

# 核方法在人脸识别中的应用

朱美琳 刘向东 陈世福

(南京大学计算机软件新技术国家重点实验室 南京大学银河软件开发中心 南京210093)

## Face Recognition Using Kernel Methods

ZHU Mei-Lin LIU Xiang-Dong CHEN Shi-Fu

(State Key Lab for Novel Software Technology, Yinhe Software Exploiting Center, Nanjing University, Nanjing 210093)

**Abstract** Kernel function is the function which computes dot product in feature spaces. Both the SVMs and kernel PCA are kernel-based learning methods. In this paper, the SVMs and kernel PCA are used to tackle the face recognition problem. SVMs are classifiers which have demonstrated high generalization capabilities. Kernel PCA is a feature extraction technique which is proposed as a nonlinear extension of a PCA. We illustrate the potential of SVMs and kernel PCA on the Yale database and compare with a PCA based algorithm. The experiments indicate that SVMs and kernel PCA are superior to the PCA method.

**Keywords** Kernel methods, Face recognition, Support vector machines, Kernel principal component analysis, Principal component analysis

## 1 引言

人脸识别技术广泛应用于身份验证、门检系统以及人员监视等方面,在过去的几年里,人脸识别技术有了很大的发展<sup>[1~3]</sup>。

人脸识别技术与普通的模式识别不同,主要是因为在一般的模式识别中,有几个分类,每个分类中有很多样本,这样可以安排大量样本进行训练;相反,人脸识别中通常会有很多不同的人脸,每个人脸代表一个分类,而每个分类中的样本数都比较少,在很多情况下,甚至每个人只有一张图片(如身份证照片),在文[4]中提出了处理只有一个样本情况下的人脸识别。

人脸识别的步骤:对于一张含有人脸的图像,首先要进行预处理,通过大小归一化,亮度归一化和均衡等方法,使得要处理的人脸具有相似大小和灰度均值,排除会对下一步研究有影响的杂质,如背景、发型等等;第二步,提取一些特征来表示该图像,这些特征应尽量不随人脸的观察点、表情等变化而不同;第三步,是使用这些提取的特征进行模式识别。

最早开始的人脸识别是基于几何特征的识别方法<sup>[2,5~7]</sup>,是指将脸部的器官如眼睛、鼻子、嘴巴、下巴的部位提取出来,再通过它们之间的距离或角度来进行识别。这种方法对各器官的位置要求很高,因此,当人脸表情发生变化的时候,这种方法的识别错误率就会比较高,目前,对这种方法也有一些改进,如文[8]。

另一种方法是模板匹配的方法<sup>[1,3]</sup>,它是基于图像像素本身的,主要是利用计算模板和图像灰度的自相关性来实现识别功能,在文[7]中论述了模板匹配的方法优于基于几何特征的识别方法。

目前,在诸多模板匹配方法中,应用最广泛的是特征脸方法<sup>[9]</sup>,这是针对人脸整体特征的研究,利用 Karhunen-Lobve 变换原理,将图像表示为一些低维的正交基组成的子空间,然后采用最短距离标准进行人脸识别。

在特征脸的基础上,有很多的改进方法,如 fisher 脸方

法<sup>[10]</sup>等。其中核主成分分析方法<sup>[11~13]</sup>是对主成分分析方法(PCA)的非线性扩展,在一个与输入空间有非线性关系的高维空间  $F$  上计算主元。这种方法表现出了比线性 PCA 更有效的识别能力。

由 Vapnik 提出的支持向量机<sup>[14,15]</sup>(SVM)和特征脸方法同属统计分析的范畴,支持向量机的原理是,对于一些分属两类的点,用一个最优超平面将之分开,使得属于同一类的点被分在超平面的同一侧,同时,保证分隔的间距最大。最近几年,支持向量机开始应用到图像识别,Osuna 等<sup>[16]</sup>用于人脸检测(face detection),在图像中找出人脸的位置,Phillips<sup>[17]</sup>用于人脸辨识(face identification)和人脸鉴定(face verification or authentication),人脸辨识是指对给出的一个未知人脸的图像,辨识系统找出在人脸数据库中最匹配的人,人脸鉴定则是对一个人脸图像,判定它是不是某个人的脸部图像,或者,鉴定系统提供该图像属于某个人的可信度,其它的研究还有文[18~20]。

