一种新的Dempster组合规则适用条件

崔家玮 李弼程
(解放军信息工程大学 郑州 450002)

摘 要 针对传统方法中利用冲突衡量系数来判别Dempster组合规则适用性存在的指标意义不明确、阈值设定过于主观等问题,提出了一种新的Dempster组合规则适用条件。首先,提出了证据冲突不能用于判断Dempster组合规则的适用性;其次,分析了Dempster组合规则合成证据出现不合理结果的原因;最后,提出了适用条件。通过与同类Dempster适用性判断方法对比的结果表明,文中提出的Dempster组合规则适用条件意义明确、简单易行,并有较好的适用性与合理性。

关键词 证据理论,Dempster组合规则,证据冲突
中图法分类号 TP182 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2014.10.060

New Applicable Condition of Dempster's Combination Rule

CUI Jia-wei LI Bi-cheng
(Information Engineering University of PLA, Zhengzhou 450002, China)

Abstract Aiming at the opening issues that indicators are ambiguous and threshold setting is too subjective in using the classical conflict coefficient to determine the applicability of the Dempster'scombination rule in D-S evidence theory, a new applicable condition of the Dempster's combination rule was proposed. Firstly, evidence conflict couldnot judge the application of the Dempster's combination rule. Secondly, the reason of the unreasonable results of using the Dempster's combination rule was analyzed. Thirdly, the condition was proposed. The results of the numerical examples and the comparison with the similar methods demonstrate that the proposed applicable condition is clear and simple, and provides a good applicable and reasonable indicator.

Keywords Evidence theory, Dempster's combination rule, Evidence conflict

1 引言

证据理论由Dempster于1967年提出,后经他的学生Shafer进一步发展完善,所以又被称为D-S证据理论[1],目前已成为不确定性信息处理的重要工具[2]之一,被广泛应用于信息融合[3]、软件需求[4]、金融安全[5]等领域。但是,自从Zadeh指出Dempster组合规则在处理高冲突证据时会产生错误的合成结果[6]以来,Dempster组合规则的可用性饱受争议[7],进而其适用性成为了一个值得研究的问题。

国内外学者针对Dempster组合规则有时会得出有悖常理的结果这一问题提出了许多改进方法,主要包括修订组合规则[8-10]和修订数据模型[11-13]两大类。正如Haenni[14]所述,对组合规则的修订往往破坏了Dempster组合规则的优良数学性质,对数据模型的修订无论是在工程上、数学上、哲学上来说都更为合理。但是经过修订的证据最终仍要通过Dempster组合规则进行融合,而符合什么条件的数据模型使用Dempster组合规则才能得出正确的融合结果这一问题却被忽略。

与牛顿运动定律一样,Dempster组合规则也应该有一定的适用条件。Liu在文献[15]中引入博弈信度距离 $difBetP$,并给出了二元组 $\langle k, difBetP\rangle$ 与阈值 ε 比较的4种情况,讨论了Dempster组合规则的适用条件。蒋文等[16]通过反例指出了文献[15]中方法的不足,并用Jousselme距离代替二元组中的 $difBetP$ 构造出了另外一种二元组冲突表示方法,但在应用中存在 ε 阈值的主观设定问题。肖建于等[18]在文献[15]所提方法的基础上将Dempster组合规则适用条件分为6种情况,但"谨慎使用"、"可以使用"等指标的意义并不明确。

综上所述,现有对Dempster规则适用条件的分析均是从冲突的角度去衡量Dempster规则的适用条件,忽略了Dempster组合规则本身的性质和参与合成证据的特点。本文分析了Dempster组合规则合成证据的基本原理,指出证据冲突不能用于判断Dempster组合规则的适用性,并采取约束证据源的方式提出了一种新的Dempster组合规则适用条件。

2 基础知识

2.1 证据理论

定义1(辨识框架,Frame of Discernment) 辨识框架 Θ 表示人们对于某一判决问题所能认识到的所有可能的结果(假设)的集合,人们所关心的任一命题都对应于 Θ 的一个子

到稿日期:2013-12-21 返修日期:2014-03-17 本文受国家863课题(2012AA7032030D),全军军事学研究生课题(YJS1062)资助。
崔家玮(1989-),男,硕士生,主要研究方向为证据理论、信息融合,E-mail:106798411@qq.com;李弼程(1970-),男,博士,教授,主要研究方向为智能信息处理。

