

具有时滞-扩散作用的无线传感网络病毒传播模型的 振荡动力学研究

张晓潘 袁凌云

(云南师范大学信息学院 昆明 650500)

摘要 研究了具有时滞扩散作用的无线传感网络病毒传播模型的振荡动力学行为。首先,在现有实验证据的基础上,通过引入时滞和扩散作用,建立了一个新的时滞偏微分方程模型,该模型能够很好地刻画无线传感网络病毒传播的现实结构。其次,将潜伏时滞作为分岔参数,通过分析正平衡点的线性化特征方程,推导出此正稳态解的稳定性以及 Hopf 分岔存在的充分条件。研究结果表明在潜伏时滞和扩散的共同作用下,该时滞扩散模型表现出空间均匀与空间非均匀的振荡形态,揭示了时滞和扩散作用对无线传感网络安全是有害的。最后,给出了数值模拟来验证所给理论结果的有效性。

关键词 无线传感网络,时滞,扩散,计算机病毒

中图法分类号 TP309.5 文献标识码 A

Oscillatory Behaviors of Malware Propagation Model in Wireless Sensor Networks with Time Delays and Reaction-diffusion Terms

ZHANG Xiao-pan YUAN Ling-yun

(School of Information Science and Technology, Yunnan Normal University, Kunming 650500, China)

Abstract This paper investigated the oscillatory behaviors in malware propagation model for wireless sensor networks with time delays and reaction-diffusion terms. First of all, based on the existing relevant experimental evidence, a new delayed functional partial differential equation model is formulated by introduction of both delay and diffusion. This model can well describe many practical architectures of malware propagation model in wireless sensor networks. Secondly, by choosing the latent delay as bifurcation parameter and analyzing the associated characteristic equation at the positive equilibrium, the stability of positive constant steady state and the sufficient condition for the existence of Hopf bifurcation are demonstrated. It is shown that the combined effects of delay and diffusion can induce the delayed diffusive model to be oscillatory, including spatially homogeneous periodic oscillations and spatially inhomogeneous periodic oscillations, suggesting that such delay and diffusion would be deleterious to the security of wireless sensor networks. Finally, numerical examples are presented to illustrate and visualize theoretical results.

Keywords Wireless sensor networks, Delay, Diffusion, Computer viruses

1 引言

随着互联网技术的发展,移动无线传感网络(MWSNs)也发展起来。移动无线传感网络是集成了传感、计算、无线通信能力的传感器节点形成的无线自组织网络。该网络具有自适应性、易部署性和低成本等特点,在通信协议、军事、医疗等方面有着广泛的应用前景。例如,在一个智慧农场里,可以通过无线传感网络节点获取大棚内有价值的信息,如温度、湿度和二氧化碳浓度等。通过无线传感网络获取的信息将传输到控制中心,实现对农作物生长环境的感知、分析和决策^[1]。然而,随着移动无线传感网络的广泛应用,网络中的安全问题也成为一个重要研究课题。科学研究表明,在移动无线网络节

点中注入恶意软件将严重威胁无线传感网络的正常作业。无线恶意软件主要包括计算机病毒、木马、蠕虫等恶意程序。其主要攻击方式是破坏节点间的通信、破坏计算机操作系统。因此,如何预防无线恶意软件,维护网络的安全,保证系统的稳定性具有重要意义。

恶意软件(计算机病毒)最早由美国计算机病毒研究专家 F. Cohen 博士提出^[2-3],是编写者通过计算机代码编写,用于破坏计算机功能或数据信息的可执行代码,具有传播性、隐蔽性、感染性、潜伏性和破坏性等特点。计算机病毒的传播与生物病毒的传播相似,会自我复制,并且在网络传播过程中,不能在短时间之内将其消除^[4]。根据计算机病毒和生物病毒之间的关系,Kermack 和 Mcendrick^[5]将计算机分成了两种状

本文受国家自然科学基金资助项目(61561055),教育部人文社会科学研究青年基金资助项目(1YJCZH233),云南省教育厅项目(2015Y001),云南省应用基础研究计划面上项目(2013)资助。

张晓潘(1995—),男,硕士生,主要研究方向为无线传感网络;袁凌云(1980—),女,博士,副教授,CCF 会员,主要研究方向为无线传感网络、物联网技术,E-mail: blues520@sina.com(通信作者)。