无论是在核主成分分析,还是在支持向量机方法中,都将样本  $x$  映射到某个高维特征空间上,在  $F$  中使用线性理论,这两种方法都巧妙地避开以显式的映射形式来考虑特征空间,而只考虑特征空间中的内积运算,而这种内积运算可以用原空间中的函数实现的,这个在原空间中用来计算特征空间中的内积的函数被称为核函数。这一思想最早由 Aizerman、Braverman 和 Rozonoer 用在对位势函数方法的收敛特性的分析中<sup>[21]</sup>,一般核函数表示为  $K(x, y) = (\Phi(x) \cdot \Phi(y))$ ,  $\Phi(\cdot)$  为样本  $x$  到特征空间  $F$  的映射。

本文主要介绍核主成分分析方法和支持向量机原理;给出利用核主成分分析方法和支持向量机进行人脸识别的实验结果。

## 2 核主成分分析方法

核主成分分析的基本思想是通过一个非线性映射  $\Phi$ ,将输入数据  $x_k (k=1, \dots, l)$  ( $l$  为输入数据的个数)映射到一个特征空间  $F$ ,再在特征空间  $F$  上进行线性主成分分析。

设输入数据被映射为  $\Phi(x_1), \dots, \Phi(x_l)$ , 将之中心化, 即转化为  $\sum_{k=1}^l \Phi(x_k) = 0$ , 具体算法见文[11], 得到其协方差矩阵为

$$C = \frac{1}{l} \sum_{j=1}^l \Phi(x_j) \Phi(x_j)^T \quad (1)$$

若对协方差矩阵进行主成分分析, 需要求解特征方程  $\lambda V = CV$ , 找出非负特征值  $\lambda$  和与之对应的非零特征向量  $V$ . 将式(1)代入, 可知所有特征向量  $V$  是  $\Phi(x_1), \dots, \Phi(x_l)$  的线性组合, 即存在参数  $a_k (k=1, \dots, l)$ , 满足:

$$V = \sum_{j=1}^l a_j \Phi(x_j) \quad (2)$$

对所有的  $k=1, \dots, l$ , 下面等式成立

$$\lambda(\Phi(x_k) \cdot V) = (\Phi(x_k) \cdot CV) \quad k=1, \dots, l \quad (3)$$

将式(1)(2)代入式(3), 定义一个矩阵  $l \times l$  矩阵  $K$ ,

$$K_{kj} = (\Phi(x_k) \cdot \Phi(x_j)) \quad (4)$$

我们得到

$$l\lambda K a = K^2 a \quad (5)$$

其中  $a = (a_1, \dots, a_l)^T$ .

由于  $K$  是对称矩阵, 因此

$$l\lambda a = K a \quad (6)$$

可以给出满足式(6)的所有解. 求解(6)式以后便可以求得式(2)的  $V$  值, 为了得到标准化后的  $V$ , 即  $(V \cdot V) = 1$ , 则需要将由(6)式得到的特征向量进行转化, 设(6)式的得到的特征值和转化后的特征向量分别为  $\lambda_k, a^k$ , 根据式(2)和  $K$  的定义, 我们可知

$$1 = \sum_{i,j=1}^l a_i^k a_j^k (\Phi(x_i) \cdot \Phi(x_j)) = (a^k \cdot K a^k) = \lambda_k (a^k \cdot a^k) \quad (7)$$