集。Θ 包含 N 个互斥且穷举的假设，即

$$\Theta=\{H_1,H_2,\cdots,H_N\} \tag{1}$$

由辨识框架 Θ 的所有子集组成的集合称为 Θ 的幂集，记为 2^{Θ}，可表示为：

$$\{\emptyset,\{H_1\},\{H_2\},\cdots,\{H_n\},\{H_1\cup H_2\},\cdots,\Theta\} \tag{2}$$

对于辨识框架 Θ，问题域中的任意命题 A 都应属于幂集 2^{Θ} 中的一个元素，即 A 是 Θ 的子集。

定义 2（基本概率赋值函数，Basic Probability Assignment） 幂集 2^{Θ} 上的基本概率赋值函数 m 定义为：$m:2^{\Theta}\rightarrow[0,1]$，满足：

$$m(\Phi)=0 \tag{3}$$

$$\sum_{A\subseteq\Theta}m(A)=1 \tag{4}$$

其中，$m(A)$ 表示证据支持命题 A 发生的程度，证据对 A 本身的信任度大小，不能再细分给 A 的真子集（由于缺乏进一步的信息）。条件式(3)表示证据对于空集 $\emptyset$（空命题）不产生任何信任度。条件式(4)表示所有命题的信任度值之和等于 1，即总信任度为 1。

定义 3（焦元，Focal Element） 对于辨识框架 Θ，若 $m(A)>0(A\subseteq\Theta)$，则称 A 为证据的焦元。

定义 4（Dempster 组合规则） 假设辨识框架 Θ 下的两个证据 E_1 和 E_2，其相应的基本概率赋值函数为 m_1 和 m_2，焦元分别为 A_i 和 B_j，则 D-S 合成规则为：

$$m(A)=\begin{cases}\dfrac{\sum\limits_{A_i\cap B_j=A}m_1(A_i)m_2(B_j)}{1-k}, & A\neq\emptyset\\ 0, & A=\emptyset\end{cases} \tag{5}$$

式中，

$$k=\sum_{A_i\cap B_j=\emptyset}m_1(A_i)m_2(B_j) \tag{6}$$

它反映了各个证据之间的冲突程度，系数 $1/(1-k)$ 称为归一化因子，其作用是避免在合成时将非 0 的概率赋给空集 $\emptyset$。

性质 1（交换律） Dempster 组合规则满足交换律，表示为：

$$m_1\oplus m_2=m_2\oplus m_1 \tag{7}$$

当两组证据合成时，证据的顺序不影响合成结果。

性质 2（结合律） Dempster 组合规则满足结合律，表示为：

$$m_1\oplus m_2\oplus m_3=(m_1\oplus m_2)\oplus m_3=m_1\oplus(m_2\oplus m_3) \tag{8}$$

当多组证据合成时，可变换成多次两两证据的合成，每个证据参与合成的顺序不影响合成的结果。

2.2 使用 Dempster 组合规则的两个前提

(1)独立性

Dempster 组合规则应用有一个很强的前提条件，即被合成的证据必须相互独立。在实际的信息融合系统中，对同一目标的探测、对同一样本的分类等，不可能达到完全的独立，独立性质只是对实际情况的一种近似。在本文中，假设参与合成的证据均是独立的。

(2)可靠性

可靠性是指系统给出正确结论的性质[19]。在证据理论中，该可靠性表现在两个方面：证据对于信息源的可靠性和证据对于融合中心的可靠性。

对于信息源而言，可靠性表示当前证据已经充分表达了信息源对辨识框架内命题的信任度。该信任度已经考虑了信息源因环境、测量精度、仪器误差等因素而对信任度产生的影响。

对于融合中心而言，证据并不是可靠的。证据可能由于信息源被欺骗、被干扰等原因造成不可靠，信息源自身无法发现这种不可靠性。此时，多个证据可以通过相互关系进行修正来消除该不可靠性。由于使用 Dempster 组合规则是得出融合证据的最后一个步骤，故本文假定：直接使用 Dempster 组合规则合成的证据对于信息源和融合中心均是可靠的。

