering, UESTC, Chengdu 610054)[2]

Abstract A fuzzy tabu search method is presented in this paper for solving the assignment problem. The proposed fuzzy tabu search technique uses a fuzzy method in the determination of the tabu period and the selection of the neighborhood. A numerical example is provided to demonstrate the performance of the proposed method.

Keywords Fuzzy logic, Tabu search, Assignment problem, Combinatorial optimization

1. 引言

分配问题(简写为AP,亦称为线性分配问题或匹配问题)是将若干个体分配到若干位置,并求一个线性费用函数的最小值。分配问题是一类应用广泛的经典组合优化问题,其应用范围包括工作分配、设备布局、生产调度以及印刷电路板的设计等领域。

近些年来,人们已经提出了多种求解分配问题的算法。由于Hopfield和Tank出色的工作[1],使得利用神经网络求解最优化问题已经成为神经网络研究的主要领域。特别值得一提的是,人们已经提出了多种用于求解分配问题的神经网络算法[2~6]。

然而,上面提到的大多数工作都是通过对一个整系数二次能量函数求最优值的方法得到的,这些算法往往收敛于局部最小解。当分配问题规模变大时,这一问题显得尤为严重。

禁忌搜索算法(Tabu Search, TS)最早是由Glover于1989年提出的[7,8],它是一种用于求解大规模组合优化问题的随机全局最优化算法。在求解许多最优化问题时,无论就获得最优解所需要的时间,还是就所得解的质量来看,禁忌搜索算法的性能都要优于模拟退火(SA)及遗传算法(GA)[9~12]。

然而,在利用禁忌搜索算法来求解许多问题时,解的质量与初始给定的参数密切相关,这些参数包括禁忌表长(或者叫禁忌周期)以及所选取的邻域(备选解集)。在将禁忌搜索算法应用于实际问题时,这些参数往往难以确定。

模糊系统正被成功地应用于越来越多的领域。模糊系统利用语言规则来对系统进行描述。这种基于规则的系统更适合于求解那类非常难以用数学公式描述、甚至根本就无法用数学公式来描述的复杂系统问题。

以标准禁忌搜索算法为基础,本文提出了一种用于求解分配问题的模糊禁忌搜索(FTS)算法[13]。我们提出的这一模糊禁忌搜索算法的特别之处是,我们利用了一个模糊逻辑系统来确定禁忌周期和邻域。

2. 分配问题

分配问题可以表示为以下形式的0-1整数线性规划问题:

$$\min \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} v_{ij} \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{n} v_{ij}=1,\ j=1,2,\cdots,n \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{n} v_{ij}=1,\ i=1,2,\cdots,n \tag{3}$$

$$v_{ij}\in\{0,1\},\ i,j=1,2,\cdots,n \tag{4}$$

其中c_{ij}为将个体i分配给位置j所需的费用。当且仅当$v_{ij}=1$时,个体i被分配到位置j,而目标是求费用函数的最小值。式(1)为分配问题的费用函数;方程(2)确保每一个个体恰好分配给一个位置;方程(3)确保每一个位置恰好分配给一个个体,即v_{ij}的每一行及每一列仅有一个决策变量的值为1;方程(4)为对决策变量的0-1整数约束。

人们已经深入地研究了分配问题。对于分配问题的求解,人们不仅提出了象单纯形法及匈牙利法这一类经典的算法,而且还提出了许多新的改进算法。对于大规模以及实时应用问题,例如武器-目标分配问题,并行算法比串行算法有更大的优势。

3. 禁忌搜索算法的一般描述

禁忌搜索算法最早由Glover[7,8]提出,用于求解大规模组合优化问题,它是一种亚启发式全局最优化方法。它与著名的爬山局部搜索算法的显著区别在于它并不会陷入局部最优解,即禁忌搜索算法可以允许向一个使目标函数变坏的方向移动,只要该移动有获得更好解的潜力。在求解一些最优化问题时,在获得解所需要的时间以及所得解的质量方面,禁忌搜索算法的性能都要优于模拟退火(SA)及遗传算法(GA)[9~12]。

禁忌搜索算法需要定义以下一些基本的元素[9]:

·移动(s'→s"):从一个解(s')到另一个解(s")的变迁。

·邻域(备选解集):当前解的所有可能移动的集合。

·禁忌约束:有一些限制条件使得某些移动是被禁止的,这些被禁止的移动被称为被禁忌的。被禁忌的移动被放在一个表中,这个表被称为禁忌表。经过一段时间后(禁忌表长或禁忌周期),这些移动将被释放出来可以重新访问。