态:易感染(Susceptible)状态和感染(Infected)状态,并且在1991年首次提出了SIS模型,该模型也为后来的计算机病毒传播模型的研究奠定了基础。Kephart和White^[6-7]等人为了探索计算机病毒传播过程中的动力学机制,在SIS模型的基础上,进一步建立了一个新的计算机病毒传播模型。相应地,在移动无线传感网络中,恶意软件的传播问题也成为当今一个热点研究课题。如,Keshri和Mishra在SIRS模型的基础上加入了状态E,提出了无线传感器网络中的病毒传播模型SEIRS^[8]。Kusakabe等^[9]建立了SEIRV传播模型,该模型描述了蠕虫病毒在无线传感网络中时空动态的传播过程,并分析了无线传感网络中该病毒爆发的临界性。Wang等^[10]提出了EISIRS传播模型,该模型描述了存在睡眠调度机制的无线传感网络中的蠕虫传播过程。Khayam和Radha^[11]研究了均匀分布节点的无线传感网络中的拓扑感知病毒的传播动力学,并应用信号处理技术建立了无线传感网络中的病毒传播模型。Pradip De等^[12]给出了一个考虑节点恢复情况的无线传感网络中的病毒传播模型。

然而,在上述移动无线传感网络的病毒传播模型中,大多数病毒传播模型只适用于病毒传播的一般规律。众所周知,当网络中出现某种病毒时,节点或病毒防护工具并不是在同一时刻对此类病毒进行处理或防护,而是需要一段时间才能对此类病毒进行检测。一般情况下,只有病毒出现后才会有应对方法,然后将解决方案加入到相应的病毒库中。当节点再次受到此类病毒的攻击时,便能在病毒库中查找到对该类病毒的处理方法,并做出相应的响应。换句话说,该节点对该种病毒产生了“免疫”效应。一般情况下,节点被病毒感染以及节点对病毒产生“免疫”都需要一段时间来完成。因此,时滞对病毒传播的影响是普遍存在且不可避免的。特别地,以往的研究已经表明这些时滞会影响系统的动力学行为,如系统的稳定性、鲁棒性等,甚至诱导病毒的传播出现持续的振荡行为。鉴于此,具有时滞效应的病毒传播模型受到越来越多学者的广泛关注。例如,Han等人在SIRS病毒传播模型中引入了时滞^[13],建立了具有潜伏性时滞的SIRS病毒传播模型,并讨论了该模型的稳定性和振荡动力学机制。L Feng^[14]等人考虑了病毒在不同的状态下的时滞情况,提出具有双时滞和多态性的计算机病毒传播模型,系统地讨论了平衡点的稳定性和Hopf分岔的存在性。

另一方面,在移动无线传感器网络中,节点是可移动的^[15-16]。当易感染节点移动到感染节点的通信范围之内时,易感染节点极易被恶意软件攻击。在实际网络中,3种状态下的空间结构也是随时间而变化的。因此,考虑节点的移动行为(流动性)对恶意软件传播的影响,尤其是对感染节点的空间分布的影响同样具有重要的现实意义,它可以反映出不同时空区域下的感染分布情况,为合理预防计算机病毒的传播提供有效的预防区域。文献^[15]提出了一个具有反应扩散效应的恶意软件传播模型,该模型将MWSNs的节点分为易感染节点、感染节点和免疫节点并有效地分析了各个节点随时空变化的动力学行为。文献^[16],运用传染病学理论,建立了恶意软件传播的反应扩散模型,同时将节点分为易感染节点和感染节点两种类型,讨论了恶意软件在MWSNs中传播

的时空动力学形态。需要指出的是,该模型并未考虑免疫措施对恶意软件传播行为的影响。

尽管时滞和扩散作用对无线传感网络病毒传播的动力学行为有重要的影响,但对具有时滞扩散效应传播模型的研究还很匮乏,特别是对空间非均匀分布的振荡行为还未见过有文献报道。然而,时滞和扩散被证实自然界是普遍存在的,涉及到几乎所有的计算机网络病毒的传播过程。因此,研究时空意义下具有时滞作用的无线传感网络病毒的传播模型是十分有意义的,特别是对于网络安全的调控机制。