2.3 证据合成结果是否合理的判定标准

目前证据理论对于结果是否合理的判定标准比较模糊，多数学者均以“符合常理”、“符合人类直观判断”、“与事实相符”等定性描述来判定一种证据合成方法是否合理。证据推理结果与人类推理的结果一致，是证据推理最基本的要求。

在人类推理中“少数服从多数”是人类推理所遵循的基本原则，“符合常理”等定性描述正是“少数服从多数”原则的体现。笔者认为证据合成结果是否合理的判定标准是：在证据满足独立性和可靠性条件下，证据合成结果与大多数证据信任倾向一致。

3 证据冲突与 Dempster 组合规则适用性的关系

3.1 使用 k 值衡量冲突问题

许多研究认为，Dempster 组合规则中值对冲突衡量的不合理是导致 Dempster 组合规则得出有悖常理结果的主要原因之一。因此，许多学者[15-17]提出了多种冲突衡量因子，并在此基础上研究了许多改进的证据合成方法。但是，k 值是否正确衡量冲突与 Dempster 组合规则是否适用，这两者有直接的因果关系吗？如例 1 所示。

例 1 设 m_1 与 m_2 是同一识别框架 $\Theta=\{a,b,c,d,e\}$ 上的两个基本概率赋值函数：

$m_1(\{a\})=0.2,m_1(\{b\})=0.2,$

$m_1(\{c\})=0.2,m_1(\{d\})=0.2,m_1(\{e\})=0.2$

$m_2(\{a\})=0.2,m_2(\{b\})=0.2,$

$m_2(\{c\})=0.2,m_2(\{d\})=0.2,m_2(\{e\})=0.2$

例 1 中，计算得 $k=0.8$，显示证据冲突严重，但是 m_1 与 m_2 是两个相同的基本概率赋值函数，可见使用 k 值来衡量证据之间的冲突并不正确。然而，使用 Dempster 组合规则融合 m_1 和 m_2 的结果为：

$m(\{a\})=0.2,m(\{b\})=0.2,$

$m(\{c\})=0.2,m(\{d\})=0.2,m(\{e\})=0.2$

尽管 k 值对冲突的衡量不正确，但是结果与 m_1 和 m_2 相同，使用 Dempster 组合规则得出的结果是合理的。

例 2 识别框架 $\Theta=\{a,b,c,d,e\}$，N 个信息源都具有如下相同的基本概率赋值函数：

$m_j(a)=0.8,m_j(b)=0.15,m_j(\Theta)=0.05$

当 $N=2$ 时，k 值接近 0.25；当 $N=10$ 时，k 值接近 0.8。可以看出，虽然参与融合的证据均相同，但是 k 值仍然随着信息源 J 的增多而增大，但是使用 Dempster 组合规则得出的融合结果也是合理的。

从例 1 和例 2 可以看出，虽然 Dempster 组合规则中的 k 值对冲突的衡量并不正确，但是证据的融合结果是合理的。

综合以上分析可知，k 值对冲突的衡量是否正确与 Dempster 规则合成结果是否合理之间没有直接的因果关系。

3.2 高冲突下证据合成问题

由 3.1 节可知，k 值衡量冲突的正确性与 Dempster 组合规则适用性之间没有直接的因果关系，其他例如 J 氏距离、博弈信度距离 $difBetP$ 等冲突衡量因子能否用于判断 Dempster 组合规则的适用性呢？许多研究[9-11,16,17]认为“高

冲突情况下 Dempster 组合规则会得出有悖常理的结果”，该论断中的高冲突是指人们主观判断得出的高冲突，而且是冲突衡量因子均可正确识别的高冲突，如例 3 所示。

例 3 设 m_1 与 m_2 是同一识别框架 $\Theta=\{a,b,c,d,e\}$ 上的两个基本概率赋值函数：

$$m_1(A)=\begin{cases}0.9, & A=\{a\}\\ 0.1, & A=\{b\}\\ 0, & A=\{c\}\end{cases},\quad m_2(A)=\begin{cases}0, & A=\{a\}\\ 0.1, & A=\{b\}\\ 0.9, & A=\{c\}\end{cases}$$

