

一种极值约束的边缘保持图像平滑算法

姜小磊 姚鸿勋 赵思成

(哈尔滨工业大学计算机科学与技术学院 哈尔滨 150001)

摘要 边缘保持的图像平滑在图像预处理以及许多图像编辑应用中都具有重要的意义。图像的边缘保持与细节平滑是一对矛盾。提出一种以极值为约束的边缘保持的图像平滑算法。该方法的基本思想是对处理后图像的极值进行约束,即要求其在给定位置处取得相应的极大(小)值来保持原图像的主边缘,同时平滑消除副边缘和信号小起伏。首先对原图像进行初步平滑,然后从中提取出极值点,再把这些极值点作为处理后图像的约束。在所有满足这些约束的函数中,取与原图像最接近的作为最终平滑结果。利用半二次技术和交替最小化得到了有效的数值求解方法。实验结果表明,提出的方法在一些基于边缘保持平滑的图像处理(如细节增强)中取得了更好的效果。

关键词 图像平滑算法,保持边缘的图像平滑,图像滤波

中图分类号 TP391 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2014.10.023

Smoothing Algorithm with Edge-preserving by Extrema Constraints

JIANG Xiao-lei YAO Hong-xun ZHAO Si-cheng

(School of Computer Science and Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract Edge-aware smoothing is important for many image editing applications as well as image preprocessing. Edge preservation and detail suppression form a contradictory pair. An edge-preserving smoothing algorithm was proposed, in which a signal is asked to attain its extrema at some given points. By manipulations on extrema of the resulting image, significant edges are retained, and at the same time, side edges and small fluctuations are subdued. Our method first obtains a preliminary smoothing version, whose extrema are used as constraints on the resulting image. Among all functions that meet these constraints, we pursued the one that is most similar to the original signal as the smoothing result. This optimization problem is solved by the half-quadratic technique and alternating minimization. Experimental results show that applications such as detail enhancement can benefit from the better performance of our method for preserving edges.

Keywords Image smoothing algorithm, Edge-preserving image smoothing, Image filtering

1 引言

在图像处理的许多领域中,例如主体-细节分解、图像增强、风格化和高动态范围图像的色调映射等,都希望能够平滑图像的细节但又不使主要的边缘结构模糊。假定图像 I 可以分解为主体分量 S 与细节分量 D 之和,其中主体分量 S 包含图像 I 的变化趋势和显著的边缘,而细节分量 D 对应于纹理和细节。从频域的观点来看, S 大致是低频分量, D 大致是高频分量。当然这种频域的观点是不够准确的,因为为了使信号的边缘不被平滑, S 也包含跳变,从而也含有高频分量。保持边缘的图像平滑的任务就是从 I 确定出 S 。Farbman 等人^[1]指出:在图像增强中,平滑图像的边缘会导致光晕,而把边缘锐化又会导致梯度翻转,在这两种情况下处理后的图像都会出现与原图像不相符的假象。因此,对于该应用领域,图像的边缘既不能被平滑,也不能被锐化。图像处理的其它领域,例如图像去噪、图像复原等也与边缘保持的图像平滑有关,因为这些领域也要求保持图像的主要结构。当前,保持边

缘的图像平滑方法大致可以分为 3 类:全局优化方法、局部化方法和基于扩散的方法。

全局优化方法把图像平滑归结为一个优化问题:

$$\min_S \{ \|S - I\|^2 + \lambda C(S) \} \quad (1)$$

其中, $\|\cdot\|$ 是某种范数, $C(\cdot)$ 是图像平滑性度量。数据项 $\|S - I\|^2$ 的作用是使 S 的主要结构与 I 保持一致,正则项 $C(S)$ 的作用是抑制图像的细节,参数 λ 控制这两项的相对重要性。通常, $\|\cdot\|$ 采用欧氏范数, $C(S)$ 取作 S 的梯度的泛函。人们已经尝试了多种平滑性度量 $C(\cdot)$, 包括加权最小二乘^[1]、全变分^[2]、 L_0 范数^[3] 以及相对全变分^[4] 等。

在局部化方法中,输出图像的每个像素值可以由输入图像对应邻域内的像素值表示出来。双边滤波器^[5] 把一个邻域内像素值的加权和作为平滑后的像素值,加权系数既依赖于空间位置又与像素的颜色值有关。局部直方图滤波器^[6] 在局部图像直方图中寻找极值点或显著的灰度值分布,由此得到输出像素值。定义域变换方法^[7] 引入了一个等距变换,在 2D 图像流形(位于 \mathbb{R}^5) 中的曲线和实数轴之间建立起对应关系。

到稿日期:2013-07-05 返修日期:2013-08-19 本文受国家自然科学基金项目(61071180),国家自然科学基金重点项目(61133003)资助。

姜小磊(1979-),男,博士生,主要研究方向为图像处理;姚鸿勋(1965-),女,博士,教授,主要研究方向为自然人机交互技术、多媒体技术、图像处理及模式识别等,E-mail:h.yao@hit.edu.cn(通信作者);赵思成(1986-),男,博士生,主要研究方向为计算机视觉。

该方法可以理解为坐标变换,新坐标系中曲线上两点之间的水平距离对应于旧坐标系中的测地线距离。因此,在新坐标系中进行线性移不变滤波就对应于在旧坐标系中的边缘保持滤波。