2 模型描述

基于以上讨论,本文建立了一个具有时滞扩散项的无线传感网络病毒传播模型,该数学模型可以用式(1)非线性时滞偏微分方程来描述:

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial t} = d_1 \Delta S + \sigma - \beta_1 S(x, t - \tau) - \beta_2 SC + \gamma_1 I + \gamma_2 C - \mu S \\ \frac{\partial I}{\partial t} = d_2 \Delta I + \beta_1 S(x, t - \tau) - \beta_2 IC - (\gamma_1 + \mu) I \\ \frac{\partial C}{\partial t} = d_3 \Delta C + \beta_2 (S + I)C - (\gamma_2 + \mu) C \end{cases} \quad (1)$$

其中, $S=(x, t)$, $I=(x, t)$, $C=(x, t)$ 分别表示感染状态、易感染状态和免疫状态。 d_1, d_2, d_3 分别表示3种状态的扩散系数。 τ 表示病毒的潜伏时滞。此外,假定节点以恒定速率 σ 连接到因特网,当发现被病毒侵害后,以速度 μ 断开网络。 $\beta_1 I(x, t)$ 表示节点被感染的概率, $\beta_2 C(x, t)$ 表示节点获得防毒措施的概率, γ_1 表示感染节点被治愈的概率, γ_2 表示由于防毒措施无效免疫节点失去免疫力的概率。 Δ 是拉普拉斯算子。 $(x, t) \in \Omega_T$,且 $\Omega_T = \Omega \times (0, T)$ 。定义 $\Omega = (0, l)$ 为移动无线传感器网络所部署的空间区域并且具有光滑的边界 $\partial\Omega$ 。 l 表示该空间区域的长度,为了方便计算,我们在此假定 $l = \pi$ 。同时,该模型具有如下初值条件:

$$S(x, t) = \phi(x, t) \geq 0, I(x, t) = \psi(x, t) \geq 0, C(x, t) = \varphi(x, t) \geq 0, (x, t) \in \Omega_T$$

其中, $\Omega_T = \Omega \times [-\tau, 0]$ 且函数 $\phi(x, t), \psi(x, t), \varphi(x, t)$ 满足 $\ell = C((-\tau, 0], X)$, X 定义如下:

$$\begin{aligned} X = \{S, I, C \in W^{2,2}(\Omega); \frac{\partial S(x, t)}{\partial x} = \frac{\partial I(x, t)}{\partial x} \\ = \frac{\partial C(x, t)}{\partial x} = 0, x \in \partial\Omega\} \end{aligned}$$

此外,系统(1)满足Neumann边界条件,即:

$$\frac{\partial S(x, t)}{\partial x} = \frac{\partial I(x, t)}{\partial x} = \frac{\partial C(x, t)}{\partial x} = 0, x = 0, l, t \geq 0$$

模型(1)是在Zhu等人^[17]提出的模型的基础上建立起来的,但他们的模型有一个重要的不同点,即他们忽略了潜伏时滞以及节点的流动性对无线传感网络的影响,而这正是本文考虑的重点。该数学模型可以直接由图1翻译得来,若引入时滞和扩散作用,系统(1)是一个时滞偏微分方程。众所周知,对于时滞偏微分方程,无论从数学分析还是数值模拟的角度而言,都是一个极具挑战性的问题。因此本文研究为此类问题的分析提供了一个系统的框架。此外,引入时滞和扩散作用后,系统(1)更能精确地反映移动无线传感网络中病毒的传播特点,对保证网络安全提供更有效的理论支撑。