从人的直观判断来看，m_1 强烈支持$\{a\}$，而 m_2 则强烈支持$\{c\}$。k 值、J 氏距离、博弈信度距离 $difBetP$ 均可判断两证据是高冲突的。通过 Dempster 组合规则融合可得结果：

$$m(\{\theta_2\})=1$$

显然，两个证据对$\{\theta_2\}$的支持程度都很小，但合成后的结果却认为命题$\{\theta_2\}$为真，因此合成结果是不合理的。

例 4 设 m_1 与 m_2 是同一识别框架 $\Theta=\{a,b,c\}$ 上的两个基本概率赋值函数：

$$m_1(A)=\begin{cases}0.85, & A=\{a\}\\ 0.1, & A=\{b\}\\ 0.05, & A=\{c\}\end{cases},\quad m_2(A)=\begin{cases}0.05, & A=\{a\}\\ 0.1, & A=\{b\}\\ 0.85, & A=\{c\}\end{cases}$$

例 4 中的 m_1 与 m_2 也是高冲突的，但是，通过 Dempster 组合规则可得结果：

$$m(A)=\begin{cases}0.447, & A=\{a\}\\ 0.106, & A=\{b\}\\ 0.447, & A=\{c\}\end{cases}$$

合成结果将大部分的信任度赋予$\{a\}$和$\{c\}$，而$\{b\}$获得的信任度很少，该融合结果是合理的。

由例 3 和例 4 可知，“高冲突情况下 Dempster 组合规则会得出有悖常理的结果”的论断不合理，不论使用其他衡量冲突的方法是否正确，证据冲突与 Dempster 组合规则的适用性之间并没有直接的因果关系，证据冲突不能判断 Dempster 组合规则的适用性。

4 Dempster 组合规则的适用条件

本节将从 Dempster 组合规则的形式和性质出发，分析 Dempster 组合规则合成证据的融合原理，进而提出 Dempster 组合规则得出合理结果的适用条件。

由定义 4 可知：

$$m(A)=\begin{cases}\dfrac{\sum\limits_{A_i\cap B_j=A} m_1(A_i)m_2(B_j)}{1-k}, & A\neq\emptyset\\ 0, & A=\emptyset\end{cases} \tag{9}$$

其中：

$$k=\sum_{A_i\cap B_j=\emptyset} m_1(A_i)m_2(B_j) \tag{10}$$

下面从 Dempster 组合公式的分母、分子以及分式的意义 3 个方面讨论 Dempster 组合规则合成证据的基本原理。

(1)从组合规则的形式上看，由于 $1-k$ 处于分母上，为使该分式有意义，必须满足 $k<1$。k 值表示所有交集为空的焦元信任度的乘积之和。

由于：

$$\sum_{A_i\cap B_j\neq\emptyset} m_1(A_i)m_2(B_j)+\sum_{A_i\cap B_j=\emptyset} m_1(A_i)m_2(B_j)=1 \tag{11}$$

为使 $k<1$，则：

$$\sum_{A_i\cap B_j\neq\emptyset} m_1(A_i)m_2(B_j)>0 \tag{12}$$

即多个证据之间不能是完全冲突的。

(2)Dempster 组合规则的分子 $\sum_{A_i\cap B_j=A} m_1(A_i)m_2(B_j)$ 表示所有交集为 A 的 mass 函数的乘积之和。分子的大小与参与合成的证据信任度的大小成正相关，即证据源对 A 的信任度越大，分子的信任度也越大，如例 5 所示。

例 5 识别框架 $\Theta=\{a,b,c,d\}$，8 个证据都具有如下相同的基本概率赋值函数：

$m(a)=0.4, m(b)=0.3,$

$m(c)=0.2, m(d)=0.1, m(\Theta)=0$

使用 Dempster 组合规则依次合成例 5 中的 8 个证据，归一化前各焦元信任度，如表 1 所列。

表 1 归一化前各焦元信任度

证据个数	m(a)	m(b)	m(c)	m(d)
1	0.4000	0.3000	0.2000	0.1000
2	0.1600	0.0900	0.0400	0.0100
3	0.0640	0.0270	0.0080	0.0010
4	0.0256	0.0081	0.0016	1.0e−04
5	0.0102	0.0024	3.2000e−04	1.0e−05
6	0.0041	7.2900e−04	6.4000e−05	1.0e−06
7	0.0016	2.1870e−04	1.2800e−05	1.0e−07
8	6.5536e−04	6.5610e−05	2.5600e−06	1.0e−08