·特赦条件(期望准则):有一些规则凌驾于禁忌约束之上,当这些规则满足时,即使一些移动是被禁忌的,也可以使这些移动被采用。

当上述基本元素给定以后,对禁忌搜索算法就可以作如下描述:从某一个初始解出发,估计该解的目标函数值,然后选定备选解集。如果最好的移动不是被禁忌的,或者虽然是被禁忌的但满足特赦条件,那么就选择该移动,并把该备选解作为新的当前解;否则,选择不被禁忌的最好移动所对应的备选解作为当前解。重复以上过程,终止时得到的最好解就作为用禁忌搜索算法解决该问题的最终解。

4. 求解分配问题的模糊禁忌搜索算法

虽然禁忌搜索算法在求解组合优化问题时是一个好的候选方法,但在利用禁忌搜索算法来求解许多问题时,解的质量与初始给定的参数密切相关,例如禁忌表长(或者禁忌周期)以及所选取的邻域(备选解集)。在禁忌搜索算法中,这两个参数非常关键,因为禁忌搜索算法正是借助于这两个参数的指引来进行搜索。一般来说,在整个禁忌搜索算法执行期间,这两个参数总是保持不变。然而,在许多情况下,使这两个参数保持不变并不是一种有效的作法。

在将禁忌搜索算法应用于实际问题时,禁忌表长是非常难于确定的。在大多数文献中,对它的选取都是采用经验方法,因为我们还找不到一种选取它的一般方法。有效的禁忌搜索算法应该在集中和分散之间取得平衡,即在增强解的优良品质与驱使算法在尚未搜索的区域内进行搜索之间达到折衷。从实验中,我们得知,一个"好"解和一个"坏"解应该有不同的禁忌周期。在整个算法的执行过程中,如果对当前解与备选解之间的距离("距离"用于控制集中和分散)加以固定,禁忌搜索算法就可能失去集中和分散之间的平衡,从而无法产生"好"解。所以,这两个参数(禁忌表长和当前解与备选解之间的距离)的值在整个搜索期间应该自适应地进行调整。由于禁忌搜索算法的参数值与其性能间的关系不仅复杂,而且未知,因而寻找最优自适应调整这些参数的算法虽说不是完全不可能,但也是极其困难的。

4.1 潜力值

分配问题的解可以表示为一个 N 维向量 x,其中 N 表示 N 个位置,而向量 x 的第 i 个元素 x_i 是一个数,该数表示个体 x_i 被分配给第 i 个位置。目标函数可以定义为:

$$f(x)=\sum_{i=1,j=x_i}^{N} c_{ji} \tag{5}$$

解的"优良"程度可以用潜力值(PV)来衡量。通过计算 $f(x)$ 对于最好解 $f(x^*)$ 的隶属函数值,就可以得到某个解 x 可能获得最优解的潜力。

当迭代 n 次以后,当前解 x 对于 x^* 的隶属度可用一个隶属函数 $\mu(x)$ 来确定,该隶属函数将解 x 映射到单位区间[0,1]。虽然有多种 $\mu(x)$ 可供选取,但在这里我们将仅仅利用文[14]中所采用的隶属函数,即

$$\mu(x)=1-[f(x)-f(x^*)]/R(n) \tag{6}$$

其中 $f(x^*)$ 是最优(最小)函数值,而 $R(n)$ 是到目前为止包括迭代次数 n 在内的所有目标函数值的范围。由(6)式中给定的线性隶属函数,便可确定 $f(x)$ 在该尺度范围内的位置。于是,越是接近最好值的解,其隶属度也越高。

当最优(最小)函数值未知时,我们对(6)式作出如下的改进:

$$\mu(x)=\begin{cases}1-[f(x)-f(x'(n))]/R(n) & ,f(x)\geqslant f(x'(n))\\ 1 & ,f(x)<f(x'(n))\end{cases} \tag{7}$$

其中 $f(x'(n))$ 为 n 次迭代中所获得的最好函数值。我们从式(7)可以看到,当 $f(x)$ 比所获得的最好函数值更好时,其隶属度总是1。在确定了隶属函数以后,我们令 $PV(x)=\mu(x)$。