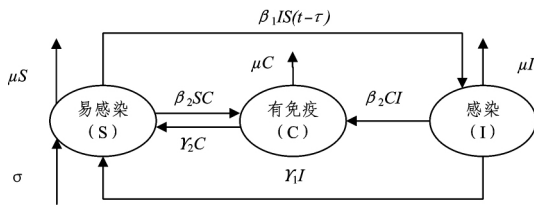


图1 无线传感网络中易感染节点、感染节点以及免疫节点间的关系

周期振荡是自然界普遍存在的现象,日常生活中这样的例子有心脏跳动、自主呼吸、昼夜节律、哺乳动物排卵期或植物的周年花期等。振荡周期的跨度可以从毫秒到年不等。研究表明^[18],在无线传感网络中同样具有周期振荡的行为。然而,当系统网络受到恶意软件攻击且感染节点呈现出持续性的周期振荡时,会导致网络的利用率降低,网络性能下降,严重阻碍网络的正常运行。因此,研究无线传感网络病毒传播模型的振荡动力学机制是迫切且有意义的,特别对于网络的优化,网络的安全性能尤为重要。Hopf 分岔包括超临界 Hopf 分岔和亚临界 Hopf 分岔,是设计周期振子的主要原理。本文运用稳定性理论和 Hopf 分岔技术,分析并给出此无线传感网络病毒传播振动的充分条件。特别地,选择潜伏时滞 τ 作为分岔参数,当该时滞超过某个临界值时,该无线传感网络发生了 Hopf 分岔,即产生了周期振荡行为。同时,受到扩散作用的影响,系统(1)在空间上表现出两种重要的振荡状态:空间均匀的周期振荡和非均匀的周期振荡。

3 平衡点的稳定性和 Hopf 分岔的存在性

本节讨论系统(1)正平衡点的稳定性和 Hopf 分岔的存在性。由于时滞不影响系统的平衡点,因此系统(1)具有如下平衡点:

$$E_1 = (\frac{\sigma}{\mu}, 0, 0), E_2 = (\frac{\gamma_2 + \mu}{\beta_2}, 0, \frac{\sigma\beta_2 - \mu(\mu + \gamma_2)}{\mu\beta_2}), E_3 = (\frac{\gamma_1 + \mu}{\beta_1}, \frac{\sigma\beta_1 - \mu(\mu + \gamma_1)}{\mu\beta_1}, 0), E_4 = (S^*, I^*, C^*)$$

其中,

$$I^* = \frac{\mu\beta_1(\gamma_2 + \mu) - \beta_2[\sigma\beta_2 + \mu(\gamma_1 - \gamma_2)]}{\mu\beta_1\beta_2}$$

$$S^* = \frac{\sigma\beta_2 + \mu(\gamma_1 - \gamma_2)}{\mu\beta_1}$$

$$C^* = \frac{\sigma\beta_2 - \mu(\mu + \gamma_2)}{\mu\beta_2}$$

如果满足条件(H1):

$$\sigma\beta_2 + \mu(\gamma_1 - \gamma_2) > 0, \sigma\beta_2 - \mu(\mu + \gamma_2) > 0$$

$$\mu\beta_1(\gamma_2 + \mu) - \beta_2[\sigma\beta_2 + \mu(\gamma_1 - \gamma_2)] > 0$$

则系统(1)具有一个正平衡点 $E_4 = (S^*, I^*, C^*)$ 。结合计算机病毒的实际意义,我们主要讨论系统(1)在平衡点 E_4 处的分岔情况。

定义:

$$U = (u_1(t), u_2(t), u_3(t))^T = (S(\cdot, t), I(\cdot, t), C(\cdot, t))^T$$

对于 $\phi(\phi_1, \phi_2, \phi_3)^T \in \ell$, 系统(1)的线性方程在空间 ℓ 中可以表示为如下抽象的微分方程:

$$\dot{U} = D\Delta(t) + L(U_t) \quad (2)$$

其中, $D = (d_1, d_2, d_3)^T$, $L: \ell \rightarrow X$ 表示如下:

$$L(\phi) = B_0\phi(0) + B_1\phi(-\tau) \quad (3)$$

其中,

$$B_0 = \begin{bmatrix} M_1 & M_3 & M_4 \\ 0 & M_5 & M_6 \\ M_7 & M_7 & M_8 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} M_2 & 0 & 0 \\ -M_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

所以系统(1)的线性方程(2)可表示为如下形式:

$$\lambda y - D\Delta y - L(e^{\lambda\tau}y) = 0, y \in \text{dom}(\Delta) \text{ 且 } y \neq 0 \quad (4)$$

根据拉普拉斯算子的性质,算子 Δ 在 X 上具有特征值 $-k^2$ ($k \in N_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$), 并且具有相应的特征向量:

$$\beta_k^1 = (\gamma_k, 0, 0)^T, \beta_k^2 = (0, \gamma_k, 0)^T, \beta_k^3 = (0, 0, \gamma_k)^T$$