表 1 中，由于 $m(i)<1(i=a,b,c,d)$，随着证据源个数的依次增加，归一化前各焦元的 BPA 均以负指数速度递减，即相交不为空集的焦元信任度均在减小，但融合后各焦元信任度的大小关系并未发生改变，仍然满足 $m(a)>m(b)>m(c)>m(d)$，重要的是各焦元之间的比值以指数速度增大，如表 2 所列。

表 2 各焦元信任度与 $m(d)$ 比值

证据个数	m(a)/m(d)	m(b)/m(d)	m(c)/m(d)	m(d)/m(d)
1	4	3	2	1
2	16	9	4	1
3	64	27	8	1
4	256	81	16	1
5	1024	243	32	1
6	4096	729	64	1
7	16384	2187	128	1
8	65536	6561	256	1

从表 2 中可以看出，Dempster 组合规则的分子能够显著增大各焦元信任度之间的比值，比值大小关系符合证据源的信任倾向，且随着证据源的增多，证据信任度快速聚焦于信任度大的真命题。图 1 直观地展示了信任度的比值变化。

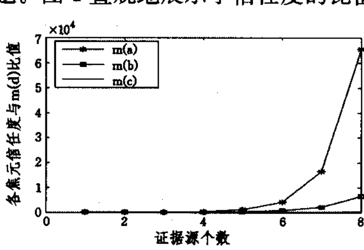

图 1 各焦元信任度与比值变化趋势

但是，分子所使用的乘性法则具有“一票否决”的特性，对于任意的 $A\neq\emptyset$，当交集为 A 的证据中有一个干扰证据时，如果该证据的信任度接近于 0，由于证据信任度不大于 1，则不论其他与该证据交集为 A 的证据大小，合成结果的数量级将小于该干扰证据，此时 Dempster 组合规则不能聚焦于正确焦元。极端情况下，当干扰证据信任度为 0 时，则不论其他与该证据交集为 A 的证据的数量和大小，合成结果永远是 0，此时不能体现其他证据源对 A 的影响。如果分子 $\sum_{A_i\cap B_j=A} m_1(A_i)m_2(B_j)$ 不能通过比值的大小体现信任度的大小，那么 Dempster 组合规则就无法表达全部证据的信任倾向，这违背了人类进行决策时“少数服从多数”的原则，导致证据合成出现不合理的结果。

(3)Dempster 组合规则的分式表示对信任度进行归一化，该过程是将本应赋给空集的信任度成比例地分配给非空集合。由于分子使用信任度之间的比值大小来表征融合后信任度的大小，按比例分配的方式与分子能够增大信任度比值的作用相辅相成，而且满足证据合成的交换律和结合律。但是，若 $\sum_{A_i\cap B_j=A} m_1(A_i)m_2(B_j)$ 因式项中有一个因子为 0 而导致赋予 A 的信任度为 0，那么在归一化的过程中，A 就不能得到任何的信任度分配，则其他焦元分配得到的信任度就会增加，如果仅剩一个焦元信任度不为 0，则该焦元最终信任度为 1，此时使用 Dempster 组合规则对证据进行融合就会得出有悖常理的结论。

综合以上分析可知，分子 $\sum_{A_i\cap B_j=A} m_1(A_i)m_2(B_j)$ 的因式项中出现零因子是造成 Dempster 组合规则出现 Zadeh 悖论、“0 信任”悖论等一些有悖常理结论的主要原因。由于 Dempster 组合规则满足交换律和结合律，下面以两个证据的合成为例给出 Dempster 组合规则的适用条件：

设 m_1,m_2 是同一识别框架 Θ 上的两个基本概率赋值函数，m_1,m_2 相互独立且可靠，Dempster 组合规则的适用条件是：

令 $A_i,B_j\subseteq\Theta$，对于 $m_1(A_i)>0$，存在

$m_2(B_j)>\varepsilon$ 且 $A_i\cap B_j\neq\emptyset$

其中，$\varepsilon\geqslant 0$。

虽然 Dempster 组合规则的聚焦作用很明显，但是对于一些信任度接近于 0 的干扰证据而言，在有限的证据规模内，Dempster 组合规则的聚焦作用不能令人满意，ε 的取值是为了限制证据信任度接近于 0 的程度，ε 的取值与参与合成的证据信任度和证据数量有关。