基于扩散的方法^[8]把图像建模为温度或者扩散物质的浓度在平面上的分布,利用偏微分方程描述系统的演化进程。通过设置依赖于梯度的热传导系数或者扩散系数,就可以在平滑图像的过程中不过度地平滑强梯度值。

除了以上3类方法之外,还有其他一些方法,其中和本文方法最相关的是文献[9,10]中的方法。受到经验模式分解的启发,Subr等人^[9]把细节建模为在极大值和极小值之间的振荡,把极大值包络和极小值包络的平均值作为平滑结果。Acton^[10]提出了信号平滑程度的一种度量:局部单调性,即在指定长度的区间内保持单调。

尽管有上述这些努力,边缘保持的图像平滑仍旧是困难的。任何保持边缘的平滑方法都必须回答一个问题,即如何区分主体分量 S 与细节分量 D 。这个问题没有唯一的最佳答案,不同的区分方法适用于不同的应用。有的方法^[1-3,5,7,8]根据梯度的模来判断,把 I 的大幅值的梯度归因于 S 中的边缘,把小幅值的梯度归因于 D 。这类方法有时会把小梯度的边缘当作细节,或把大梯度的细节当作边缘。有的方法^[4,9]认为 D 的梯度是局部可以相互抵消的,但是在不同物体的交界处,这个假定可能不成立。与前述这些方法不同,本文的出发点是:对一维信号 I 而言,从局部来看, S 是单调的,而 D 不是单调的。在此基础上,本文从单调逼近的角度对边缘保持的直观概念进行数学描述,并提出极值约束来进行图像平滑。通过控制处理后图像的极值出现的位置和幅值,该方法能够更好地保持边缘的斜率,既不平滑边缘,也不使其锐化,这一点对于图像细节增强等应用尤其重要。

2 一维极值约束

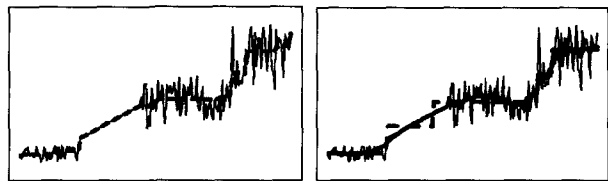
本节讨论一维信号的平滑问题,给出极值约束的概念,下一节再将其推广到图像。2.1节从单调回归的角度考察如何保持边缘;然后2.2节引入极值约束的概念并将其用于平滑信号;最后2.3节讨论如何确定合适的极值点。

2.1 单调回归

设想一维信号 I 在 p 处有一个显著的边缘,那么在 p 附近,主体分量 S 的主要特征是单调增加或者单调减少,而细节分量 D 的主要特征是交替地增加和减少。也就是说,在显著的边缘附近, S 是单调的,而 D 则不是。因此,可以从单调性的角度把这两个分量分离开来。按照这个想法,对图1中的细实线所代表的一维信号 I 平滑后的结果 S 可通过求解下面的单调回归问题得到:

$$\min_S \|S-I\|^2 \quad \text{s.t.} \quad \nabla S_p \geq 0, \forall p \quad (2)$$

其中, $\|S-I\|^2 = \sum_p (S_p - I_p)^2$ 是欧氏距离的平方, S_p 和 I_p 代表 S 和 I 在 p 处的取值, $\nabla S_p = S_p - S_{p-1}$ 是 S 在 p 处的向后差分。这样, S 是所有单增函数中与 I 最相近的信号。利用单调逼近来平滑信号的结果如图1(a)所示,可见在平滑后边缘的斜率既没有减小也没有增大,并且有效地去除了细节。曲线的振荡部分违反了单调性约束,因而 I 的细节分量被抑制。对主要的边缘, S 紧密地和 I 保持一致,即没有平滑边缘,这是因为只要梯度的符号不变,单调性约束就不惩罚大的梯度。从图1(b)可以看到,单调回归比双边滤波器和 L_0 梯度最小化保持边缘的效果更好。



(a)单调回归(粗虚线) (b)双边滤波器^[5](粗实线)和 L_0 梯度最小化^[3](粗虚线)

图1 应用不同方法对一维信号(细实线)进行平滑。

为了把单调回归应用到平滑更一般的信号,应该把原信号分成若干段,在每一段上施加单调性约束,这样就可以在每一段保留一种单调性的边缘。由此可以引入信号平滑性的一种度量:单调区间的数目。该度量可以作为正则项,于是信号平滑可以表述为求解式(1),其中 $C(S)$ 是 S 中单调区间的最小数目。然而这种度量不能均匀地平滑信号,因为在两个单调区间的交界处可能会有尖锐的突起。由于先增加(减少)再减少(增加)意味着极大(小)值的存在,因此 $C(S)$ 与 S 的局部极值的数目是一致的。由此可以引出本文的极值约束方法,即通过控制信号的局部极值的位置和幅值实现保持边缘的信号平滑。

2.2 极值约束

为了惩罚两个单调区间交接处的尖锐突起,需要增加约束。一种办法是避免相邻极大值和极小值的差异过大,由此引出了下面的极值约束问题:

