

# 基于 Wang-Landau 抽样的带静不平衡约束的简化 卫星舱布局方法

刘景发 黄娟 蒋宇聪 刘文杰 郝亮

(南京信息工程大学江苏省网络监控工程中心 南京 210044)

(南京信息工程大学计算机与软件学院 南京 210044)

**摘要** 以简化卫星舱承载板上三维布局设计问题为背景,研究一类带静不平衡约束的圆柱体和长方体混合待布局问题。针对该三维布局问题,将已成功应用于统计物理学和蛋白质结构预测的 Wang-Landau 抽样算法引入布局问题中。Wang-Landau 抽样算法通过在复杂布局空间中进行有效抽样来得到一个平坦的能量直方图,从而精确估计布局系统的状态密度。通过将 Wang-Landau 抽样算法与带加速策略的最速下降法、质心平移策略相结合,提出了改进的 Wang-Landau 抽样算法。对文献中两个算例进行了实算,计算结果表明,改进的 Wang-Landau 抽样算法的收敛速度和解的质量相比文献中其它算法均有较大的提高。

**关键词** 静不平衡约束, Wang-Landau 抽样算法, 卫星舱布局, 最速下降法

**中图分类号** TP391 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2016.12.053

## Packing Method Based on Wang-Landau Sampling for Simplified Satellite Module with Static Non-equilibrium Constraints

LIU Jing-fa HUANG Juan JIANG Yu-cong LIU Wen-jie HAO Liang

(Jiangsu Engineering Center of Network Monitoring, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China)

(School of Computer & Software, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China)

**Abstract** With the background of the three-dimensional layout optimization problem on the bearing plate of the simplified satellite module, we studied the cylinder and cuboid mixed layout problem with static non-equilibrium constraints. To address this problem, the Wang-Landau sampling algorithm, which has been successful applied to statistic physics and the protein structure prediction problem, is introduced to solve the packing problem of satellite module at the first time. The Wang-Landau sampling algorithm can produce a flat histogram of energy by sampling the energies of the whole energy space effectively, so as to estimate the density of states of all possible energies in the range accurately. By incorporating the steepest descent method with an accelerating strategy and the translation of the center of mass into the Wang-Landau sampling algorithm, an improved Wang-Landau sampling algorithm was proposed. The computational results of two classic instances from the literature show that the convergence rate and the quality of solution of the improved Wang-Landau sampling algorithm outperform other algorithms in literature.

**Keywords** Static non-equilibrium constraint, Wang-Landau sampling algorithm, Packing of satellite module, Steepest descent method

## 1 引言

布局(装填)问题是指把一些具有已知形状、质量的待布局物按照既定的要求(例如装填紧凑性、不干涉性等)合理地放置在有限空间中,以满足这些约束要求并达到某种最优指标。布局问题已被证明是一类 NP 难问题<sup>[1]</sup>。该问题在实际的生产实践中应用广泛,如在机械设计、大规模集成电路设计等领域,需要将一些小型的物件(比如零件、集成模块)等装入一个大的布局空间(如包装箱、电路板)中,要求装载的物件数目最

多;又如在玻璃切割、服装裁剪以及木材加工等领域,需要在—块标准件上切割出所需的多个小型件,要求材料浪费最少。对于布局问题,目前国内外的—工作主要集中在圆形与矩形布局问题<sup>[2-6]</sup>,而且多为不带性能约束的布局问题。本文主要研究的是一类带静不平衡约束的三维待布局物布局问题,该问题的约束条件不仅包括传统布局问题的不干涉性要求,还要求布局系统满足静不平衡约束要求。

近些年,一些学者对带静不平衡约束的布局问题进行了研究,并提出了一些求解算法。Huang 等<sup>[7]</sup>在拟物算法的基

到稿日期:2015-12-30 返修日期:2016-04-11 本文受国家自然科学基金项目(61373016),江苏省“六大人才高峰”项目(DZXX-041)资助。

刘景发(1972—),男,博士,教授,主要研究方向为 NP 难度问题求解、生物信息计算、人工智能,E-mail:jfliu@nuist.edu.cn;黄娟(1990—),女,硕士生,主要研究方向为人工智能,E-mail:huangjuan4455@163.com(通信作者);蒋宇聪(1989—),男,硕士,主要研究方向为人工智能;刘文杰(1979—),男,博士,副教授,主要研究方向为量子安全通信和进化计算;郝亮(1987—),男,硕士生,主要研究方向为人工智能。

基础上提出了加速搜索过程的改进的拟物算法;王奕首等<sup>[8]</sup>以散射搜索方法为基础,综合了最速下降法和 Nelder-Mead 直接搜索法,提出了改进的散射搜索法;Liu 等<sup>[9]</sup>通过将新的格局更新机制融入势能曲面变平法(ELP),提出了求解圆形 Packing 问题的一种改进的 ELP 算法;黎自强等<sup>[10]</sup>通过将并行蚁群搜索机制和快速调整策略相结合,利用启发式方法,针对带静不平衡约束的圆形布局问题,提出了一种快速启发并行蚁群算法;何琨<sup>[11,12]</sup>提出了一种基于精粗调技术的拟物算法,该方法通过对不同阶段实行粗调和精调来进行优化,得到了不错的结果;Xiao 等<sup>[13]</sup>分别将模拟退火算法、粒子群算法与最速下降法相结合,提出了两种混合布局算法;Liu 等<sup>[14]</sup>通过对禁忌搜索过程进行改进,并将基于自适应步长的最速下降法融入改进的禁忌搜索算法,提出了一种新的求解带静不平衡约束的圆形装填问题的启发式算法。

