第44卷 第6A期 计算机科学 Vol.44 No.6A
2017年6月 COMPUTER SCIENCE June 2017

出现网的 t 型 s 切和 t 切

刘 萍
(甘肃民族师范学院计算机科学系 合作 747000)

摘 要 首先引入出现网的 t 切的转移的概念,利用 t 切的转移集 τ,可以得到 t 切 $p[\tau]$。其次引入 s 切的伴随集 $E(u)$和 t 型 s 切的概念。证明了出现网的 t 型 s 切和 t 切有对应的关系以及这种对应关系保持 t 型 s 切的转移和 t 切的转移。给出了在 s 切有向图中查找 t 切的算法,证明了出现网的 t 切都是 t 型 s 切的伴随集。

关键词 出现网,t 切,转移集,t 型 s 切
中图法分类号 TP301 **文献标识码** A

On t-type s Cuts and t Cuts of Occurrence Nets

LIU Ping
(Department of Computer Science,Gansu Normal University for Nationalities,Hezuo 747000,China)

Abstract This paper discussed the t-type s cuts and t cuts of occurrence nets. The concept of transfer sets were introduced and used to transfer one t cut to anather. The concept of t-type s cut was introduced,that there is correspondence between the set of t-type s cut and the set of t cuts was proved,that every t cut is the accompany set of a t-type s cut and that the transfer of a t cut correspond to the transfer of a t-type s cut with some transfer set were also proved.

Keywords Occurrence net,t cuts,Transfer set,t-type s cuts

出现网是 Petri 网中一种比较简单的类型,对于 Petri 网研究有着重要的意义。在文献[1]中,出现网作为研究 Petri 网进程的重要工具。设$(B,E;G)$是出现网,$(S,T;F)$是一个 Petri 网 Σ 的基网,从 $B\cup E$ 到 $S\cup T$ 的映射 φ 如果满足一定的条件,则称为 $B\cup E$ 到 $S\cup T$ 网射。如果 φ 对于 Σ 的初始标识 M_0 满足一种起始的条件,就把(N,φ)称为 Σ 的满进程。文献[1]提出了子进程、基本子进程、子进程的运算等重要概念,对这些概念进行深入的分析,得到 Petri 网的进程的表达式,从而可以利用一个简洁的表达式来给出所有的进程。在文献[1]的引导下,出现一大批研究 Petri 网进程的成果,从而将对 Petri 网的进程的研究推向高潮。在这些研究中,出现网的 s 切和 Petri 网的标识之间的对应成为基本的研究内容,表明出现网的 s 切的研究是很重要的。为了讨论无界网的进程表达式,文献[2]提出了利用出现网的 t 切和 t 线来刻画两个进程段的行为等价,从而提出出现网的 t 切。从网的对偶性来看,s 切和 t 切是两个对偶的概念:一个网的 s 切是其对偶网的 t 切。可是对于出现网,情形就大不相同。例如,文献[8]提出描述出现网的代数方法,即只要借助一个有限集 B,以及 B 到 B 的幂集的一个映射,就可以确定出现网,但只借助 E 就不可能确定出现网。又如,出现网的 B 的非空子集 u 是 s 切,当且仅当 u 和任何一条线有且仅有一个交点。但是有的 t 切就和一条线没有交点,这是因为在出现网中,B 和 E 的地位不是对称的。考虑到这种区别,对于出现网的 t 切的研究,无论方法和结论都有很大的区别。另一方面,从本文的结论来看,出现网的 s 切和 t 切又有密切的联系。因此,t 切的深入研究必然能够对 Petri 网的研究有所促进。

本文的内容分为 4 部分:1)设 p 是出现网的 t 切,借助 p 的一个非空子集 τ(称为 p 的转移集),可以得到一个 t 切 $p[\tau]=(p-\tau)\cup(\tau)$。2)设 u 是 s 切,$E(u)=\{e\in E\mid {}^{\cdot}e\subseteq u\}$,称为 u 的伴随集。如果 $E(u)$是 t 切,称 u 是 t 型 s 切,如果 τ 是 $E(u)$的转移集,则 u 和 $E(u)$都可以借助 τ 转换为 $u[\tau]=(u-{}^{\cdot}\tau)\cup\tau^{\cdot}$ 和 $E(u)[\tau]=(E(u)-\tau)\cup(\tau)$,证明了$E(u)[\tau]=E(u[\tau])$。从而将 t 型 s 切和 t 切在同一个 τ 的变换下联系起来。3)设 v 是 s 切,如果 u 是 v 的最近上层 t 型 s 切,$v=u[\tau]$,则 v 是 t 型 s 切当且仅当 τ 是 $E(u)$的转移集。4)设 p 是 t 切,则必有 t 型 s 切 u 是 u 的伴随集。这就给出在 s 切有向图中查找 t 切的方法。