给定一个点集 $\mathbb{E} = \{p_j, m_j\}_{j=1}^J$, 其中 $p_j \in \mathbb{Z}$, $m_j \in \mathbb{R}$, 并且 $\{p_j\}_{j=1}^J$ 严格单调增加, 找出序列 S , 使得:

(i) S 在 p 处取得极大(小)值, 当且仅当 $p \in \{p_j\}_{j=1}^J$;

(ii) 若 $m_j \leq m_{j-1}$ 且 $m_j \leq m_{j+1}$, 则 $S_{p_j} \geq m_j$; 若 $m_j \geq m_{j-1}$ 且 $m_j \geq m_{j+1}$, 则 $S_{p_j} \leq m_j$ 。

令 $EI(\mathbb{E})$ 为满足以上两个条件的所有序列组成的集合。因为 \mathbb{E} 中的点要作为一个序列的极值点, 所以 $(m_j - m_{j-1})(m_j - m_{j+1})$ 应该大于等于零, 否则 \mathbb{E} 为空集。条件(ii)的意思是如果 m_j 为极小值, 则要求 $S_{p_j} \geq m_j$; 如果 m_j 为极大值, 则要求 $S_{p_j} \leq m_j$ 。于是对所有 $p_j \leq p \leq p_{j+1}$, 都有 $\min\{m_j, m_{j+1}\} \leq S_p \leq \max\{m_j, m_{j+1}\}$ 。因为极值点比一般点提供了更多的信息, 所以通过挑选合适的极值点, 利用极值约束可以有效地控制信号的大致变化趋势。

对任何 $S \in EI(\mathbb{E})$, 极值点的数目由 J 控制, S 在 p_{j-1} 和 p_j 之间的变化范围受限于 m_{j-1} 和 m_j 之间, 并且在 p_{j-1} 和 p_j 之间不能包含振荡, 否则就将存在 $\{p_j\}_{j=1}^J$ 之外的极值点。通常, 极值约束问题没有唯一解, 所以可以把平滑问题表述为下列有约束的优化问题:

$$\min_{S \in EI(\mathbb{E})} \|S-I\|^2 \quad (3)$$

换句话说, 在所有满足极值约束条件的函数中, 挑选出与原信号最接近的作为平滑后的信号。通过限制 J 和 m_j 的相对幅度, 可以控制 S 的平滑程度, 即: J 越小, m_j 的相对幅度越小, 那么对应的函数也就越平滑。当然, 为了利用极值约束来平滑信号, 需要确定所有极值的位置和幅值, 这一点将在下一小节讨论。

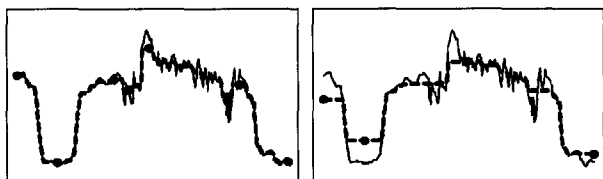
为了得到有效的数值求解方法, 把极值约束的条件(i)换成如下的等价形式:

(i') S 在 p_{j-1} 和 p_j 之间是单调的, $j=2, \dots, J$ 。

因为条件(i')和(ii)都是关于 S_p 的线性约束, 所以式(3)是一个二次规划问题, 有现成的高效数值求解方法。但是这

一点对二维信号不适用,下一节将利用其他方法进行数值求解。

图2给出了利用极值约束保持边缘平滑的例子。极值点集在图中用若干圆点表示。极值约束要求画一条曲线,该曲线在相邻圆点之间保持单调增加或减少,并且在垂直方向上不能超出相邻圆点所限定的范围。在所有这样的曲线之中,找出和原始细实线最接近的那一条,亦即图2中的粗虚线所表示的曲线。如果相邻两个采样点的大小关系与包含它们的单调区间的单调性不一致,那么平滑后这两个点的幅度差就减小到零。幅度值位于相邻极大值和极小值范围之外的采样点,在平滑后的幅值被局限到这两个极值点之间。然而,幅值和大小关系都与给定的相邻极值点相符合的采样点在平滑之前和之后基本保持不变。因此,在给定极值点集的控制下,极值约束方法可以有选择地保持边缘并抑制波动。从图2还可以看到,通过改变极值的位置和幅值,可以改变信号平滑的程度。



(a)轻微平滑 (b)强烈平滑

预先给定的极值点用圆点标出,这些极值点控制了平滑后信号的极值点的位置和幅值。这样,总的效果是边缘保持和波动钳位;(b)中的极值点比(a)中的极值点数量更少,相对幅值变化更小,因而平滑的作用更强烈。因而平滑的作用更强烈。