在进行特征提取的时候, 要计算输入数据  $\Phi(x)$  在空间  $F$  的特征向量  $V^k$  上的投影

$$(V^k \cdot \Phi(x)) = \sum_{i=1}^l a_i^k (\Phi(x_i) \cdot \Phi(x)) \quad (8)$$

可以看出, 上述计算中, 不需要知道映射函数  $\Phi(\cdot)$  确切表达式, 只需要知道核函数  $K(x, y) = (\Phi(x) \cdot \Phi(y))$  的表示就可以了. 根据泛函的有关理论, 只要一种核函数满足 Mercer 条件<sup>[22]</sup>, 它就对应于某一空间中的内积, 一般常用的核函数为:

多项式核函数:

$$K(x, y) = ((x \cdot y) + 1)^d \quad (9)$$

径向基核函数:

$$K(x, y) = \exp(-\|x - y\|^2 / (2\sigma^2)) \quad (10)$$

Sigmoid 核函数:

$$K(x, y) = \tanh(\kappa(x \cdot y) + \theta) \quad (11)$$

究竟哪一种核函数更适合应用到人脸识别, 这还有待进一步研究.

综上所述, 计算问题所需的主元, 应进行下面几个步骤: 首先, 我们根据式(4)计算内积矩阵  $K$ , 然后在  $F$  上计算特征向量, 并且进行归一化, 第三步是根据式(8)计算输入数据在特征向量上的映射.

### 3 支持向量机

支持向量机的基本原理是针对分属两类的点, 利用最优超平面, 将其分开. 设训练样本为  $\{x_i, y_i\}, i=1, \dots, l, l$  为样本数,  $x_i \in R^n, y_i \in \{-1, 1\}$ , 在线性可分的情况下, 就会有一个超平面将这两类样本完全分开, 该超平面为:

$$(w \cdot x) + b = 0 \quad (12)$$

$$\text{分类为 } \begin{cases} w \cdot x_i + b \geq 0 & \text{对于 } y_i = +1 \\ w \cdot x_i + b < 0 & \text{对于 } y_i = -1 \end{cases} \quad (13)$$

在不可分的情况下, 可以把样本  $x_i$  映射到某个高维特征空间  $F$ , 为  $\Phi(x_i), i=1, \dots, l$ , 假设在  $F$  上是线性可分的, 则在高维空间中作为决策面的超平面为:

$$(w \cdot \Phi(x)) + b = 0 \quad (14)$$

分类的约束条件为:

$$y_i (w \cdot \Phi(x_i) + b) - 1 \geq 0 \quad i=1, \dots, l \quad (15)$$

考虑到可能存在一些样本不能被分类面正确分类, 引入松弛变量  $\xi_i \geq 0, i=1, \dots, l$ , 约束条件变为:

$$y_i (w \cdot \Phi(x_i) + b) - 1 + \xi_i \geq 0 \quad i=1, \dots, l \quad (16)$$

如果超平面使得每一类数据与超平面距离最近的点到超平面之间的距离最大, 称为最优超平面, 样本点到超平面的最近距离为  $|w \cdot \Phi(x_i) + b| / \|w\| = 1 / \|w\|$ , 求解最优超平面, 可以看成求解二次规划问题.

$$\min \Psi(w, b, \xi) = \frac{1}{2} (w \cdot w) + C \sum_{i=1}^l \xi_i \quad (17)$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} y_i (w \cdot \Phi(x_i) + b) - 1 + \xi_i \geq 0 & i=1, \dots, l \\ \xi_i \geq 0 & i=1, \dots, l \end{cases} \quad (18)$$

由 KKT 条件, 上面问题式(17)(18)等价于下面的对偶问题:

$$\max w(a) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l a_i a_j y_i y_j K(x_i, x_j) + \sum_{i=1}^l a_i \quad (19)$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} 0 \leq a_i \leq C & i=1, \dots, l \\ \sum_{i=1}^l a_i y_i = 0 \end{cases} \quad (20)$$