1 基本概念

设 $N=(B,E;G)$是出现网,$x,y\in B\cup E$,称 x,y 相关,如果$(x,y)\in G^{+}$或者$(y,x)\in G^{+}$;否则称为无关。设 $C\subseteq B\cup E$,如果存在 $y\in C$ 使得 x,y 相关,则称 x 和 C 相关,否则称 x 和 C 无关。如果 C 的元素都是无关的,则称 C 是无关组。

定义 1 设 $N=(B,E;G)$是出现网,E 的非空子集 p 称为 t 切,如果:1)p 是无关组;2)若 $e\notin p$,则 e 和 p 相关。

定义 2 设 p 是 t 切,τ 是 p 的非空子集。令 $r_1(\tau)=\{f\in(\tau^{\cdot})^{\cdot}\mid(\exists g\in(\tau^{\cdot})^{\cdot})(g,f)\in G^{+}\}$;$r_2(\tau)=\{f\in(\tau^{\cdot})^{\cdot}-r_1(\tau)\mid(\exists e\in p-\tau)(e,f)\in G^{+}\}$;$(\tau)=(\tau^{\cdot})^{\cdot}-r_1(\tau)-r_2(\tau)$。如果:1)$(\tau)\neq\emptyset$;2)若 τ_1 是 τ 的真子集,则$(\tau_1)=\emptyset$;就称 τ 是 p 的转移集。

本文受甘肃民族师范学院院长基金(2013-16)资助。
刘 萍(1978－),硕士,讲师,主要研究方向为 Petri 网、数据库理论,E-mail:lwlp18@163.com。

定义3 设 $N=(B,E;G)$ 是出现网，u 是 N 的 s 切，令 $E(u)=\{e\in E\mid {}^{\bullet}e\subseteq u\}$，称为 u 的伴随。如果 $E(u)$ 是 t 切，则称 u 为 t 型 s 切。

定义4 设 u 是 s 切，${}^{\bullet}e\subseteq u$，则 $(u-{}^{\bullet}e)\cup e^{\bullet}$ 是 s 切，记为 $u[e]$，并且 $u\leqslant u[e]$。如果 τ 是 $E(u)$ 的子集，$\tau=\{e_1,\cdots,e_k\}$（e_i 互不相等），记 $u[\tau]=(u-{}^{\bullet}\tau)\cup\tau^{\bullet}=(u-{}^{\bullet}e_1-\cdots-{}^{\bullet}e_k)\cup e_1^{\bullet}\cup\cdots\cup e_k^{\bullet}$，则 $u[\tau]$ 是 s 切。设 τ_1 的 τ 真子集，$\tau_2=\tau-\tau_1$，则 $u[\tau]=u[\tau_1][\tau_2]$。

定义5 设 $N=(B,E;G)$ 是出现网。以 U 表示 N 的所有 s 切的集合。N 的 s 切有向图以 U 为顶点集，有向弧是 $\langle u,v\rangle$，其中 $v=u[e]$，以 e 标记该弧。令 $w_0=\{b\in B\mid {}^{\bullet}({}^{\bullet}b)\in\emptyset\}$，则 w_0 是唯一不作为弧尾的顶点。设 u 是 s 切，则存在 w_0 到 u 的有向路径，路径长度称为 u 的层数。顶点的层数唯一决定。如果 $u,v\in U$，存在 u 到 v 的有向路径，就称 u 是 v 的上层顶点。

2 t 切的转移集和 t 切的转移

引理1 设 p 是 t 切，τ 是 p 的转移集。1)设 $f\in(\tau^{\bullet})^{\bullet}$，若 $f\in r_1(\tau)$，则有 $g\in(\tau^{\bullet})^{\bullet}-r_1(\tau)$ 使得 $(g,f)\in G^+$；2)(τ) 是无关组；3)设 $e\in\tau$，$f\in(\tau)$，则 $(e,f)\in G^+$。