Wang-Landau 抽样算法<sup>[15]</sup>是一类基于频数直方图抽样的 Monte Carlo 算法,该算法通过基于搜索空间的随机抽样得到一个近似平坦的频数直方图来确定布局系统的状态密度函数。对于带静不平衡约束的卫星舱布局问题,本文通过将 Wang-Landau 抽样算法与带加速策略的最速下降法、质心平移策略相结合,提出了一种改进的 Wang-Landau 抽样算法。通过对文献中两个算例进行计算,实验结果表明,所提出的改进的 Wang-Landau 抽样算法是一种求解带静不平衡约束的卫星舱布局问题的有效算法。

## 2 问题描述与拟物模型

本文主要研究简化卫星舱<sup>[16]</sup>中圆形承载板上圆柱体和长方体布局优化问题。简化卫星舱的三维示意图和二维纵截面示意图如图 1(a)和图 1(b)所示。

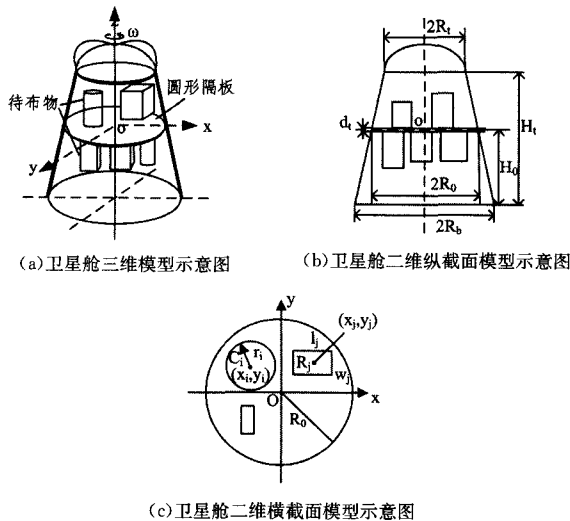


图1 卫星舱旋转隔板上待布物布局示意图

从图中可以看出,卫星舱由圆台形的裙部与球冠形的顶部光滑连接而成,上下两部分用厚度均匀的壳体形成一个空腔,构成有效载荷的布局空间。舱内设置有垂直于舱中心轴线的圆形承载隔板,隔板的上、下两个基面需要按一定要求布置仪器、设备等有效载荷(即待布物)。如图 1(b)所示, $H_t$  代表卫星舱的总高度; $H_0$  代表承载板距舱底面的高度; $R_t$  代表舱体顶端面的半径; $R_0$  代表圆形承载板的半径; $R_b$  代表舱体

底面的半径; $d_t$  为圆形承载板的厚度。在进行布局的过程中,给定  $n$  个圆柱体待布物和  $m$  个长方体待布物(本文对长方体待布物的放置均默认为正交放置,如图 1(c)所示),要求将这  $n+m=N$  个待布物互不干涉地放置在圆形承载板的上、下基面上,并且在放置后整个卫星舱系统满足静不平衡约束的同时,使得所有待布物的外包络圆半径  $R$  尽可能小。

对于简化卫星舱内三维布局问题,为了简化求解过程,本文采用“降低”维度的方法,将三维问题抽象成二维问题来求解,即在满足第三维(高度)的布局要求下,研究承载板上、下两个基面的二维布局问题,那么圆柱体待布物可视为圆形待布物,长方体待布物可视为矩形待布物。对于承载板上、下两个基面,可预先定义  $\alpha$  为待布物所处隔板基面参数。待布物在上基面时  $\alpha$  设为 1,在下基面时  $\alpha$  设为 2。

如图 1(c)所示,在一个二维笛卡尔平面直角坐标系中,取其原点为以  $R_0$  为半径的圆形承载板(即圆形容器  $C_0$ )的圆心,并取得待布物的中心为其基准点坐标  $(x, y)$ 。给定圆形待布物  $C_i(x_i, y_i, r_i) (i=1, 2, \dots, n)$  和矩形待布物  $R_j(x_j, y_j, l_j, w_j, \theta_j) (j=1, 2, \dots, m)$ , 这里  $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, n)$  为圆形待布物  $C_i$  在承载板上的中心坐标; $r_i$  为圆形待布物(圆柱体待布物的横截面)半径; $(x_j, y_j) (j=1, 2, \dots, m)$  为矩形待布物  $R_j$  在承载板上的中心坐标; $l_j$  和  $w_j$  分别为矩形待布物  $R_j$  的长和宽; $\theta_j$  为矩形待布物  $R_j$  长边与  $x$  轴正向逆时针所成的夹角。由于本文中矩形待布物  $R_j$  彼此正交放置,因此  $\theta_j=0^\circ$  或  $90^\circ$ 。令  $X=(x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_{n+m}, y_{n+m})$  表示承载板上有效载荷的一个布局方案,也就是一个格局,那么本文带静不平衡约束的简化卫星舱布局问题就可以转化为下面的约束优化问题:

$$\text{minimize } F(X)=R \quad (1)$$

$$\text{subject to: } F_1(X)=R-R_0 \leq 0 \quad (2)$$

$$F_2(X)=\bigcap_{i=1}^{N-1} \bigcap_{l=i+1}^N \text{int}(A_i) \cap \text{int}(A_l) = \emptyset \quad (3)$$

$$F_3(X)=\sqrt{\left(\sum_{i=1}^N m_i x_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^N m_i y_i\right)^2} - \delta \leq 0 \quad (4)$$