图2 一维极值约束

2.3 极值点的确定

为了使极值约束能够保持边缘并且抑制细节,指定的极值点集应当与信号的主要结构相一致。此外,如前所述,还必须满足一些数学上的条件,否则 $EI(\mathbb{E})$ 可能为空集。对二维信号,这类条件更加难以满足。一个自然的办法是先用其他方法(例如高斯滤波)平滑 I 得到 G ,然后把 G 的极值点集作为 \mathbb{E} 。 G 不要求能够保持 I 中的边缘,只要求能概括出 I 的大体变化趋势。式(3)变为:

$$\min_S \|S - I\|^2 \quad \text{s. t.} \quad \begin{cases} S_p \leq G_p, & \text{if } p \in \overline{M_G} \\ S_p \geq G_p, & \text{if } p \in \underline{M_G} \\ (\nabla_x S_p)(\nabla_x G_p) \geq 0 \\ (\nabla_y S_p)(\nabla_y G_p) \geq 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中, $\overline{M_G}$ 和 $\underline{M_G}$ 分别是 G 的极大值和极小值位置的集合。式(4)的第3个约束来自极值约束的条件(i'),意味着 G 是单调增(减)时 S 也是单调增(减),这样 S 在 G 的相邻两个极值点之间是单调的并且在 G 取得极值处也取得极值。这里规定,当 $\nabla G_p = 0$ 时, $(\nabla_x S_p)(\nabla_x G_p) \geq 0$ 的意思是 $\nabla_x S_p = 0$ 。显然,式(4)的约束条件是相容的,因为 G 本身就满足所有的约束条件。

由上所述,本文方法先借助 G 从输入信号 I 中抽出确定性的趋势,然后通过极值约束来得到最后的平滑结果。图3给出了本文方法应用于二维信号 I 的例子,这里的 G 是利用加权最小二乘滤波器(WLS)^[1]得到的。 I 中的小的起伏被合并到 G 中的更长的单调区间,单调回归使得它们在 S 中被平滑掉。如果 I 中的主要边缘在 G 中被平滑,那么只要这些边缘在 G 中没有丢失原有的单调性,在 S 中它们的斜率就可以恢复。 S 中恢复出的边缘的动态范围受限于 G 中相应的相邻

两个极值。从图3可以看出,WLS滤波器有时会减小边缘的斜率,而本文的平滑结果与原边缘更加一致。



其中虚线表示原始信号,细实线为本文方法的平滑结果,粗实线为 WLS 滤波器平滑的结果

图3 本文方法和 WLS 滤波器的平滑效果比较

3 平滑二维信号

这一节把极值约束从一维推广到二维并将其用于平滑图像。与一维的情形不同,二维极值约束的条件更复杂,3.1节首先把这些条件近似表示成不等式组的形式。利用二维情形的极值约束来平滑图像需要求解更复杂的最优化问题,3.2节采用半二次技术和交替最小化,以得到有效的近似求解方法。

3.1 二维极值约束

2.2节对一维信号提出的极值约束可以推广到图像,此时 p 和 p_j 应该对应于空间位置。不过,极值约束的条件(i')没有对应的二维形式。换句话说,条件(i)不能表示成若干线性不等式之交的形式。一个替代方法是遵循初步平滑版本 G 中相邻像素的大小关系,即把式(4)推广到二维:用 $(\partial_x S_p)$ $(\partial_x G_p) \geq 0$ 和 $(\partial_y S_p)$ $(\partial_y G_p) \geq 0$ 替换 $(\nabla_x S_p)$ $(\nabla_x G_p) \geq 0$,这里 $\partial_x(\cdot)_p$ 和 $\partial_y(\cdot)_p$ 是在 p 处沿着 x 和 y 方向的差分。当然,对于极值约束的条件(i)而言, $(\partial_x S_p)$ $(\partial_x G_p) \geq 0$ 和 $(\partial_y S_p)$ $(\partial_y G_p) \geq 0$ 只是充分的而不是必要的,因为从极值点集并不能确定相邻两个像素值的大小关系。另一方面,为了保证平滑后的图像和原图像的边缘的方向一致,应该加强两个方向差分的关联性。为此增加一个正则项,对平滑后出现的与原图像方向不一致的梯度进行惩罚。于是得到下面的最小化问题:

$$\min_S \{ \|S - I\|^2 + \alpha \sum_p A_p (\nabla S_p) \} \quad \text{s. t.} \quad \begin{cases} S_p \leq G_p, & \text{if } p \in \overline{M_G} \\ S_p \geq G_p, & \text{if } p \in \underline{M_G} \\ (\partial_x S_p)(\partial_x G_p) \geq 0 \\ (\partial_y S_p)(\partial_y G_p) \geq 0 \end{cases} \quad (5)$$

其中, $\overline{M_G}$ 和 $\underline{M_G}$ 的意义同前, $\nabla S_p = (\partial_x S_p, \partial_y S_p)$ 是 S 在 p 处的梯度, ∇I_p 的含义与之相似。 $A_p(\nabla S_p) = \delta(\sim(\nabla S_p \parallel \nabla I_p))$, 这里 $\delta(\text{cond})$ 的取值为0或者为1;如果 cond 成立,那么 $\delta(\text{cond})=1$, 否则 $\delta(\text{cond})=0$ 。如果 ∇S_p 与 ∇I_p 平行,那么 $A_p(\nabla S_p)=0$, 否则 $A_p(\nabla S_p)=1$ 。 α 是一个正值参数,权衡数据项和正则项的相对重要性。与2.3节一样,若 $\partial_x G_p = 0$, 则 $(\partial_x S_p)(\partial_x G_p) \geq 0$ 的意思是 $\partial_x S_p = 0$ 。