证明：(1)因为 $f\in r_1(\tau)$，则有 $g\in(\tau^{\bullet})^{\bullet}$，使得 $(g,f)\in G^+$。如果 $g\in r_1(\tau)$，则又有 $h\in(\tau^{\bullet})^{\bullet}$ 使得 $(h,g)\in G^+$，因此 $(h,f)\in G^+$。因为 $(\tau^{\bullet})^{\bullet}$ 是有限集，上述过程必在有限步中断。因此有 $g\in(\tau^{\bullet})^{\bullet}-r_1(\tau)$ 使得 $(g,f)\in G^+$。2)设 $e,f\in(\tau)$，$(e,f)\in G^+$，由于 $e\in(\tau^{\bullet})^{\bullet}$，则 $f\in r_1(\tau)$，矛盾。3)如果 $(e,f)\notin G^+$，令 $\tau_1=\tau-\{e\}$，则 $f\in(\tau_1^{\bullet})^{\bullet}$，因为 $f\in(\tau)$，所以 $f\notin r_1(\tau)$，由于 $r_1(\tau_1)\subseteq r_1(\tau)$，因此 $f\notin r_1(\tau_1)$。因为 τ_1 是 τ 的真子集，则 $(\tau_1)=\emptyset$，$f\in r_2(\tau_1)$，就有 $g\in p-\tau_1$ 使得 $(g,f)\in G^+$。因为 $g\neq e$，则 $g\in p-\tau$，所以 $f\in r_2(\tau_1)$，其与 $f\in(\tau)$ 矛盾。

定理1 设 p 是 t 切，τ 是 p 的转移集，令 $p[\tau]=(p-\tau)\cup(\tau)$，则 $p[\tau]$ 是 t 切，$p\leqslant p[\tau]$。

证明：(1)设 $e,f\in p[\tau]$。若 $e,f\in p-\tau$，则 $e,f\in p$，因此 e,f 无关。若 $e,f\in(\tau)$，根据引理1中的(3)，e,f 无关。设 $e\in p-\tau$，$f\in(\tau)$，由于 $f\in(\tau^{\bullet})^{\bullet}$，$f\notin r_1(\tau)$，则 $f\in(\tau^{\bullet})^{\bullet}-r_1(\tau)$。若 $(e,f)\in G^+$，则 $f\in r_2(\tau)$，其与 $f\in(\tau)$ 矛盾；如果 $(f,e)\in G^+$，设 $g\in\tau$ 使得 $(g,f)\in G^+$，则 $(g,e)\in G^+$。因为 $g,e\in p$，$e\neq g$，矛盾。这就证明了 p 是无关组。

(2)设 $f\notin p[\tau]$，则 $f\notin p-\tau$，因此 $f\in\tau$ 或 $f\notin p$。若 $f\in\tau$，取 $g\in(\tau)$，根据引理1中的(3)，$(f,g)\in G^+$，所以 f 和 (τ) 相关；若 $f\notin p$，则有 $e\in p$，使得 f 和 e 相关，因此 $(e,f)\in G^+$ 或 $(f,e)\in G^+$。

若 $(e,f)\in G^+$，设 $e\in p-\tau$，则 $e\in p[\tau]$，因此 f 和 $p[\tau]$ 相关。设 $e\in\tau$，因为 $(e,f)\in G^+$，则有 $f_1\in(e^{\bullet})^{\bullet}$ 使得 $(f_1,f)\in G^*$，因为 $f_1\in(\tau^{\bullet})^{\bullet}$，如果 $f_1\in r_1(\tau)$，则有 $g\in(\tau^{\bullet})^{\bullet}-r_1(\tau)$，使得 $(g,f_1)\in G^+$，所以 $(g,f)\in G^+$。如果 $g\in(\tau)$，则 f 和 (τ) 相关，否则 $g\in r_2(\tau)$，就有 $h\in p-\tau$，使 $(h,g)\in G^+$，因此 $(h,f)\in G^+$，所以 f 和 $p-\tau$ 相关。

如果 $(f,e)\in G^+$，设 $h\in(\tau)$ 使得 $(e,h)\in G^+$，则 $(f,h)\in G^+$，因此 f 和 (τ) 相关。