在对较多的证据进行融合时，人们往往倾向于以证据的数量来衡量最终的融合结果是否合理，证据信任度的大小对人类判断正确结果的影响有限，如例 6 所示。

例 6　设 $m_1,m_2,\cdots,m_k,m_c$ 是同一识别框架 $\Theta=\{a,b\}$ 上的 $k+1$ 个基本概率赋值函数，其中 k 个正确证据具有相同的基本概率赋值函数：

$$m_1(A)=m_2(A)=\cdots=m_k(A)=\begin{cases}x, & A=\{a\}\\ y, & A=\{b\}\end{cases}$$

另有干扰证据 m_c 参与证据组合，当合成的证据对 $\{a\}$ 的信任度大于 0.7 时，认为组合结果合理。表 3 中的第一行中的 $\{a\}$，0.3；$\{b\}$，0.7 表示 $m_c(\{a\})=0.3$，$m_c(\{b\})=0.7$，第一列中的 0.9；0.1 表示 $x=0.9$；$y=0.1$，其他表示方法类似。

表 3　干扰证据信任度变化与抑制该证据所需正确证据数量

$m_k(A)$	{a},0.3；{b},0.7	{a},0.2；{b},0.8	{a},0.1；{b},0.9	{a},0.01；{b},0.99	{a},0.01；{b},0.999
0.9;0.1	1	1	2	3	4
0.8;0.2	2	2	3	4	6
0.7;0.3	3	3	4	7	10
0.6;0.4	4	6	8	14	20

如表 3 中所列，对于干扰证据 $\{a\}$，0.1；$\{b\}$，0.9 和正确证据 $\{a\}$，0.6；$\{b\}$，0.4，Dempster 规则认为小于 8 个正确证据时不能认为 $\{a\}$，0.1；$\{b\}$，0.9 是干扰证据，而出现 8 个正确证据时则可以判断 $\{a\}$，0.1；$\{b\}$，0.9 是干扰证据。而当人们面对 8 个不太清晰的证据 $\{a\}$，0.6；$\{b\}$，0.4 和一个清晰证据 $\{a\}$，0.1；$\{b\}$，0.9 时，究竟应该更加相信证据信任度的大小还是证据的数量，不同的人判断得出的结论并不一致。当条件中的取值等于 0 时，通过表 3 中的第 4 列可以看出，4 个正确证据 $\{a\}$，0.9；$\{b\}$，0.1 才能够正确地抑制一个干扰证据 $\{a\}$，0.001；$\{b\}$；0.999。虽然人类认为证据信任度 0.001 与 0.01 区别并不明显，但 Dempster 规则受接近于 0 的证据信任度的影响较大，此时融合产生的结果是人们无法接受的。

当参与合成证据较少时，人们受到证据信任度的影响更大，ε 的取值可以为 0；当合成证据较多时，人们受证据数量的影响更大，ε 根据参与合成证据数量来取值；对于两证据的合成时，冲突证据的数量无法影响最终的结果，故 ε 的取值为 0。例如当共有 20 个证据参与合成时，根据表 3 的第 4 列，ε 的取值可以为 0.01。

5　实验结果与性能分析

例 7　设识别框架 Θ 有 10 个元素，分别 1,2,3,…,10 用来表示元素，即 $\Theta=\{1,2,3,\cdots 10\}$。表 4 中用 12 种情形对比了文献[15]方法、文献[18]方法和本文方法对 Dempster 组合规则适用性的判断，本文方法中 ε 的取值为 0。第 1 种情形中 m_1 列表示 $m_1(\{1\})=0,8$，$m_1(\{1,2\})=0.2$，其他情形表示方法类似。