3.2 数值解法

式(5)是线性不等式约束的最优化问题。本文通过引入辅助变量和交替最小化^[3]来近似求解。首先把约束条件变为惩罚项加到目标函数中:

$$\min_S \{ \|S-I\|^2 + \alpha \sum_p A_p(\nabla S_p) + \beta \sum_p B_p(\nabla S_p) + \gamma \sum_p \Gamma_p(S_p) \} \quad (6)$$

其中

$$B_p(\nabla S_p) = \delta((\partial_x S_p)(\partial_x G_p) < 0) + \delta((\partial_y S_p)(\partial_y G_p) < 0) \quad (7)$$

$$\Gamma_p(S_p) = \begin{cases} \delta(S_p > G_p), & \text{if } p \in \overline{M_G} \\ \delta(S_p < G_p), & \text{if } p \in \underline{M_G} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

为了便于应用交替最小化,引入辅助变量 U, V 和 R , 使得式(6)中目标函数的后3项与 S 无关:

$$\min_{R,U,V,S} \{ \|S-I\|^2 + \alpha \sum_p A_p(U_p) + \beta \sum_p B_p(V_p) + \gamma \sum_p \Gamma_p(R_p) + \mu [\|U - \nabla S\|^2 + \|V - \nabla S\|^2 + \|R - S\|^2] \} \quad (9)$$

这里, $U_p = (U_p^x, U_p^y)$, $V_p = (V_p^x, V_p^y)$ 。如果 μ 充分大,那么式(9)的解近似是式(6)的解。式(9)是半二次的,因为对固定的 R, U, V , 目标函数相对于 S 是二次的,但反过来不是。按照交替最小化方法,下面依次进行 R, U, V 和 S 最小化,把式(9)分解为两个子问题:一个子问题是暂时固定 S , 相对于 R, U, V 最小化;另一个子问题是暂时固定 R, U, V , 相对于 S 最小化。

把式(9)中与 R, U, V 无关的项去掉,得到第一个子问题:

$$\min_{R,U,V} \{ \alpha \sum_p A_p(U_p) + \beta \sum_p B_p(V_p) + \gamma \sum_p \Gamma_p(R_p) + \mu [\|U - \nabla S\|^2 + \|V - \nabla S\|^2 + \|R - S\|^2] \} \quad (10)$$

因为 R, U, V 彼此互不关联,所以可以分别最小化。首先求解 R :

$$\min_R \{ \gamma \sum_p \Gamma_p(R_p) + \mu \|R - S\|^2 \} \quad (11)$$

在上式中,对不同的 p, R_p 互不关联,所以每个 R_p 可以单独求解:

$$\min_{R_p} \{ \frac{\gamma}{\mu} \Gamma_p(R_p) + (R_p - S_p)^2 \} \quad (12)$$

这是关于一个自变量的最小化问题,解得:

$$R_p = \begin{cases} G_p, & \text{if } \begin{cases} (G_p - S_p)^2 < \gamma/\mu \\ [S_p > G_p \text{ and } p \in \overline{M_G}] \text{ or } [S_p < G_p \text{ and } p \in \underline{M_G}] \end{cases} \\ S_p, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

再求解 U :

$$\min_U \{ \alpha \sum_p A_p(U_p) + \mu \|U - \nabla S\|^2 \} \quad (14)$$

与 R 的情况相同,每个 U_p 可以单独求解:

$$\min_{U_p} \{ \frac{\alpha}{\mu} A_p(U_p) + \|U_p - \nabla S_p\|^2 \} \quad (15)$$

这是关于一个二维向量的最小化问题,解得:

$$U_p = \begin{cases} k_p \nabla I_p, & \text{if } \|\nabla I_p\| \neq 0 \text{ and } e_p < \alpha/\mu \\ 0, & \text{if } \|\nabla I_p\| = 0 \text{ and } \|\nabla S_p\|^2 < \alpha/\mu \\ \nabla S_p, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (16)$$

其中

$$k_p = \frac{\langle \nabla S_p, \nabla I_p \rangle}{\langle \nabla I_p, \nabla I_p \rangle} \quad (17)$$

$$e_p = \frac{\langle \nabla S_p, \nabla S_p \rangle \langle \nabla I_p, \nabla I_p \rangle - |\langle \nabla S_p, \nabla I_p \rangle|^2}{\langle \nabla I_p, \nabla I_p \rangle}$$

分别是 ∇S_p 在 ∇I_p 方向上的投影系数和相应的最小均方误差。下面求解 V :

$$\min_V \{ \beta \sum_p B_p(V_p) + \mu \|V - \nabla S\|^2 \} \quad (18)$$

与 U 的情况一样,每个 V_p 可以单独求解:

$$\min_{V_p} \{ \frac{\beta}{\mu} B_p(V_p) + \|V_p - \nabla S_p\|^2 \} \quad (19)$$

还可以进一步分解,因为 V_p^x 和 V_p^y 也互不影响。从而可得:

$$V_p^x = \begin{cases} 0, & \text{if } [(\partial_x S_p)^2 < \beta/\mu] \text{ and } [(\partial_x G_p)(\partial_x S_p) < 0 \text{ or } \partial_x G_p = 0] \\ \partial_x S_p, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (20)$$

$$V_p^y = \begin{cases} 0, & \text{if } [(\partial_y S_p)^2 < \beta/\mu] \text{ and } [(\partial_y G_p)(\partial_y S_p) < 0 \text{ or } \partial_y G_p = 0] \\ \partial_y S_p, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (21)$$