这就证明了 $p[\tau]$ 是 t 切。

(3)设 $e\in p$，若 $e\in\tau$，则有 $f\in(\tau)\subseteq p[\tau]$ 使得 $(e,f)\in G^+$，若 $e\notin\tau$，则 $e\in p-\tau\subseteq p[\tau]$，因此 $p\leqslant p[\tau]$。

3 t 型 s 切

设 u 为 t 型 s 切，则 $E(u)$ 是 t 切，如果 τ 是 $E(u)$ 的转移集，根据定理1，$E(u)$ 可以借助 τ 转移得到新的 t 切 $E(u)[\tau]=(E(u)-\tau)\cup(\tau)$；另一方面，因为 τ 是 $E(u)$ 的子集，所以 ${}^{\bullet}\tau\subseteq u$。因此可以得到新的 s 切 $(u-{}^{\bullet}\tau)\cup\tau^{\bullet}=u[\tau]$。本节将得到一个重要的结论：$E(u)[\tau]=E(u[\tau])$。这就把 t 切和 s 切的两种不同的变换（借助同一个 τ）联系起来。

引理2 设 u 是 t 型 s 切，τ 是 $E(u)$ 的非空子集，$v=(u-{}^{\bullet}\tau)\cup\tau^{\bullet}$，$f\in E(v)$。(1)若 ${}^{\bullet}f\subseteq u-{}^{\bullet}\tau$，则 $f\in E(u)-\tau$；(2)若 ${}^{\bullet}f\nsubseteq u-{}^{\bullet}\tau$，则 $(\tau)\neq\emptyset$，且 $f\in(\tau)$，因此 $E(v)\subseteq(E(u)-\tau)\cup(\tau)=E(u)[\tau]$；(3)如果 $(\tau)=\emptyset$，则 $E(v)\subseteq E(u)-\tau$。

证明：(1)设 ${}^{\bullet}f\subseteq u-{}^{\bullet}\tau$，则 ${}^{\bullet}f\subseteq u$ 且 ${}^{\bullet}f\cap{}^{\bullet}\tau=\emptyset$，因此 $f\in E(u)$ 且 $f\notin\tau$，所以 $f\in E(u)-\tau$。

(2)因为 $f\in E(v)$，则 ${}^{\bullet}f\subseteq(u-{}^{\bullet}\tau)\cup\tau^{\bullet}$。若 ${}^{\bullet}f\nsubseteq u-{}^{\bullet}\tau$，则 ${}^{\bullet}f\cap\tau^{\bullet}\neq\emptyset$，所以 $f\in(\tau^{\bullet})^{\bullet}$。

(2.1)设 $f\in r_1(\tau)$，则有 $g\in(\tau^{\bullet})^{\bullet}$ 使得 $(g,f)\in G^+$。设 $(g,h)\in G^*$，$(h,b)\in G$，$(b,f)\in G$，则 $b\in{}^{\bullet}f$，因此 b 有两种可能：$b\in u-{}^{\bullet}\tau$，或 $b\in\tau^{\bullet}$。

如果 $b\in u-{}^{\bullet}\tau$，设 $g\in(e^{\bullet})^{\bullet}(e\in\tau)$，则有 $c\in{}^{\bullet}\tau$ 使得 $(c,g)\in G^+$，因此 $(c,b)\in G^+$。因为 $c\in{}^{\bullet}\tau\subseteq u$，$b\in u-{}^{\bullet}\tau\subseteq u$，$c\neq b$，矛盾。

如果 $b\in\tau^{\bullet}$，令 ${}^{\bullet}b=e_1(e_1\in\tau)$。因为 $h={}^{\bullet}b$，则 $h=e_1\in\tau$，因为 $g\in(e^{\bullet})^{\bullet}(e\in\tau)$，则 $(e,h)\in G^+$，且 $e,h\in\tau\subseteq E(u)$，$e\neq h$，因为 u 是 t 型 s 切，所以 $E(u)$ 是 t 切，矛盾。

(2.2)设 $f\in r_2(\tau)$，则有 $g\in E(u)-\tau$ 使得 $(g,f)\in G^+$。设 $(g,h)\in G^*$，$(h,b)\in G$，$(b,f)\in G$，则 $b\in{}^{\bullet}f$，因此 b 有两种可能：$b\in u-{}^{\bullet}\tau$，或 $b\in\tau^{\bullet}$。

如果 $b\in u-{}^{\bullet}\tau$，因为 $g\in E(u)-\tau$，则有 ${}^{\bullet}g\in u$，有 $c\in u$ 使得 $(c,g)\in G^+$，所以 $(c,b)\in G^+$。因为 $c,b\in u$，矛盾。