表 4　其他方法与本文方法判断 Dempster 组合规则适用性比较

情形	m_1	m_2	文献[15]判断	文献[18]判断	本文判断	Dempster 规则融合结果
1	{1},0.8;{1,2},0.2	{1},0.8;{2,3},0.2	可以使用	可以使用	适用	合理
2	{1},0.2;{2},0.3;{3},0.2;{4},0.3	{1},0.3;{2},0.3;{3},0.2;{4},0.2	可以使用	可以使用	适用	合理
3	{1},0.2;{2},0.2;{3},0.2;{4},0.2;{5},0.1;{6},0.1	{1},0.1;{2},0.3;{3},0.1;{4},0.2;{5},0.2;{6},0.1	可以使用	谨慎使用	适用	合理
4	{1},0.1;{2},0.1;…,{10},0.1	{1},0.1;{2},0.1;…,{10},0.1	可以使用	谨慎使用	适用	合理
5	{1},0.3;{2},0.1;{3},0.3;{4},0.3	{2},0.1;{5},0.3;{6},0.3;{7},0.3	可以使用	谨慎使用	不适用	不合理
6	{1,4},1	{1,2,3,5},1	谨慎使用	谨慎使用	适用	合理
7	{1},0.7;{1,2},0.3	{1,3},0.45;{2},0.55	谨慎使用	谨慎使用	适用	合理
8	{1},0.7;{2,3},0.3	{2},0.2;{3},0.8	谨慎使用	谨慎使用	不适用	不合理
9	{1},0.9;{2,3,…,10},0.1	{1,2,…,9},0.9;{10},0.1	不建议使用	谨慎使用	适用	合理
10	{1,2},1	Θ\{2},1	不建议使用	谨慎使用	适用	合理
11	{1},0.99;{2},0.01	{2},0.01;{3},0.99	不能使用	不能使用	不适用	不合理

对于情形 1 和 2，m_1 与 m_2 证据冲突很小，可以利用 Dempster 组合规则来融合。文献[15]方法、文献[18]方法、本文方法判断均正确。

对于情形 3，虽然由于各个焦元被赋予的 BPA 较分散而导致 k 值较大，但证据差异并不明显，Dempster 组合规则融合结果是合理的。本文方法与文献[15]方法一致，文献[18]方法给出"谨慎使用"的判断带有模糊性。

对于情形 4，m_1 和 m_2 完全一致，可以使用 Dempster 组合规则，本文方法判断正确。

对于情形 5，m_1 和 m_2 不满足本文适用条件，使用 Dempster 组合规则合成这两个证据得：$m(\{2\})=1$。文献[15]判断不正确，但文献[18]给出了"谨慎使用"的判断，对比情形 3 和 5 可以发现，文献[18]方法中，"谨慎使用"的判断同时支持合理和不合理两种不同的融合结果，可见文献[18]"谨慎使用"指标的意义不够明确，边界不够清晰。

对于情形 6，两个证据虽然只有较小的共同信任，但是 $m_2(\{1,2,3,5\})$ 表明 m_2 不能将信任再分配给其中更小的子集，而且 m_2 完全不支持 $\{4\}$，而 $m_1(\{1,4\})=1$，则得出 $m_1(\{1\})=1$。实际上 $m_2(\{4\})=0$ 否定了 m_1 中对于 $\{4\}$ 的可能产生的信任度，结果是合理的，本文方法判断正确。

对于情形 7，满足本文适用条件，使用 Dempster 组合规则对证据进行合成，合成结果为：$m(\{1\})=0.7317$，$m(\{2\})=0.2683$，合成结果支持了 $\{1\}$，合成结果合理。

对于情形 8，不满足本文适用条件，使用 Dempster 合成过程否定了原始证据中对 $\{1\}$ 的信任，合成结果不合理。

对于情形 9，满足本文条件，合成结果为 $m(\{1\})=0.89$，$m(\{2,3,\cdots,18\})=0.10$，$m(\{19,20\})=0.01$，合成结果符合 m_1 对 $\{1\}$ 的强烈支持，也满足 m_2 对 $\{10\}$ 的几乎不支持，合成结果正确，此时文献[15]方法得出"不建议使用"的判断不合理。

对于情形 10，$m_2(\{1,3,4,5,6,7,8,9,10\})=1$ 表明 m_2 由于缺乏进一步信息，不能将信任细分给其真子集，无法确认 m_2 对命题 $\{1\}$ 为真的假设信任度，文献[18]中认为"m_2 对命题 $\{1,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ 的支持度为 1，相当于 m_2 对命题 $\{1\}$ 为真的假设持很微小的支持"的观点不合理。但是，m_2 明确表示完全不支持 $\{2\}$，又 $m_1(\{1,2\})=1$，则得出 $m(\{1\})=1$。合成结果综合反映了 m_1 和 m_2 的信任倾向，融合结果是合理的。