其中,  $\text{int}(A_i)$  表示待布物  $A_i$  的内部。式(1)表示承载板上所有待布物形成的包络圆半径  $R$  尽可能小;式(2)表示所有待布物均在半径为  $R_0$  的承载板内;式(3)表示基面上待布物之间互不嵌入;式(4)表示布局后整个系统静不平衡量小于某允许值  $\delta(\delta > 0)$ 。

本文将所有待布物  $A_i$  和圆形容器  $C_0$  均想象为光滑的弹性实体。根据弹性力学知识,当两个不同待布物之间存在干涉时,它们之间的挤压弹性势能正比于它们之间相互嵌入的深度的平方。故系统中所有待布物之间以及待布物与圆形容器之间的挤压弹性势能之和可以形式化为:

$$E_1(X)=\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \mu d_{ij}^2$$

其中,  $\mu$  是一个弹性系数,本文设置  $\mu=1$ 。  $d_{ij} (i < j, i, j=1, 2, \dots, N, i \neq j)$  表示同一基面上任意两个待布物之间的嵌入深度。  $d_{0j}$  表示待布物  $A_j$  与容器  $C_0$  之间的嵌入深度。对于简化卫星舱模型的每个基面上的待布物之间及待布物与圆形容器之间的嵌入深度判断和计算,本文可概括为以下几种情况:

1) 对于圆形待布物  $C_i$  和  $C_j$ , 定义

$$d_{ij} = d_{ji} = \begin{cases} r_i + r_j - [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]^{\frac{1}{2}}, & \text{if } r_i + r_j > [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]^{\frac{1}{2}} \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

其中,  $r_i$  是圆形待布物  $C_i$  的半径;  $(x_i, y_i)$  是圆形待布物  $C_i$  的中心坐标。

2) 对于圆形待布物  $C_i$  和圆形容器  $C_0$ , 定义

$$d_{i0} = d_{0i} = \begin{cases} r_i + (x_i^2 + y_i^2)^{\frac{1}{2}} - R_0, & \text{if } r_i + (x_i^2 + y_i^2)^{\frac{1}{2}} > R_0 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

其中,  $r_i$  是圆形待布物  $C_i$  的半径;  $(x_i, y_i)$  是圆形待布物  $C_i$  的中心坐标;  $R_0$  是圆形容器  $C_0$  的半径。

3) 如果一个矩形待布物  $R_m$  完全嵌入到另一个矩形待布物  $R_l$  中(如图 2(a)所示), 或者两个矩形待布物  $R_l$  和  $R_m$  相互交叉嵌入时(如图 2(b)所示), 可定义  $d_{ml} = d_{lm} = \min\{|a_l c_m|, |b_l d_m|, |c_l a_m|, |d_l b_m|\}$ , 这里,  $|a_l c_m|$  是矩形待布物  $R_l$  的顶点  $a_l$  和矩形待布物  $R_m$  的顶点  $c_m$  之间的距离,  $|b_l d_m|$ ,  $|c_l a_m|$  和  $|d_l b_m|$  的含义依此类推; 如果矩形待布物  $R_m$  的一个角(如图 2(c)所示)或者一条边(如图 2(d)所示)嵌入到另一个矩形待布物  $R_l$  中, 定义  $d_{lm}$  为矩形待布物  $R_l$  和矩形待布物  $R_m$  相交而形成的矩形的对角线长度。比如, 在图 2(c)的情况下,  $d_{lm} = d_{ml} = |a_m c_l|$ ; 在图 2(d)的情况下,  $d_{lm} = d_{ml} = |a_m p_m|$ , 这里  $p_m$  是相交矩形的一个顶点。

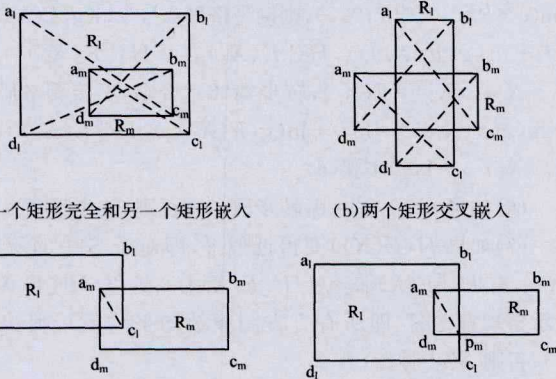


图 2 两个矩形待布物之间的嵌入深度

4) 对于矩形待布物  $R_m$  和圆形容器  $C_0$ , 定义

$$d_{m0} = d_{0m} = \begin{cases} [(|x_m| + 0.5l_m)^2 + (|y_m| + 0.5w_m)^2]^{\frac{1}{2}} - R_0, & \text{if } [(|x_m| + 0.5l_m)^2 + (|y_m| + 0.5w_m)^2]^{\frac{1}{2}} > R_0 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