内积运算  $K(x_i, x_j) = \Phi(x_i) \cdot \Phi(x_j)$  为核函数, 其作用和核主成分分析中的核函数是一样的. 由于使  $y_i (w \cdot \Phi(x_i) + b) - 1 + \xi_i = 0$  等式成立 (即  $a_i > 0$ ) 的样本  $(x_i, y_i)$  对分类起关键作用, 这些样本被称为支持向量. 由对偶问题式(19)(20), KKT 条件可求解出  $a^*, w^*$  和  $b^*$ , 进行测试的样本  $x$  可由

$$f(x) = \text{sign} \left( \sum_{\text{支持向量}} a_i^* y_i K(x, x_i) + b^* \right) \quad (21)$$

来确定样本类别的归属. 其中

$$b^* = \frac{1}{m} \sum_{\text{支持向量}} (y_i - K(x, x_i) a_i^* y_i) \quad (22)$$

其中  $m$  为支持向量机的个数.

综上所述, 利用支持向量机进行识别需要进行以下步骤: 首先选定的核函数和输入数据  $x, y$ , 代入式(19)(20)求解二次规划, 得到最优解  $a^*$ , 然后, 根据约束条件  $a_i > 0$ , 找寻支持向量, 第三步是将测试数据代入式(21)(22), 根据计算出的  $f(x)$  来判断所属的类别.

### 4 实验结果

本文实验使用的数据库是 Yale 人脸库<sup>[10]</sup>, 库里含有 15 个人, 每个人有 11 帧正面图像, 图像包括了不同的表情、不同灯光、睁眼/闭眼以及不戴/戴眼镜等各种情况, 每帧图像的大小为  $320 \times 243, 256$  灰度模式, 如图 1.

首先对图像进行预处理, 剔除人脸以外的背景和阴影, 调整图像的灰度, 将图像转化为一向量后, 进行特征提取.

本文采用三种方法, 一种方法是, 利用核主成分分析进行特征提取, 然后用线性 SVM 进行人脸识别; 第二种方法是, 用线性的主成分分析进行特征提取, 然后用非线性的 SVM 进行人脸识别; 第三种方法是, 利用核主成分分析进行特征提取, 然后用非线性的 SVM 进行人脸识别.



图1 Yale 人脸库

核函数分别使用多项式核函数和径向基核函数,多项式核函数中参数  $d$  分别取  $\{1, 2, 3\}$ , 径向基核函数中参数  $\sigma$  取 1, 从表1中可以看到在不同核函数下不同方法的平均错误率。

表1 三种方法的错误率比较

核函数		核 PCA+ 线性 SVM	PCA+ 非线性 SVM	核 PCA+ 非线性 SVM
多项式 核函数	$d=1$	6.25%	6.25%	5.75%
	$d=2$	5.75%	6.25%	6.25%
	$d=3$	6.66%	6.25%	6.66%
径向基核函数( $\sigma=1$ )		6.85%	8.75%	6.25%

可以看出,这三种方法的错误率都小于 PCA 方法的识别率 13%<sup>[17]</sup>,表现出比较高的识别率。

三种方法的错误率差别不是很大,从这一方面也可以看出核函数的选取仍是一个亟待解决的问题。第三种方法相当于多层核方法,连续使用两个核函数进行识别,先将输入数据映射到一个特征空间进行特征提取,然后再将特征空间的数据映射到另一个特征空间进行识别,有关的知识可以参见文[11]。

在实验中,由于重点是研究图像识别技术,对图像预处理的工作做得不够细致,只是用了一个简单的归一函数,如果在预处理方面进一步改进,本试验的错误率将会有所降低。

还需要说明的一点是,由于 SVM 等方法是对图像整体的识别,因此,在观察人脸角度不变的情况下(例如, Yale 人脸库中都是正面图像),识别率比较高,如果识别图像含有人脸不同的角度,则识别率会相应地下降,针对这个问题的解决方法是基于部件的识别<sup>[23]</sup>,本文就不额外讨论了。