其中, $\gamma_k = \cos(kx)$, $k = 0, 1, 2, \dots$ 。

显然, $(\beta_k^1, \beta_k^2, \beta_k^3)_0^\infty$ 构成了 X 的一个基本相空间, 因此, 对于任意的 $y \in X$, 可表示为如下的傅里叶级数:

$$y = \sum_{k=0}^{\infty} Y_k^T \begin{bmatrix} \beta_k^1 \\ \beta_k^2 \\ \beta_k^3 \end{bmatrix}, Y_k = \begin{bmatrix} \langle y_1, \beta_k^1 \rangle \\ \langle y_2, \beta_k^2 \rangle \\ \langle y_3, \beta_k^3 \rangle \end{bmatrix} \quad (5)$$

通过计算得:

$$L(\phi^T(\beta_k^1, \beta_k^2, \beta_k^3)^T) = L(\phi^T)(\beta_k^1, \beta_k^2, \beta_k^3)^T, k \in N_0 \quad (6)$$

根据式(5)和式(6), 式(4)等价于:

$$\sum_{k=0}^{\infty} [(\lambda I_3 + Dk^2) - A] \begin{bmatrix} \beta_k^1 \\ \beta_k^2 \\ \beta_k^3 \end{bmatrix} = 0 \quad (7)$$

其中,

$$A = \begin{bmatrix} M_1 + M_2 e^{-\lambda\tau} & M_3 & M_4 \\ -M_2 e^{-\lambda\tau} & M_5 & M_6 \\ M_7 & M_6 & M_8 \end{bmatrix}$$

因此, 得到系统(1)在平衡点 E_4 处的线性特征方程为:

$$\lambda^3 + A_1(k)\lambda^2 + A_2(k)\lambda + A_3(k) + [(-M_2\lambda^2 + F_1(k)\lambda + F_2(k))]e^{-\lambda\tau} = 0 \quad (8)$$

其中,

$$A_1(k) = -M_5 - M_8 + d_1 k^2 + d_2 k^2 + d_3 k^2 - M_1$$

$$A_2(k) = d_1 d_2 k^4 + d_1 d_3 k^2 + d_2 d_3 k^4 - d_2 k^2 M_1 - d_3 k^2 M_1 - d_1 k^2 M_5 - d_3 k^2 M_5 + M_1 M_5 - M_4 M_7 - M_6 M_7 - d_1 k^2 M_8 - d_2 k^2 M_8 + M_1 M_8 + M_5 M_8$$

$$A_3(k) = d_1 k^2 M_5 M_8 - M_1 M_5 M_8 - M_3 M_6 M_7 - d_1 d_2 k^4 M_8 + d_2 k^2 M_1 M_8 + M_4 M_5 M_7 - d_1 k^2 M_6 M_7 + M_1 M_6 M_7 - d_2 k^2 M_4 M_7 - d_1 d_3 k^4 M_5 + d_3 k^2 M_1 M_5 + d_1 d_2 d_3 k^6 - d_2 d_3 k^4 M_1$$

$$F_1(k) = -(d_2 k^2 M_2 + d_3 k^2 M_2 - M_2 M_3 - M_2 M_5)$$

$$F_2(k) = -(d_2 d_3 k^4 M_2 - d_3 k^2 M_2 M_3 - d_3 k^2 M_2 M_5 - M_2 M_4 M_7 - M_2 M_6 M_7 - d_2 k^2 M_8 + M_2 M_3 M_8 + M_2 M_5 M_8)$$

$$M_1 = -\mu - C^* \beta_2, M_2 = -I^* \beta_1$$

$$M_3 = -S^* \beta_1 + \gamma_1, M_4 = \gamma_2 - S^* \beta_2$$

$$M_5 = S^* \beta_1 - C^* \beta_2 - \gamma_1 - \mu, M_6 = -I^* \beta_2$$

$$M_7 = C^* \beta_2, M_8 = S^* \beta_2 - \gamma_2 - \mu + I^* \beta_2$$

显然, 对 $\forall k \in N_0, \lambda = 0$ 不是特征方程(8)的根, 且系统的平衡点 E_4 的稳定性是由方程(8)的根实部决定的, 如果方程(8)的所有根都位于左半复平面, 则系统(1)的平衡点 E_4 是渐进稳定的。如果方程(8)有一个根具有正实部, 则 E_4 是不稳定的。因此, 为了研究系统(1)的平衡点 E_4 的稳定性, 一个重要的问题是研究特征方程(8)的根在复平面的分布情况。