其中,  $l_m$  和  $w_m$  是矩形待布物  $R_m$  的长和宽;  $(x_m, y_m)$  是矩形待布物  $R_m$  的中心点坐标。

5) 对于圆形待布物  $C_i$  和矩形待布物  $R_m$ , 本文提出了一种新的嵌入判断方法和嵌入深度计算公式, 具体说明如下: 假设  $o_i$  是圆形待布物  $C_i$  的圆心,  $a_m, b_m, c_m$  和  $d_m$  分别是矩形待布物  $R_m$  的 4 个顶点,  $(x_i, y_i)$  是以  $r_i$  为半径的圆形待布物  $C_i$  的圆心坐标;  $(x_m, y_m)$  是矩形待布物  $R_m$  的中心坐标,  $l_m$  和  $w_m$  是矩形待布物  $R_m$  的长和宽。显然,  $o_i$  到  $a_m, b_m, c_m, d_m$  的

距离可分别表示为  $|o_i a_m| = [(x_m - 0.5l_m - x_i)^2 + (y_m + 0.5w_m - y_i)^2]^{\frac{1}{2}}$ ,  $|o_i b_m| = [(x_m + 0.5l_m - x_i)^2 + (y_m + 0.5w_m - y_i)^2]^{\frac{1}{2}}$ ,  $|o_i c_m| = [(x_m + 0.5l_m - x_i)^2 + (y_m - 0.5w_m - y_i)^2]^{\frac{1}{2}}$ ,  $|o_i d_m| = [(x_m - 0.5l_m - x_i)^2 + (y_m - 0.5w_m - y_i)^2]^{\frac{1}{2}}$ 。如果圆形待布物  $C_i$  的圆心  $o_i$  落于区域 I、II 或 III 内(见图 3), 那么圆形待布物  $C_i$  和矩形待布物  $R_m$  之间存在嵌入, 嵌入深度  $d_{mi}$  定义为:

$$d_{mi} = d_{im} = \begin{cases} \min(r_i + 0.5l_m - |x_i - x_m|, r_i + 0.5w_m - |y_i - y_m|), & \text{if } o_i \text{ 落于区域 II 或 区域 III} \\ r_i - \min(|o_i a_m|, |o_i b_m|, |o_i c_m|, |o_i d_m|), & \text{if } o_i \text{ 落于区域 I} \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

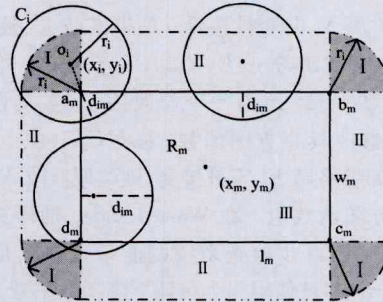


图 3 圆形待布物和矩形待布物之间的嵌入深度

为了使布局系统满足静不平衡约束, 本文采用罚函数法, 在整个系统中引入一个静不平衡势能  $E_2(X)$ , 其表达式如下:

$$E_2(X) = l \left[ \left( \sum_{i=1}^N m_i x_i \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^N m_i y_i \right)^2 \right]$$

其中,  $l$  为一个惩罚因子。这样, 整个系统的势能  $E(X)$  为:

$$E(X) = E_1(X) + E_2(X)$$

如果可以找到一个格局  $X^*$ , 使得  $E(X^*) = 0$ , 则  $X^*$  一定是问题满足约束条件(2)~(4)的一个可行解。因此, 接下来将主要研究无约束优化问题  $\text{minimize } E(X)$  的求解。

### 3 布局设计方法

#### 3.1 启发式的基面分配策略

在简化卫星舱模型中, 圆形承载隔板的上、下两个基面均可以作为有效载荷的布局面。为了优化布局, 首先需要考虑如何将各个待布物分配到某一个基面上, 即基面分配。本文按照等面积策略和等质量策略这两个启发式基面分配策略<sup>[16]</sup>来分配待布物。

#### 3.2 Wang-Landau 抽样算法

Wang-Landau 抽样算法是一种 Monte Carlo(MC)算法, 该算法由 Wang 和 Landau<sup>[15]</sup>于 2001 年提出。传统的 MC 算法只能在固定的温度下产生正则分布, 要想得到高质量的解必须在不同的温度下运行多次(如模拟退火算法), 非常耗时; 而 Wang-Landau 抽样算法与温度无关, 它通过一定的接受准则在整个能量空间随意行走而得到一个平坦的能量直方图, 从而确定系统的能量状态密度  $g(E)$ , 从而有效地减少计算时间。Wang-Landau 抽样算法的理论基础是: 能量  $E$  被访问的概率与其能量状态密度  $g(E)$  的倒数  $\frac{1}{g(E)}$  成正比。