**结论** 本文将核函数分别应用到主成分分析和支持向量机方法上,并利用这两种方法进行人脸识别。首先将核函数应用到主成分分析上,进行图像的特征提取,然后利用支持向量机进行识别,展现了核方法在识别技术上的充分应用。在 Yale 人脸库的基础上,进行人脸识别实验,均达到了比较高的识别率。

### 参考文献

- Chellappa R, Wilson C L, Sirohey S. Human and machine recognition of faces: A survey. Proc. IEEE, 1995, 83: 705~741
- Samal A, Iyengar P A. Automatic recognition and analysis of human faces and facial expressions: A survey. Pattern recognition, 1992, 25: 65~77
- Valentin D, et al. Connectionist models of face processing: A survey. Pattern recognition, 1994, 27: 1209~1230
- Beymer D, Poggio T. Face recognition from one example view. In: IEEE Fifth Intl. Conf. Computer Vision, June 1995. 500~507
- Bledsoe W. Man-machine facial recognition. Panoramic Research Inc, Palo Alto, CA, 1966, Rep PRI:22
- Goldstein A J, Harmaon L D, Lesk A B. Identification of human faces. Proc. of the IEEE, 1971, 59(5): 748~760
- Brunelli R, Poggio T. Face recognition: Features versus templates. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1993, 15: 1024~1052
- Wiskott L, et al. Face recognition by elastic bunch graph matching. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19(7): 775~770
- Turk M A, Pentland A P. Eigenfaces for recognition. J. Cognitive Neurosci, 1991, 3(1): 71~86
- Belhumeur P N, Hespanha J P, Kriegman D J. Eigenfaces vs. fisherfaces: Recognition using class specific linear projection. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19(7): 711~720
- Schölkopf B, Smola A, Müller K. Non-linear component analysis as a kernel eigenvalue problem. Neural Comput., 1998, 10: 1299~1319
- Müller K, Mika S, Rätsch G, Tsuda K, Schölkopf B. An introduction to kernel-based learning algorithms. IEEE Transactions Neural network, 2001, 12: 181~201
- Schölkopf B, Smola A, Müller K. Kernel principal component analysis. Advances in Kernel Methods-Support Vector Learning. In: B. Schölkopf, C. Burges and A. Smola, eds. Cambridge, MA: MIT Press, 1999. 196~201
- Vapnik V N. Statistical learning theory. John Wiley & Sons, New York, 1998
- Burger C J C. A Tutorial on Support Vector Machines for Pattern Recognition. Data Mining and Knowledge Discovery, 1998, 2(2): 121~167
- Osuna E, Freund R, Girosi F. Training support vector machines: an application to face detection. Proc. CVPR, 1997
- Phillips P J. Support vector machines applied to face recognition. In: M. I. Jordan, M. J. Kearns, S. A. Solla, eds. Advances in Neural Information Processing Systems 11, 1998
- Jonsson K, Kittler J, Li Y P, Matas J. Support vector machines for faces authentication. In: T. Fridmore, D. Elliman, eds. British Machine Vision Conference, BMVA Press, 1999. 543~553
- Guo G, Li S, Chan K. Face recognition by support vector machines. In: Proc. of the Intl. Conf. on Automatic Face and Gesture Recognition, 2000. 196~201
- Huang J, Shao X, Wechsler H. Face pose discrimination using support vector machines. In: Proc. of 14th Int'l Conf. on Pattern Recognition (ICPR'98), Aug. 1998. 154~156
- Aizerman M A, Braverman E M, Rozonoer L I. Theoretical foundation of potential function method in pattern recognition learning. Automation and Remote Control, 1964, 25: 821~837
- Boser B E, Guyon I M, Vapnik V N. A training algorithm for optimal margin classifiers. Fifth Annual Workshop on Computational Learning Theory, Pittsburgh CAM, 1992. 144~152
- Heisele B. Face identification, www.ai.mit.edu/research/abstracts/abstracts2001/vision-applied-to-people/02heisele1.pdf