把式(9)中与 S 无关的项去掉,得到第二个子问题:

$$\min_S \{ \|S-I\|^2 + \mu [\|\nabla S - U\|^2 + \|\nabla S - V\|^2 + \|S - R\|^2] \} \quad (22)$$

通过令偏导数为零,该问题可以归结为解线性方程组。不过还可以进一步求出解的显示表达式,为此应用傅里叶变换对角化差分算子,从而在频域中把目标函数相对于每个自变量解耦。式(22)的频域形式为:

$$\min_S \{ \|\tilde{S} - \tilde{I}\|^2 + \mu \overline{(\partial_x)} \cdot \tilde{S} - \tilde{U}^x \|^2 + \mu \overline{(\partial_y)} \cdot \tilde{S} - \tilde{U}^y \|^2 + \mu \overline{(\partial_x)} \cdot \tilde{S} - \tilde{V}^x \|^2 + \mu \overline{(\partial_y)} \cdot \tilde{S} - \tilde{V}^y \|^2 + \mu \|\tilde{S} - \tilde{R}\|^2 \} \quad (23)$$

其中,上波浪线代表取离散傅里叶变换, \cdot 代表逐点相乘, U^x , U^y 和 V^x, V^y 分别是 U 和 V 的两个分量。上式可以分解为对每个离散频率 q 求最小值,由此可解得:

$$\tilde{S}_q = \frac{\tilde{I}_q + \mu \tilde{R}_q + \mu [\overline{(\partial_x)}_q (\tilde{U}_q^x + \tilde{V}_q^x) + \overline{(\partial_y)}_q (\tilde{U}_q^y + \tilde{V}_q^y)]}{1 + \mu + 2\mu (|\overline{(\partial_x)}_q|^2 + |\overline{(\partial_y)}_q|^2)} \quad (24)$$

其中, $\overline{(\cdot)}_q$ 表示取复共轭。值得指出的是,根据离散傅里叶变换的周期卷积性质,差分算子在图像边界处要进行周期延拓,不过对图像平滑的实验表明,这并没有使处理后的图像在边界处出现假象。

利用前面求解两个子问题的结果,本文算法的步骤如下所示。

算法1 基于极值约束的边缘保持平滑算法

输入:图像 I , 初步平滑结果 G (例如应用高斯滤波器或者 WLS 滤波器), 权值 α, β, γ , 参数 μ_0, μ_{\max} 和迭代速率 κ 。

初始化: $S = G, \mu = \mu_0, n = 0$ 。

重复执行下列步骤,直至 $\mu > \mu_{\max}$ 。

由 $S^{(n)}$, 按照式(13), 式(16), 式(20), 式(21)计算出 $R^{(n)}, U^{(n)}, V^{(n)}$ 。

由 $R^{(n)}, U^{(n)}, V^{(n)}$, 按照式(24)计算出 $S^{(n+1)}$ 。

$\mu = \kappa \mu, n = n + 1$ 。

输出: S 。

式(13)、式(16)、式(20)和式(21)都是逐点计算,复杂度为 $O(n)$, 其中 n 是图像中像素的数目,因此每次迭代的大部分时间用于式(24)中的 FFT。虽然式(24)涉及 9 个矩阵的 DFT,但利用卷积定理,可以把每次迭代所需的 FFT 次数减少为 4。这样,算法的时间复杂度为 $O(cn \log n)$, 其中 c 为迭代的次数。因为算法的收敛性质随着 μ 的增大而变坏,所以

μ 在每次迭代时逐渐增大,而不是直接固定为 μ_{\max} [11]。

4 实验结果

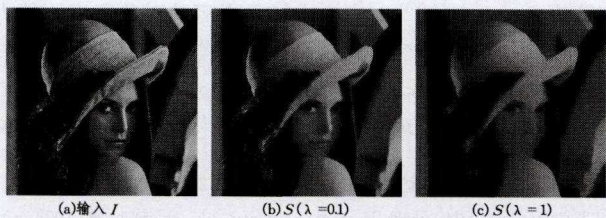
首先介绍算法 1 的实现细节和参数的选取。所有图像的像素颜色值都归一化到 $[0, 1]$ 。参数 α, β, γ 的取值越大,式(6)中正则项的作用越强。考虑到图像颜色值和正则项的取值范围, α, β, γ 的取值应大于 1。实验表明,这些参数在大于 10 之后再增大对平滑结果的影响可以忽略。但它们也不能过大,否则舍入误差会使式(6)中的数据项不能发挥作用。 μ 在迭代过程中逐渐增大,其增大的速度由 κ 控制。在本文的所有实验中, $\alpha = \beta = \gamma = 100, \mu_0 = 100, \mu_{\max} = 1000\mu_0$,除非特别声明,否则 $\kappa = 1.2$ 。对一幅 601×514 的图像的一个颜色通道,算法 1 的 Matlab 实现所需时间小于 20 秒。为了和式(5)相一致,在确定 G 的局部极值点时,采用 4-连通邻域。也就是说,如果一个像素的颜色值比它左右上下 4 个相邻像素的颜色值都大(小),就认为该像素是一个局部极大(小)值。对彩色图像,如果平滑的程度不是特别严重,那么分别处理 3 个颜色通道 RGB 不会产生颜色偏差。因此在处理彩色图像时分别对 RGB 3 个通道应用本文的算法。