在算法的开始,状态空间中所有能量及其所对应的能量状态密度函数  $g(E(X))$  都是未知的。每当访问到一个新的能量  $E(X)$  时,这个能量的状态密度  $g(E(X))$  及其直方图函数  $H([E(X)])$  都被初始化为 1。由于本文实际运行该算法时,其能量的值都为正实数,根据实算经验,对这些实数(即能量)进行区间划分:将 0 到 5000 划分为 5000 个能量区间,5000 及 5000 以上的值划分为单独的一个能量区间,即  $[0, 1), [1, 2), \dots, [4900, 5000), [5000, 5000+)$ 。为了描述方便,将能量区间  $[E(X)], \lceil E(X) \rceil$  记为  $[E(X)]$ ,例如对于能量  $E(X)=3.5831$ ,其所处的能量区间为  $[3, 4)$ ,记为  $[3.5831]$ 。将 Wang-Landau 抽样算法应用于本文简化卫星舱布局问题,其基本过程如下:首先,随机产生一个初始格局  $X_1$ ,然后采用邻域格局产生策略<sup>[17]</sup>产生新的格局  $X_2$ 。再根据  $p(X_1 \rightarrow X_2) = \min(g(E(X_1)) / g(E(X_2)), 1) = \min(e^{\ln g(E(X_1)) - \ln g(E(X_2))}, 1)$  的值来决定格局  $X_2$  是否被接受。如果格局  $X_2$  被接受,则修改  $X_2$  的状态密度函数  $g(E(X_2))$ ,令  $g(E(X_2)) = f_i^* g(E(X_2))$ ,这里  $f_i (f_i > 1)$  为一个修改因子,本文设  $f_0 = e = 2.7182$ ,同时修改其直方图函数,令  $H([E(X_2)]) = H([E(X_2)]) + 1$ ;如果格局  $X_2$  不被接受,则类似修改  $X_1$  的状态密度函数和直方图函数值。在 Wang-Landau 抽样算法执行过程中,每隔  $T=1000$  步检查系统的能量直方图是否近似平坦,如果近似平坦,就使用一个单调下降函数来减小能量修改因子,同时把所有直方图的频数置为 0,接着再开始随机搜索。当能量修改因子小于一个预设的阈值  $f_{final}$  时,算法结束。在本文中,令用来减小修改因子的单调下降函数为  $f_{i+1} = \sqrt{f_i}$ ,  $f_{final} = 0.0001$ 。另外,由于在实际计算中  $g(E(X))$  的值会变得很大,以至于超出双精度的数字所能表示的范围,因此本文选择用含有对数的公式来更新  $g(E(X))$ ,即  $\ln g(E(X_i)) = \ln f_i + \ln g(E(X_i))$ ,  $i=1$  或  $2$ 。

### 3.3 最速下降法与加速策略

在 Wang-Landau 抽样算法搜索过程中,一旦产生新的格局,本文将采用具有精细搜索能力的最速下降法来进行局部搜索,并在原有的最速下降法中引入一种加速策略。通过实验过程中对最速下降法每一次迭代的观察,发现在最速下降法执行过程中,如果某一个格局的能量小于  $10^{-10}$  这样一个数量级,则基本上可以最终实现收敛。因此在原有的最速下降法的执行过程中,本文引入了一个加速策略:当某一个格局的能量小于  $10^{-10}$  时,将继续执行最速下降法进行精细的搜索,直到能量小于  $10^{-20}$ ;否则,当相邻两次迭代的格局的能量差小于一个值(这里取  $10^{-3}$ ,其是测试中获得的经验值,可以调整)时,算法就提前终止最速下降法的迭代,以减少时间开销。

### 3.4 质心平移策略

为了使布局后的系统满足静不平衡约束,在本文执行 Wang-Landau 抽样算法后得到的合法格局(称满足  $E(X') < 10^{-20}$  的格局  $X'$  为合法格局)中进行质心平移,并计算平移后新格局的外包络圆半径来取代目前的外包络圆半径。

在由所有待布局物组成的静态布局系统中,整个布局系统的质心  $o'(x_0, y_0)$  坐标为:

$$x_0 = \frac{\sum_{i=1}^N m_i x_i}{\sum_{i=1}^N m_i}, y_0 = \frac{\sum_{i=1}^N m_i y_i}{\sum_{i=1}^N m_i}$$

其中,  $x_i$  和  $y_i$  分别表示待布局物的中心的横坐标和纵坐标,  $m_i$  表示该待布局物的质量。

质心平移就是将合法格局的质心  $o'(x_0, y_0)$  平移至原始坐标系中心  $o(0, 0)$  上,同时将所有圆形待布局物、矩形待布局物看作一个整体进行相应的平移。

### 3.5 改进的 Wang-Landau 抽样算法步骤描述

通过将 Wang-Landau 抽样算法与带加速策略的最速下降法、质心平移策略相结合,便得到一种求解带静不平衡约束的简化卫星舱布局问题的改进的 Wang-Landau 抽样算法。算法的具体步骤如下。

(1) 随机产生一个初始格局  $X_1$ , 计算其系统能量  $E(X_1)$ 。初始化已访问过的格局的能量区间集合  $S = \{[E(X_1)]\}$ , 令  $E(X_1)$  的直方图函数  $H([E(X_1)]) = 1$ ,  $E(X_1)$  的状态密度函数  $g(E(X_1)) = 1$ 。令  $i=0, l=0, f_0=e, k=0.8, \epsilon=10^{-20}$ 。

(2) 采用邻域格局产生策略<sup>[17]</sup>更新格局  $X_1$  为格局  $X^*$ 。对新产生的格局  $X^*$  执行带加速策略的最速下降法,得到格局  $X_2$ , 令  $g(E(X_2)) = 1, H([E(X_2)]) = 1, l=l+1$ 。

(3) 计算格局  $X_2$  的能量  $E(X_2)$ 。如果  $E(X_2) < \epsilon$ , 则  $X_2$  为合法格局。在格局  $X_2$  的基础上执行质心平移策略,得到新的格局  $X_3$ , 保存格局  $X_3$  及其格局图形,成功停机。否则,转步骤(4)。