如果 $b\in\tau^{\bullet}$，令 ${}^{\bullet}b=e_1(e_1\in\tau)$。因为 $h={}^{\bullet}b$，则 $h=e_1\in\tau$。因为 τ 是 $E(u)$ 的非空子集，$g\in E(u)-\tau$，则 h,g 都在 $E(u)$ 中，且 $h\neq g$。因为 $E(u)$ 是 t 切，不可能有 $(g,h)\in G^*$，矛盾。

从(2.1)，(2.2)得到 $f\notin r_1(\tau)$，$f\notin r_2(\tau)$。因为 $f\in(\tau^{\bullet})^{\bullet}$，所以 $(\tau)\neq\emptyset$ 且 $f\in(\tau)$。因此当 ${}^{\bullet}f\nsubseteq u-{}^{\bullet}\tau$ 时有 $f\in(\tau)$。由(1)可知，当 ${}^{\bullet}f\subseteq u$ 时，有 $f\in E(u)-\tau$，因此证明了 $E(v)\subseteq(E(u)-\tau)\cup(\tau)=E(u)[\tau]$。

(3) 如果 $(\tau)=\emptyset$，则根据(2)的结论，对于任意 $f\in E(v)$ 都有 ${}^{\bullet}f\subseteq u-{}^{\bullet}\tau$，由(1)即得到 $E(v)\subseteq E(u)-\tau$。

引理3 设 u 是 t 型 s 切，τ 是 $E(u)$ 的转移集，$v=u[\tau]=(u-{}^{\bullet}\tau)\cup\tau^{\bullet}$。(1)若 $f\in(\tau)$，则 ${}^{\bullet}f-\tau^{\bullet}\subseteq u-{}^{\bullet}\tau$；(2)$(E(u)-\tau)\cup(\tau)\subseteq E(v)$。

证明：(1)设 ${}^{\bullet}f-\tau^{\bullet}\nsubseteq u-{}^{\bullet}\tau$，则有 $x\in{}^{\bullet}f-\tau^{\bullet}$ 且 $x\notin u-{}^{\bullet}\tau$。若 $x\in{}^{\bullet}\tau$，则 ${}^{\bullet}f-{}^{\bullet}\tau\neq\emptyset$，因此 $f\in\tau$ 就和 $f\in(\tau^{\bullet})^{\bullet}$ 矛盾。因此 $x\notin{}^{\bullet}\tau$，所以 $x\notin u$。设 x 和 $c\in u$ 相关，如果 $(x,c)\in G^+$，因为 $f=x^{\bullet}$，则 $(f,c)\in G^+$。因为 $f\in(\tau^{\bullet})^{\bullet}$，则有 $d\in G^+$ 使得 $(d,f)\in G^+$，因此 $(d,c)\in G^+$。因为 $d,c\in u$ 矛盾，所

以 $(c,x)\in G^+$。设 $g=c^{\bullet}$,则 $(g,x)\in G^+$,因此 $(g,f)\in G^+$。若 $g\in\tau$,因为 $x\notin\tau^{\bullet}$,所以 $x\notin g^{\bullet}$。这样就有 $h\in(g^{\bullet})^{\bullet}$ 使得 $(h,x)\in G^+$,因此 $(h,f)\in G^+$,因为 $h\in(\tau^{\bullet})^{\bullet}$,则 $f\in r_1(\tau)$,矛盾。所以 $g\notin\tau$。若 $g\in E(u)$,则 $g\in E(u)-\tau$,由于 $(g,f)\in G^+$,则 $f\in r_2(\tau)$,矛盾。因此,存在 $c\in u$,$g=c^{\bullet}$,$g\notin\tau$,$g\notin E(u)$,$(g,f)\in G^+$。