为了检验算法的收敛性,图 4 给出了算法执行的中间结果和最终的平滑结果,其中算法的输入 G 是由高斯平滑得到的。可见迭代 50 次以后图像的变化已经很小了,这说明算法确实收敛。从图 4 还可以看出,和一维的情形类似,对于在 G 中被保留但是有些平滑的 I 中的显著边缘,在 S 中被复原,如花朵和绿叶的轮廓。 I 中与 G 的极值不相一致的细节在 S 中被清除,如绿叶上的脉络细节。图 5 给出了另一个平滑例子,其中算法的输入 G 是由 WLS 滤波器得到的。可见算法在进行平滑时能够区别对待显著边缘和纹理细节,如帽子上的细节被平滑,但帽子的轮廓则被保留下来。



对(a)应用高斯滤波($\sigma=10$)得到(b)。以(a)(b)为输入,应用本文算法迭代不同次数得到(c)(d)(e)。参数 $\kappa=1.05$ 。(d)和(e)几乎相同,表明算法已经收敛。

图 4 算法的收敛性



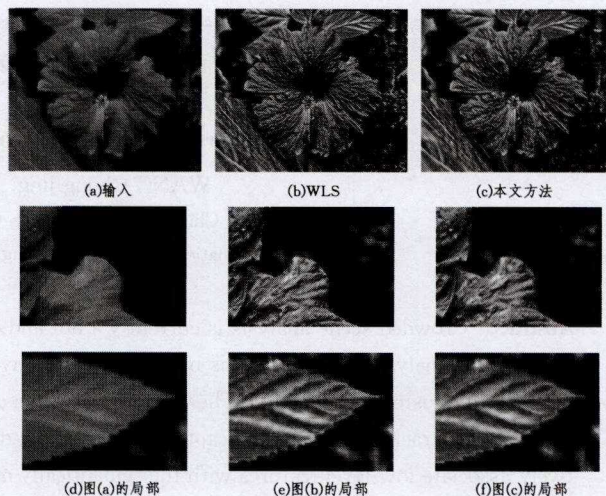
算法的输入 G 是由 WLS 滤波器得到的,参数 λ 的意义见文献[1]。

图 5 图像平滑结果

5 算法拓展应用

本文的方法可以应用到许多基于边缘保持滤波的图像处理中。本节讨论在细节增强和印象化两个方面的应用。在细节增强应用中,算法的输入 G 利用 WLS 滤波器得到;在图像印象化应用中, G 利用高斯平滑得到。

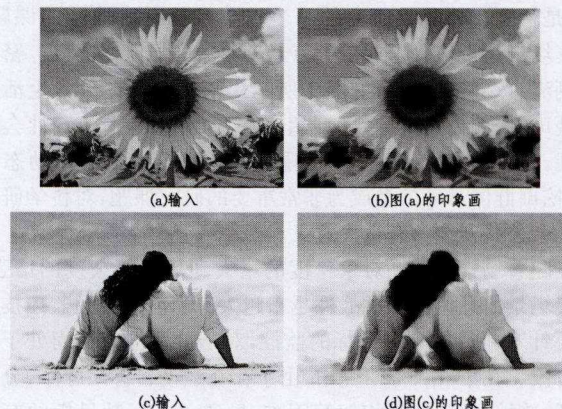
从边缘保持平滑可以得到图像的主体-细节分解:主体分量为 S ,细节分量为 $I-S$ 。通过放大细节分量就可以增强图像的细节。图 6 给出了本文算法用于图像细节增强的例子。一般情况下 WLS 滤波器的增强效果都令人满意,但有时会出现原图像没有的假象。从图 6(e)(f)可以看出,WLS 滤波器会使叶子和花朵的轮廓出现镶边效应,而本文的方法解决了这个问题。



细节分量放大为原来的 8 倍, $\lambda=0.01, \alpha=2$,这两个参数的意义见文献[1]。在 WLS 的结果中,花朵和叶子的轮廓出现了虚假的边缘。本文的方法减弱了这些假象。

图 6 图像细节增强

本文的平滑算法还可以用于图像的非真实感风格化,例如图像印象化。通过把梯度的模叠加到边缘保持平滑图像上,可以得到印象画的效果,如图 7 所示。与细节增强不同,印象化不强调对原图边缘位置的精确保持,利用高斯滤波得到的 G 作为本文算法的输入可以得到满意的印象化效果。



算法中的 G 是由高斯滤波器得到的在(b)(d)中,细节受到抑制而边缘得到增强。

图 7 图像印象化

结束语 本文提出了一种新的保持边缘的图像平滑算法。该算法对边缘既不平滑也不锐化,只减小边缘的动态范(下转第 127 页)

来识别,三者都具有较强的识别性能,权衡好三者的优劣能得到一个很好的识别效果。最后在两个情感语料库和一个人脸库上的实验结果清楚地显示了 ScEcDL 方法优于一些最新的基于字典学习的稀疏表示识别方法。本文下一步工作是对比其他可能的有识别力的惩罚函数,从而求得最佳的字典来提高识别精度。