情形 11 即 Zadeh 悖论，不满足本文适用条件，使用 Dempster 组合规则得出的结果有悖常理。

综上分析可知，本文提出的适用条件能够有效、合理地判断 Dempster 组合规则的适用性，解决了文献[15,18]方法中"谨慎使用"、"可以使用"等指标边界不清晰和阈值设定主观化等不合理问题。本文方法意义明确、边界清晰、简单易行，具有较好的适用性和合理性。

结束语 在某些情况下，Dempster 组合规则会得出有悖常理的结果，许多研究认为这是证据的高冲突造成的，因此应寻找多衡量冲突的方法来解决 Dempster 组合规则的问题，但证据冲突并不能判断 Dempster 组合规则的适用性。本文研究了 Dempster 组合规则的证据融合原理，从约束证据源的角度给出了 Dempster 组合规则的适用条件，解决了冲突衡量类方法指标意义不明确、阈值设定过于主观等问题，为证据融合中选择 Dempster 组合规则提供了理论基础。

参考文献

[1] Shafer G. A Mathematical Theory of Evidence[M]. Princeton: Princeton University Press, 1976

[2] 李弼程，黄洁，高世海，等. 信息融合技术及其应用[M]. 北京：国防工业出版社，2010：8-10

[3] 江涛. 基于 D-S 证据理论的信息融合算法[J]. 计算机科学，2013，40(11)：120-124

[4] 梅莹，丁晓明. 证据理论在软件需求工程中的应用研究[J]. 计算机科学，2012，39(11)：237-239

[5] Xiao Z, Yang X L, Pang Y, et al. The prediction for listed companies' financial distress by using multiple prediction methods with rough set and Dempster-Shafer evidence theory[J]. Knowledge-Based Systems, 2012, 26: 196-206

[6] Zadeh L A. A simple view of the Dempster-Shafer theory of evidence and its implication for the rule of combination[J]. AI Magazine, 1986, 2(7): 85-90

[7] Florea M C, Jousselme A-L, Bossé É, et al. Robust combination rules for evidence theory[J]. Information Fusion, 2009, 10(2): 183-197

[8] Yager R R. On the Dempster. Shaler framework and new combination rules[J]. Information Science, 1990, 41(2): 93-137

[9] 李弼程，王波，魏俊. 一种有效的证据理论合成公式[J]. 数据采集与处理，2002，17(1)：33-36

[10] 李军伟，程咏梅，梁彦，等. 基于局部冲突分配策略的 DST 算法研究[J]. 控制与决策，2010，15(10)：1484-1488

[11] Jousselme A-L, Grenier D, Bosse E. A new distance between two bodies of evidence[J]. Information Fusion, 2001, 2: 91-101

[12] 熊彦铭，杨战平，屈新芬. 基于模型修正的冲突证据组合新方法[J]. 控制与决策. 2011，26(6)：883-887

[13] Han De-qiang, Deng Yong, Han Chong-zhao, et al. Weighted evidence combination based on distance of evidence and uncertainty[J]. Journal of Infrared and Millimeter Waves, 2012, 30(5): 396-400

[14] Rolf H. Are Alternatives to Dempster's rule of combination real alternative? Comments on "about the belief function combination and the conflict management problem"[J]. Information Fusion, 2002, 3(3): 237-239

[15] Liu W. Analyzing the degree of confiict among belief functions[J]. Artificial Intelligence, 2006, 170: 909-924

[16] 蒋雯，张安，邓勇. 改进的二元组冲突表示方法[J]. 红外与激光工程，2009，38(5)：936-940

[17] 蒋黎明，何加浪，张宏. D-S 证据理论中一种新的冲突证据融合方法[J]. 计算机科学，2011，38(4)：236-238

[18] 肖建于，童敏明，范祺，等. Dempster 组合规则适用性分析[J]. 计算机工程，2013，40(2)：249-252

[19] Karlsson A. Dependable and generic high-level information fusion-methods and algorithms for uncertainty management[R]. Sweden: School of Humanities and Informatics, University of Skovde