4.2 自适应禁忌搜索

因为改变禁忌周期以及改变当前解与备选解之间的"距离"以获得"好"解的作用过程是无法确知的,以致于在算法执行期间,调整这些参数的算法也是无法确知的。我们从实验中得知,当解的潜力值高的时候,禁忌周期应该比较小,当前解与试验解之间的"距离"也应该比较短。此外,如果搜索过程中得到的最好函数值长时间滞留在一个值上,一般情况下,表明禁忌搜索算法已经对一个局部最小解的邻域进行了长时间的搜索,此时禁忌搜索算法应该集中解决搜索的广度问题而不是搜索的深度问题,即禁忌周期以及当前解与备选解之间的"距离"都应该增加。基于这样的认识,我们提出了一个模糊系统。我们利用这一模糊系统来调整禁忌周期(TP)以及当前解与试验解之间的"距离"(DS)。我们以潜力值(PV)和连续没有改进的迭代次数(NNI)作为输入变量,TP 和 DS 作为输出变量。为简单起见,每一变量具有三个模糊集合:即低的、中等的和高的。这些模糊集合的具体含义由所要求解的问题决定。

我们制定了用于调整 TP 和 DS 的六条模糊规则。为了清楚起见,我们将这六条规则用语言描述如下:

·如果 PV 是低的,则 TP 是高的,DS 是高的。

·如果 NNI 是高的,则 TP 是高的,DS 是高的。

·如果 PV 是中等的并且 NNI 是低的,则 TP 是低的,DS 是低的。

·如果 PV 是中等的并且 NNI 是中等的,则 TP 是中等的,DS 是中等的。

·如果 PV 是高的并且 NNI 是低的,则 TP 是低的,DS 是低的。

·如果 PV 是高的并且 NNI 是中等的,则 TP 是中等的,DS 是中等的。

当然,也可以制定其它规则。之所以要选取这些模糊规则,是因为我们通过对许多试验问题所做的实验以后,发现这些规则很有效。

4.3 备注

1)给定一个当前解 x_c,我们可以用几种策略来生成备选解。我们采用以下策略来选取备选解:给定 x_c 和一个概率阈值 P,对于 $i=1,2,\cdots,N$,选取一个随机数 $r(i)\sim u(0,1)$,如果 $r(i)\geqslant P$,则 $x_t(i)=x_c(i)$;否则,重新随机地将数 $\{x(l)|r(l)<P\}$ 分配到 $\{l|r(l)<P\}$ 的位置,并且令 $x_t(i)\neq x_c(i)$,其中 x_t 为备选解。

2)概率阈值 P 控制着对当前解的调整来选取一个邻域。P 的值越低,需要的调整量越少,因而备选解也越接近于当前解,反之亦然。P 的值"正比于"当前解与备选解之间的距离。于是,在以上模糊规则中,可以用概率阈值 P 来替代 DS。

3)由于禁忌周期的值必须为整数,故我们可以令禁忌周期等于模糊系统输出 TP 的取整值。

4)令特赦条件为 $f(x_t)<f_b$,这意味着即使一个移动是被禁止的,只要特赦条件 $f(x_t)<f_b$ 成立,则允许这一移动。其中 f_b 为在算法执行期间所获得的最好的目标函数值。

5. 计算机仿真

在本节中，我们将以数值例子来验证用模糊禁忌搜索算法求解分配问题的有效性。

考虑 n=6的分配问题(例子见文[3])，其系数矩阵如下：

$$[c_{ij}]=\begin{bmatrix} 4.6 & 6.2 & 4.5 & 3.7 & 5.3 & 8.2 \\ 7.4 & 3.5 & 3.2 & 2.6 & 3.9 & 3.6 \\ 1.5 & 2.9 & 8.1 & 6.2 & 4.5 & 6.3 \\ 6.8 & 3.7 & 1.9 & 6.3 & 5.9 & 5.2 \\ 3.8 & 4.5 & 6.6 & 3.1 & 7.2 & 5.8 \\ 6.3 & 5.7 & 8.4 & 3.7 & 8.2 & 4.7 \end{bmatrix} \tag{8}$$

模糊禁忌搜索算法的停止准则为 $NNI=NNI_{max}$，其中 NNI_{max} 为最大无改进迭代次数。在本例的仿真中，我们令 $NNI_{max}=20$。