(4) 如果  $[E(X_2)] \notin S$ , 则令  $S = S \cup \{[E(X_2)]\}$ 。

(5) 判断新格局  $X_2$  是否被接受,接受的概率为:  $p(X_1 \rightarrow X_2) = \min(g(E(X_1)) / g(E(X_2)), 1)$ 。如果  $\text{random}(0, 1) < \min(e^{\ln g(E(X_1)) - \ln g(E(X_2))}, 1)$ , 则接受格局  $X_2$ , 令  $\ln(g(E(X_2))) = \ln f_i + \ln(g(E(X_2)))$ ,  $H([E(X_2)]) = H([E(X_2)]) + 1$ ,  $X_1 = X_2, E(X_1) = E(X_2)$ , 转步骤(6);否则,不接受格局  $X_2$ , 令  $\ln(g(E(X_1))) = \ln f_i + \ln(g(E(X_1)))$ ,  $H([E(X_1)]) = H([E(X_1)]) + 1$ , 转步骤(6)。

(6) 如果  $l \% 1000 = 0$ , 转步骤(7);否则,转步骤(2)。

(7) 如果  $H(E(X))$  变得近似平坦,即对于  $S$  中的所有  $[E(X)]$ , 有  $H([E(X)]) \geq k \langle H([E(X)]) \rangle$ , 这里  $\langle H([E(X)]) \rangle$  表示平均直方图(即所有直方图频数的平均值),则转步骤(8);否则,转步骤(2)。

(8) 令  $f_{i+1} = \sqrt{f_i}, i=i+1$ 。

(9) 如果  $f_i < 1.0001$ , 则失败停机;否则,对于  $S$  中的所有  $[E(X)]$ , 恢复  $H([E(X)]) = 0$ , 而  $g(E(X))$  值保留,转步骤(2)。

## 4 真实验与结果分析

### 4.1 测试算例

为了检验本文提出的改进的 Wang-Landau 抽样算法的性能,采用两个典型的求解带性能约束的简化卫星舱布局问题的实例。算例 1 引用自文献[16],算例 2 引用自文献[18]。对于每个算例,圆柱体待布局物和长方体待布局物的序号以及待布局物参数分别列于表 1 和表 2 中。

算例 1 如表 1 所列,该算例需要在卫星舱承载板上、下基面上布局 7 个待布局物。卫星舱参数如下:  $H_t = 800\text{mm}$ ,  $H_0 = 200\text{mm}$ ,  $R_t = 130\text{mm}$ ,  $R_b = 150\text{mm}$ ,  $d_t = 25\text{mm}$ 。设置静不平衡量前的惩罚因子  $l = 10^{-6}$ 。

表1 算例1中各个待布局数据

序号	待布局参数						布局结果			
	形状	可布性	长/半径(mm)	宽(mm)	高(mm)	质量(kg)	x(mm)	y(mm)	$\theta$	基面 $\alpha$
1	圆柱体	可动	60		50	40	-11.81	-51.05		1
2	圆柱体	可动	45		64	4	-27.34	54.03		1
3	圆柱体	可动	40		73	2	38.90	50.83		2
4	长方体	可动	40	40	20	2	23.16	-9.20	0°	2
5	长方体	可动	73	73	50	3	-33.34	-36.30	0°	2
6	长方体	可动	85	60	63	2	78.28	5.96	90°	1
7	长方体	可动	50	45	76	1	-24.10	25.65	90°	2

算例2 如表2所列,该算例需要在卫星舱承载板上、下基面上布局19个待布局物,其中有6个待布局物的坐标已经固定。卫星舱参数如下: $H_1 = 1400\text{mm}$ ,  $H_0 = 800\text{mm}$ ,  $R_1 = 600\text{mm}$ ,  $R_0 = 1000\text{mm}$ ,  $d_1 = 70\text{mm}$ 。设置静不平衡量前的惩罚因子 $l = 10^{-6}$ 。算例2相对于算例1的特殊性在于算例2包含了可布性为固定的情况,即表2中可布性标记为“固定”的

待布局物在Wang-Landau抽样算法的迭代过程中位置是不变化的。因此,对于本文中的邻域格局产生策略及带加速策略的最速下降法均只能作用于可布性为“可动”的待布局物。这类算例在实际工程中具有现实意义,在诸如卫星舱布局中,有一些机电设备必须有固定的位置。因此,在实际布局中,会因为有这样的约束而增添布局设计的复杂度。

表2 算例2中各个待布局数据

序号	待布局参数						布局结果			
	形状	可布性	长/半径(mm)	宽(mm)	高(mm)	质量(kg)	x(mm)	y(mm)	$\theta$	基面 $\alpha$
1	长方体	可动	190	185	92.5	1.8	225.15	428.72	0°	2
2	长方体	可动	302	210	297	10.7	118.22	-379.22	0°	1
3	长方体	可动	140	130	95	1.1	-270.15	302.85	0°	1
4	长方体	可动	135	110	100	3.0	379.64	-342.79	0°	1
5	长方体	可动	140	130	95	1.1	-286.18	-308.16	0°	2
6	长方体	可动	302	210	317	12.7	222.11	356.93	0°	1
7	长方体	可动	250	205	145	4.0	-12.58	477.70	0°	2
8	长方体	可动	250	200	270	7.0	-57.40	395.53	0°	1
9	长方体	可动	200	170	240	8.0	-294.47	-364.55	0°	1
10	长方体	可动	174	96	158	4.5	-159.80	-460.11	0°	2
11	长方体	可动	180	150	142	2.5	-233.31	360.33	0°	2
12	长方体	可动	160	150	170	2.0	-73.60	-330.16	0°	2
13	圆柱体	可动	150		361	2.0	164.71	-414.27		2
14	长方体	固定	444	475	350	21.0	225.15	428.72		1
15	长方体	固定	444	475	400	1.2	118.22	-379.22		2
16	长方体	固定	211	140	201	3.5	-270.15	302.85		1
17	长方体	固定	211	140	180	3.0	379.64	-342.79		2
18	长方体	固定	296	475	400	14.0	-286.18	-308.16		1
19	长方体	固定	296	475	400	0.8	222.11	356.93		2