设已有 $c_i\in u$,$g_i=c_i^{\bullet}$,$g_i\notin\tau$,$g_i\notin E(u)$,$(g_i,f)\in G^+$,则有 $y\in{}^{\bullet}g_i$,$y\notin u$,因此 c_{i+1} 和 y 相关。若 $(y,c_{i+1})\in G^+$,因为 $y\in{}^{\bullet}g_i$,则 $(g_i,c_{i+1})\in G^+$,因为 $g_i=c_i^{\bullet}$,则 $(c_i,c_{i+1})\in G^+$,矛盾。因此 $(c_{i+1},y)\in G^+$。设 $g_{i+1}=c_{i+1}^{\bullet}$,则 $(g_{i+1},y)\in G^+$,因此 $(g_{i+1},g_i)\in G^+$,所以 $(g_{i+1},f)\in G^+$。设 $g_{i+1}\in\tau$,因为 $(g_{i+1},g_i)\in G^+$,所以有 $h\in(g_{i+1}^{\bullet})^{\bullet}\subseteq(\tau^{\bullet})^{\bullet}$,使得 $(h,g_i)\in G^+$,因此 $(h,f)\in G^+$。所以 $f\in r_1(\tau)$,矛盾。若 $g_{i+1}\in E(u)$,则 $g_{i+1}\in E(u)-\tau$,因为 $(g_{i+1},f)\in G^+$,所以 $f\in r_2(\tau)$,矛盾。因此有 $c_{i+1}\in u$,$g_{i+1}=c_{i+1}^{\bullet}$,$g_{i+1}\notin\tau$,$g_{i+1}\notin E(u)$,$(g_{i+1},g_i)\in G^+$。因为无限序列 $\{g_i\}$ 互不相等,和 E 的有限性矛盾,从而证明了 ${}^{\bullet}f-\tau^{\bullet}\subseteq u-{}^{\bullet}\tau$。

(2)若 $f\in E(u)-\tau$,则有 ${}^{\bullet}f\in u-{}^{\bullet}\tau\subseteq v$,若 $f\in(\tau)$,由(1)可知,${}^{\bullet}f-\tau^{\bullet}\subseteq u-{}^{\bullet}\tau$,因此 ${}^{\bullet}f\subseteq(u-{}^{\bullet}\tau)\cup\tau^{\bullet}=v$,因此 $f\in E(v)$。

这就证明了定理 2。

定理 2　设 u 是 t 型 s 切,τ 是 $E(u)$ 的转移集,则 $E(u)[\tau]=E(u[\tau])$。

推论 1　u 是 t 型 s 切,τ 是 $E(u)$ 的转移集,则 $u[\tau]$ 是 t 型 s 切,即 $E(u[\tau])$ 是 t 切。

证明:因为 u 是 t 型 s 切,所以 $E(u)$ 是 t 切。因为 τ 是 $E(u)$ 的转移集,根据定理 2,$E(u[\tau])$ 是 t 切。

推论 2　设 u 是 t 型 s 切,τ 是 $E(u)$ 的非空子集,$v=(u-{}^{\bullet}\tau)\cup\tau^{\bullet}$。若 $(\tau)=\emptyset$,则 $E(v)$ 不是 t 切。

证明:根据引理 2 中的(3),$E(v)\subseteq E(u)-\tau$。因此 $E(v)$ 是 $E(u)$ 的真子集,所以 $E(v)$ 不是 t 切。

4　s 切有向图与 t 切

本节给出在 s 切有向图中查找 t 切的方法。

引理 4　设 u 是 s 切,$E(u)$ 是无关组。

证明:设 $e,f\in E(u)$,如果 $(e,f)\in G^+$,令 $b\in{}^{\bullet}e$,$c\in{}^{\bullet}f$,则 $(b,c)\in G^+$。因为 $b,c\in u$,矛盾。

引理 5　w_0 是 t 型 s 切。

证明:已知 $E(w_0)$ 是无关组。设 $e\in E$,$e\notin E(w_0)$,则 ${}^{\bullet}e\notin w_0$,因此有 $b\notin w_0$,$b\in{}^{\bullet}e$。设 $f={}^{\bullet}b$,则 $(f,e)\in G^+$。如果 $f\notin E(w_0)$,则又有 $g\in E$ 使得 $(g,f)\in G^+$,因此 $(g,e)\in G^+$。由于 E 的有限性,必有 $h\in E(w_0)$ 使得 $(h,e)\in G^+$,因此 e 和 $E(w_0)$ 相关。因此 $E(w_0)$ 是 t 切,w_0 是 t 型 s 切。

定义 6　设 v 是出现网的 s 切,称 s 切 u 为 v 的最近上层 t 型 s 切,如果:(1)u 是 v 的上层顶点;(2)u 是 t 型 s 切;(3)在适合(1)和(2)的条件的 s 切中,以 u 和 v 的层数差最小。