参 考 文 献

[1] Elad M, Aharon M. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries[J]. IEEE TIP, 2006, 15(12):3736-3745

[2] Mairal J, Elad M, Sapiro G. Sparse representation for color image restoration[J]. IEEE TIP, 2008, 17(1):53-69

[3] Bryt O, Elad M. Compression of facial images using the K-SVD algorithm[J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2008, 19(4):270-282

[4] Candes E. Compressive sampling[J]. Int. Congress of Mathematics, 2006, 3:1433-1452

[5] Wright J, Yang A Y, Ganesh A, et al. Robust Face Recognition via Sparse Representation[J]. IEEE TPAMI, 2009, 31(2):210-227

[6] Wagner A, Wright J, Ganesh A, et al. Towards a Practical Face Recognition System: Robust Registration and Illumination by Sparse Representation[C]//CVPR. 2009

[7] Yang M, Zhang L. Gabor Feature based Sparse Representation for Face Recognition with Gabor Occlusion Dictionary[C]//EC-CV. 2010

[8] Zhang Q, Li B X. Discriminative K-SVD for dictionary learning in face recognition[C]//CVPR. 2010

[9] Yang M, Zhang L, Yang J, et al. Metaface learning for sparse representation based face recognition[C]//ICIP. 2010

[10] Yang M, Zhang L, Yang J, et al. Robust sparse coding for face recognition[C]//CVPR. 2011

[11] Yang M, Zhang L, Feng X, et al. Fisher discrimination dictionary learning for sparse representation[C]//ICCV. 2011

[12] Ramirez I, Sprechmann P, Sapiro G. Classification and clustering via dictionary learning with structured incoherence and shared features[C]//CVPR. 2010

[13] Mairal J, Bach F, Ponce J, et al. Supervised dictionary learning [C]//NIPS. 2009

[14] Aharon M, Elad M, Bruckstein A. K-SVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. IEEE TSP, 2006, 54(11):4311-4322

[15] Rosasco L, Verri A, Santoro M, et al. Iterative Projection Methods for Structured Sparsity Regularization[R]. MIT Technical Reports, MIT-CSAIL-TR-2009-050, CBCL-282. 2009

[16] Mao Qi-rong, Wang Xiao-Jia, Zhan Yong-zhao. Speech Emotion Recognition Method Based on Improved Decision Tree and layered feature selection [J]. International Journal of Humanoid Robotics, 2010, 7(2):245-261

[17] Yang M, et al. Gabor feature based robust representation and classification for face recognition with Gabor occlusion dictionary[J]. Pattern Recognition, 2012, 46(7):1865-1878

[18] 中科院自动化研究所人机语音交互课题组. CASIA 汉语情感语料库[OL]. Http://www.datatang.com/data/39277

(上接第 105 页)

围。本文方法的出发点是:对一维信号,从局部来看,主体分量是单调的,而细节分量不是单调的。为了分段进行单调逼近并把局部平滑的结果拼接成全局的平滑结果,本文提出了极值约束。大体上说,基于极值约束的平滑算法首先找出一组点 E ,然后在所有仅仅在这些点处取得极值的信号中选出和原信号最接近者作为平滑结果。为了得到极值点集 E ,可以先对原信号用其他方法平滑,得到一个初步的平滑结果 G ,再把 G 的极值点集作为 E 。 G 可以是最普通的高斯平滑或者是 WLS 滤波器平滑的结果。通过约束极值可以把 G 中平滑了的边缘复原,同时保持对细节的抑制。本文通过引入辅助变量和交替最小化来近似求解得到的优化问题。关于图像细节增强的实验表明本文方法可以更好地保持边缘,因而处理后图像中的虚假结构更少。

参 考 文 献

[1] Farbman Z, Fattal R, Lischinski D, et al. Edge-preserving decompositions for multi-scale tone and detail manipulation [J]. ACM Transactions on Graphics(TOG), ACM, 2008, 27(3):67

[2] Rudin L I, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms [J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1992, 60(1):259-268

[3] Xu Li, Lu Ce-wu, Xu Yi, et al. Image smoothing via L_0 gradient

minimization [C]// ACM SIGGRAPH Asia, Hong Kong, November 2011:174:1-174:11

[4] Xu Li, Yan Qiong, Xia Yang, et al. Structure extraction from texture via relative total variation [J]. ACM Transaction on Graphics(TOG), 2012, 31(6):139

[5] Tomasi C, Manduchi R. Bilateral filtering for gray and color images [C]// International Conference on Computer Vision, Bombay, January 1998:839-846

[6] Kass M, Solomon J. Smoothed local histogram filters [C]// ACM SIGGRAPH. Los Angeles, CA, July 2010:100:1-100:10

[7] Gastal E S L, Oliveira M M. Domain transform for edge-aware Image and video processing [J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), ACM, 2011, 30(4):69

[8] Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(7):629-639

[9] Subr K, Soler C, Durand F. Edge-preserving multiscale image decomposition based on local extrema [J]. ACM Transactions on Graphics(TOG), 2009, 28(5):147

[10] Acton S T. Locally monotonic diffusion [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2000, 48(5):1379-1389

[11] Wang Yi-lun, Yang Jun-feng, Yin Wo-tao, et al. A new alternating minimization algorithm for total variation image reconstruction[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2008, 1(3):248-272