4.2 实验结果与分析

在一台 core2, 2.93GHz, 2GB RAM 的 PC 上,使用 Java 编程实现了本文提出的改进的 Wang-Landau 抽样算法。对于表1和表2中的两个算例,分别独立运行改进的 Wang-Landau 抽样算法5次,并将获得的最小外包络圆半径( $R_0$ )、静不平衡量( $J$ )以及运行时间( $T$ )的平均值均列于表3中,与文献[19]中基于二分搜索的改进的模拟退火算法(ISADS)的计算结果进行对比。

表3 相关算法的计算结果比较

算例	ISADS			改进的 Wang-Landau 抽样算法		
	$R_0$	$J$	T(s)	$R_0$	$J$	T(s)
1	141.08	0.32	236.233	132.242	$4.87 \times 10^{-9}$	15.129
2	630.17	1.02	1010.599	611.692	$9.87 \times 10^{-9}$	169.249

从表3中可以发现,对于两个算例,本文提出的改进的 Wang-Landau 抽样算法相比 ISADS 算法均取得了更小的外包络圆半径。其中,对于算例1,本文提出的算法得到的最小外包络圆半径  $R_0$  减小了  $(141.08 - 132.242) / 141.08 \times 100\% = 6.24\%$ ;对于算例2,本文提出的算法得到的最小外包络圆半径减小了  $(630.17 - 611.692) / 630.17 \times 100\% = 2.93\%$ 。另外,对于两个算例布局结果中的静不平衡量  $J$ ,本文提出的算法得到的值均接近于0,完全满足静不平衡约束的布局设计要求。表3也列举了两者的时间对比,可以发现,Wang-landau 抽样算法收敛的时间更短。当然,由于不同硬件配置的计算

机以及不同的编程平台,算法的时间效率无法进行精确比较,但至少本文提出的算法较 ISADS 算法的运行时间是相当或可比较的。算例1和算例2的最优包络圆半径下待布局坐标分别列于表1和表2的布局结果部分中。图4和图5分别为算例1和算例2的二维布局示意图。

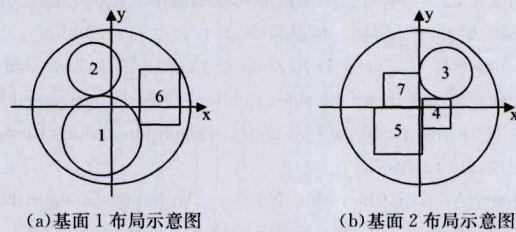


图4 算例1最优布局效果图

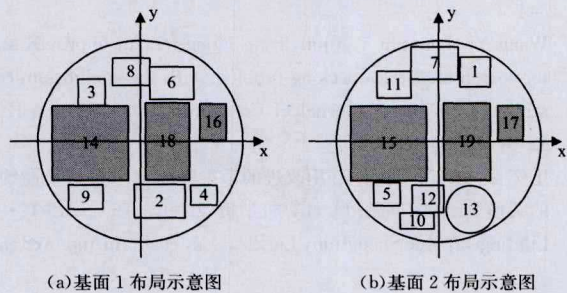


图5 算例2最优布局效果图

由表 3 的对比可以看出, Wang-Landau 抽样算法在模拟的卫星舱布局方面的空间利用率更高。从现实意义来讲, 同样放置相同的机电液设备, Wang-Landau 抽样算法能设计更小的卫星平台, 这给在保证设计的可靠性的前提下降低卫星舱的研制成本提供了极大的帮助。

**结束语** 针对带静不平衡约束的简化卫星舱布局问题, 本文提出了改进的 Wang-Landau 抽样算法。采用文献中的两个算例进行实算, 实验结果表明了所提出的算法的高效性, 这也表明本文所提的基于直方图抽样的混合随机搜索算法框架是求解带性能约束的布局问题的一种有效思路。在今后的工作中, 拟进一步推广该算法框架, 深入研究如集装箱中货物的布局、集成电路布局和下料裁剪等问题。