为简单起见，仿真中我们采用 Yager 法[15]进行模糊推理。每一变量(PV、NNI、TP、DS)的三个模糊集隶属函数分别为左三角、三角、右三角隶属函数。按照文[16]的表达方式，模糊隶属函数可以用它们的起点和终点来表示。每一变量的模糊集合的定义见表1。

表1 模糊集合的定义

PV	变量的取值范围	0	1.0
	左三角隶属函数	0	0.5
	三角隶属函数	0.2	0.8
	右三角隶属函数	0.5	1.0
NNI	变量的取值范围	0	20
	左三角隶属函数	0	10
	三角隶属函数	5	15
	右三角隶属函数	10	20
TP	变量的取值范围	0	12
	左三角隶属函数	0	6
	三角隶属函数	3	9
	右三角隶属函数	6	12
DS (P)	变量的取值范围	0.3	0.6
	左三角隶属函数	0.3	0.45
	三角隶属函数	0.4	0.5
	右三角隶属函数	0.45	0.6

变量 PV 的第一行值为0和1.0，它指的是变量的取值范围(动态范围)将是0～1.0；第二行指定左三角隶属函数的起点和终点分别为0和0.5。

当模糊禁忌搜索算法终止时，获得解的最小迭代次数为82，而迭代的平均次数为94.7，这些数据通过反复进行试验而获得(在我们的例子中，试验次数为10次)。在总共进行的10次试验当中，采用模糊禁忌搜索算法全部找到了最优解，即当 $x^*=[3,2,4,5,1,6]$ 时，$f(x^*)=20$。

结论 本文提出了一种用于求解分配问题的模糊禁忌搜索算法。这种模糊禁忌搜索算法利用了一个模糊系统来确定禁忌周期和所选取的邻域。我们对这种方法的性能用数值例子进行了验证。仿真结果表明，模糊禁忌搜索算法具有很快的搜索速度和优良的求解质量。

限于篇幅，在这里我们并未给出其它的数值例子。从所有已进行的试验当中，我们发现，模糊禁忌搜索算法的性能均优于标准的禁忌搜索算法。当分配问题的规模变大时，这一优点显得尤为突出。

参考文献

1 Hopfield J J, Tank D W. Neural computation of decisions in optimization problems. Biological Cybernetics, 1985, 52: 141～152

2 Eberhardt S P, et al. Competitive neural architecture for hardware solution to the assignment problem. Neural Network, 1991, 4: 431～442

3 Wang J. Analog neural network for solving the assignment problem. Electronics Letters, 1992, 28(11): 1047～1050

4 Kosowky J J, Yuille A L. The invisible hand algorithm: solving the assignment problem with statistical physics. Neural Networks, 1994, 7: 477～490

5 Urahama K. Analog circuit for solving assignment problem. IEEE Trans. on CAS-I, 1994, 40: 426～429

6 Ting P Y, Iltis R A. Diffusion network architectures for implementation of gibbs sampler with applications to the assignment problem. IEEE Trans. on Neural Networks, 1994, 5: 622～638

7 Glover F. Tabu search, part I. ORSA J. Comp., 1989, 1: 190～206

8 Glover F. Tabu search, part II. ORSA J. Comp., 1990, 2: 4～32

9 Al-sultan K S. A tabu search approach to the clustering problem. Pattern Recognition, 1995, 28: 1443～1451

10 Cvijovic D, Klinowski J. Taboo search: an approach to the multiple minima problem. Science, 1995, 267: 664～666

11 Laguna M, Glover F. Bandwidth packing: a tabu search approach. Management Science, 1993, 39: 492～500

12 Lee C Y, Kang H G. Cell planning with capacity expansion in mobile communi-cations: a tabu search approach. IEEE Trans. on Veh. Tech., 2000, 49: 1678～1691

13 Li C, Yu J. Fuzzy tabu search: part I, part II: [Computational Intelligence Research Report]. UESTC, Chengdu, Oct. 2001

14 Demirhan M, Zdamar L. A note on the use of a fuzzy approach in adaptive partitioning algorithms for global optimization. IEEE Trans. on Fuzzy Sys., 1999, 7: 468～475

15 Figueiredo M, Gomide F, Rocha A, Yager R. Comparison of Yager's level set method for fuzzy logic control with Mamdani's and Larsen's Methods. IEEE Trans. on Fuzzy Sys., 1993, 1: 156～159

16 Shi Y, Eberhart R, Chen Y. Implementation of evolutionary fuzzy systems. IEEE Trans. on Fuzzy Sys., 1999, 7: 109～119