定理 3　设 v 是 s 切,u 是 v 的最近上层 t 型 s 切,τ 是 $E(u)$ 的子集使得 $v=u[\tau]$,则 v 是 t 型 s 切当且仅当 τ 是 $E(u)$ 的转移集。

证明:(1)设 τ 是 $E(u)$ 的转移集,因为 u 是 t 型 s 切,由推论 1 可知,v 是 t 型 s 切。

(2)如果 τ 不是 $E(u)$ 的转移集,则 $(\tau)=\emptyset$,或者有 τ 的真子集 τ_1 是 $E(u)$ 的转移集。设 $(\tau)=\emptyset$,根据推论 2,v 不是 s 切。如果存在 τ 的真子集 τ_1 是 $E(u)$ 的转移集,令 $w=u[\tau_1]$,则由(1)知 w 是 t 型 s 切,且 $v=w[\tau_2]$($\tau_2=\tau-\tau_1$),因此 w 是 v 的上层顶点,w 和 v 的层数差比 u 和 v 的层数差小,因此 u 不是 v 的最近上层 t 型 s 切,矛盾。

根据定理 3,在 s 切有向图中可以查找 t 切,首先,w_0(0 层 s 切)是 t 型 s 切,$E(w_0)$ 是 t 切。设对于层数小于 k 的 s 切,已经确定哪些是 t 型 s 切。设 v 是 k 层 s 切,u 是 v 的最近上层 t 型 s 切,如果 $v=(u-{}^{\bullet}\tau)\cup\tau^{\bullet}$ 中的 τ 是 $E(u)$ 的转移集,则 v 是 t 型 s 切,$E(v)$ 是 t 切;否则不是。

从 s 切有向图中可以找到所有 t 型 s 切及对应的 t 切。现在需要证明可以在 s 切有向图中找到出现网的每一个 t 切。

定理 4　出现网的 t 切必是 t 型 s 切的伴随。

证明:设 p 是出现网的 t 切,容易看出 ${}^{\bullet}p$ 是无关组。因此存在 s 切 u 包含 ${}^{\bullet}p$。设 $e\in p$,则 ${}^{\bullet}e\subseteq{}^{\bullet}p\subseteq u$,因此 $p\subseteq E(u)$。根据引理 4 可知 $E(u)$ 是无关组。因为 p 是极大的无关组,所以 $p=E(u)$。

结束语　出现网的 s 切和 t 切在网中的地位是不对称的,这就使得在研究中不太容易将其结合起来。本文研究发现,t 切和 t 型 s 切有对应的关系,这种对应还能够保持不同的转移变换。这样似乎可以将两种对象在理论的研究中结合起来,从而可能得到一些预料外的结果。后续将在这个方向继续进一步研究。

参 考 文 献

[1] 吴哲辉. 有界 Petri 网的进程表达式[J]. 中国科学(A 辑),1995,25(12):1332-1340.

[2] 吴哲辉,王培良,赵茂先. 无界公平 Petri 网的进程表达式[J]. 计算机学报,2000,23(4):337-344.

[3] 曾庆田,吴哲辉. Petri 网的进程网系统[J]. 计算机学报,2002,25(12):1308-1315.

[4] 曾庆田,吴哲辉. 无界 Petri 网的进程表达式[J]. 计算机学报,2003,26(12):1629-1636.

[5] 于枫,罗军舟,李伟,等. 一种基于进程验证的 Petri 网可达性判定方法[J]. 计算机学报,2010,33(2):288-299.

[6] 汪明新,刘关俊,闫春钢. 稳定有界 Petri 网的进程表达式[J]. 计算机科学,2011,38(2):55-58.

[7] 刘萍. 出现网的抽象描述[J]. 甘肃高师学报,2014(5):76-78.

[8] 吴哲辉. Petri 网导论[M]. 北京:机械工业出版社,2006.

[9] 曾庆田. 一种基于同步合成构造 Petri 网进程表达式的方法[J]. 计算机学报,2008,31(3):381-394.

[10] 蒋昌俊. 离散事件动态系统的 PN 机理论[M]. 北京:科学出版社,2000.

[11] 袁崇义. Petri 网应用[M]. 北京:科学出版社,2013.

[12] 闫春钢,汪明新,刘关俊. 有界网进程表达式与活性的关系[J]. 应用科学学报,2012,30(4):387-390.