## 参 考 文 献

- [1] Huang Wen-qi, Xu Ru-chu. Introduction to the modern theory of computation-background, foreground and solving method for the NP-hard problem[M]. Beijing: Science Press, 2004: 47-70 (in Chinese)  
黄文奇, 许如初. 近世计算理论导引——NP 难度问题的背景、前景及其求解算法研究[M]. 北京: 科学出版社, 2004: 47-70
- [2] Zhang De-fu, Han Shui-hua, Ye Wei-guo. A bricklaying heuristic algorithm for the orthogonal rectangular packing problem[J]. Chinese Journal of Computers, 2008, 31(3): 510-514 (in Chinese)  
张德富, 韩水华, 叶卫国. 求解矩形 Packing 问题的砌墙式启发式算法[J]. 计算机学报, 2008, 31(3): 510-514
- [3] Ge Hong-wei, Liu Lin-ju. Rectangle-packing problem based on modified particle swarm optimization algorithm[J]. Computer Engineering, 2009, 35(7): 186-188 (in Chinese)  
葛洪伟, 刘林炬. 基于改进粒子群优化算法的矩形 Packing 问题[J]. 计算机工程, 2009, 35(7): 186-188
- [4] Wei Li-jun, Zhang De-fu, Chen Qing-shan. A least wasted first heuristic algorithm for the rectangular packing problem[J]. Computers and Operations Research, 2009, 36(5): 1608-1614
- [5] Liu Jing-fa, Li Gang. Basin filling algorithm for the circle packing problem with the static equilibrium constraints[J]. Science China: Information Science, 2010, 40(3): 423-432 (in Chinese)  
刘景发, 李刚. 求解带平衡性能约束的圆形装填问题的吸引盘填充算法[J]. 中国科学: 信息科学, 2010, 40(3): 423-432
- [6] Leung S C H, Zhang D F, Zhou C L, et al. A hybrid simulated annealing metaheuristic algorithm for the two-dimensional knapsack packing problem[J]. Computers and Operations Research, 2012, 39(1): 64-73
- [7] Huang Wen-qi, Chen Mao. Note on: An improved algorithm for the packing of unequal circles within a larger containing circle[J]. Computers and Industrial Engineering, 2006, 50(3): 338-344
- [8] Wang Yi-shou, Shi Yan-jun, Teng Hong-fei. An improved scatter search for circles packing problem with the equilibrium constraint[J]. Chinese Journal of Computers, 2009, 32(6): 1215-1219 (in Chinese)  
王奕首, 史彦军, 滕弘飞. 用改进的散射搜索法求解带平衡约束的圆形 Packing 问题[J]. 计算机学报, 2009, 32(6): 1215-1219
- [9] Liu Jing-fa, Xue Sheng-jun, Liu Zhao-xia, et al. An improved energy landscape paving algorithm for the problem of packing circles into a larger containing circle[J]. Computers and Industrial Engineering, 2009, 57(3): 1144-1149
- [10] Li Zi-qiang, Tian Zhuo-jun, Wang Yi-shou, et al. A fast heuristic parallel ant colony algorithm for circles packing problem with the equilibrium constraints[J]. Journal of Computer Research and Development, 2013, 49(9): 1899-1909 (in Chinese)  
黎自强, 田茁君, 王奕首, 等. 求解平衡约束圆形 Packing 问题的快速启发式并行蚁群算法[J]. 计算机研究与发展, 2013, 49(9): 1899-1909
- [11] He Kun, Mo Dan-zeng, Xu Ru-chu, et al. A quasi-physical algorithm based on coarse and fine adjustment for solving circles packing problem with constraints of equilibrium[J]. Chinese Journal of Computers, 2013, 36(6): 1224-1234 (in Chinese)  
何琨, 莫旦增, 许如初, 等. 基于粗精调技术的求解带平衡约束圆形 Packing 问题的拟物算法[J]. 计算机学报, 2013, 36(6): 1224-1234
- [12] He Kun, Mo Dan-zeng, Ye Tao, et al. A coarse-to-fine quasi-physical optimization method for solving the circle packing problem with equilibrium constraints[J]. Computers & Industrial Engineering, 2013, 66(4): 1049-1060
- [13] Xiao Ren-bin, Xu Yi-chun, Amos M. Two hybrid compaction algorithms for the layout optimization problem[J]. Biosystems, 2007, 90(2): 560-567
- [14] Liu Jing-fa, Li Gang, Geng Huan-tong. A new heuristic algorithm for the circular packing problem with equilibrium constraints[J]. Science China: Information Science, 2011, 54(8): 1572-1584
- [15] Wang F, Landau D P. Efficient, multiple-range random walk algorithm to calculate the density of states[J]. Physical Review Letters, 2001, 86(10): 2050-2053
- [16] Teng Hong-fei, Sun Shou-lin, Liu De-quan, et al. Layout optimization for the objects located within a rotating vessel—a three-dimensional packing problem with behavioral constraints[J]. Computers and Operations Research, 2001, 28(6): 521-535
- [17] Liu Jing-fa, Gao Ze-xu, Long Yu-zheng, et al. Heuristic algorithm for the packing problem of satellite module with dynamic unbalance constraints[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2014, 26(8): 1232-1239 (in Chinese)  
刘景发, 高泽旭, 龙羽正, 等. 求解带动不平衡约束的卫星舱布局问题的启发式算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2014, 26(8): 1232-1239
- [18] Huo Jun-zhou, Li Guang-qiang, Teng Hong-fei, et al. Human-computer cooperative ant colony/genetic algorithm for satellite module layout design[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(3): 112-116 (in Chinese)  
霍军周, 李广强, 滕弘飞, 等. 人机结合蚁群/遗传算法及其在卫星舱布局设计中的应用[J]. 机械工程学报, 2005, 41(3): 112-116
- [19] Zhou Zi-ling. Heuristic layout algorithm for meteorological satellite module with static non-equilibrium constraints[D]. Nanjing: Nanjing University of Information Science & Technology, 2013 (in Chinese)  
周子铃. 带静不平衡约束的气象卫星舱的启发式布局算法[D]. 南京: 南京信息工程大学, 2013