当不考虑潜伏时滞时, 即 $\tau = 0$ 时, 方程(8)变为:

$$\lambda^3 + [A_1(k) - M_2]\lambda^2 + [A_2(k) + F_1(k)]\lambda + A_3(k) + F_2(k) = 0 \quad (9)$$

根据 Routh-Hurwitz 定理,得到如下结果。

引理 1 如果 $A_1(k), A_2(k), A_3(k), F_1(k), F_2(k)$ 满足条件 (H2):

$$A_1(k) - M_2 > 0, A_3(k) + F_2(k) > 0, [(A_1(k) - M_2)(A_2(k) + F_1(k))] > A_3(k) + F_2(k)$$

则方程 (9) 的所有根都有负实部,因此系统 (1) 的 E_4 处是渐进稳定的。

下面我们考虑潜伏时滞对系统 (1) 的稳定性的影响。因为特征方程 (8) 的根连续依赖于 τ , 所以 τ 的变化必然导致系统 (1) 的根的变化。如果存在 τ 的一个临界值,使得系统 (1) 的某个根具有零实部,那么在这个临界值处,系统 (1) 的平衡点 E_4 的稳定性将发生变化。在某种条件下,一系列的小振幅周期解将会从平衡点 E_4 处分岔出来,也即 E_4 处发生了 Hopf 分岔。

假设 $\pm i\omega (\omega > 0)$ 是方程 (8) 的一对纯虚根,则 ω 满足以下方程:

$$-i\omega^3 - A_1(k)\omega^2 + A_2(k)i\omega + A_3(k) + [M_2\omega^2 + F_1(k)i\omega + F_2(k)][\cos(\omega\tau) - i\sin(\omega\tau)] = 0$$

分离上述方程的实部和虚部,得到以下方程:

$$\begin{cases} [F_2(k) + M_2\omega^2]\cos(\omega\tau) + F_1(k)\omega\sin(\omega\tau) = -A_3(k)\omega + A_1(k)\omega^2 \\ -[[F_2(k) + M_2\omega^2]\sin(\omega\tau) + F_1(k)\omega\cos(\omega\tau)] = \omega^3 - A_2(k)\omega \end{cases} \quad (10)$$

将上述方程两边分别平方,然后相加,得到下列关于 ω 的代数方程:

$$\omega^6 + p(k)\omega^4 + q(k)\omega^2 + r(k) = 0 \quad (11)$$

其中,

$$\begin{aligned} p(k) &= [A_1(k)]^2 - 2A_2(k) - M_2^2 \\ q(k) &= [A_2(k)]^2 - 2A_1(k)A_3(k) - [A_1(k)]^2 - 2F_3(k) \\ &\quad M_2 \\ r(k) &= [A_3(k)]^2 - [F_2(k)]^2 \end{aligned}$$

假设 (H3): $p(k) > 0, q(k) > 0, r(k) < 0$ 成立,则存在 $K > 0$, 满足 $0 \leq k \leq K$ 使得方程 (11) 具有实数根 ω_k 。由式 (10) 求得:

$$\tau_k^{(j)} = \frac{1}{\omega_k} \arccos \left\{ \frac{[F_2(k) + M_2\omega_k^2][-A_3(k) + A_2(k)\omega_k^2]}{[F_2(k) + M_2\omega_k^2]^2 + [F_1(k)\omega_k]^2} + \frac{[\omega_k^3 - A_2(k)\omega_k][F_1(k)\omega_k]}{[F_2(k) + M_2\omega_k^2]^2 + [F_1(k)\omega_k]^2} \right\} \quad (12)$$

因此, $\pm i\omega_k$ 是方程 (8) 在 $\tau = \tau_k^{(j)}$ 处的一对纯虚根。

引理 2 $\tau_0^{(j)} \leq \tau_1^{(j)} \leq \tau_2^{(j)} \leq \dots \leq \tau_K^{(j)}$, 其中 $j = 0, 1, 2, \dots$ 。

令 $\lambda(\tau) = \alpha(\tau) + i\omega(\tau)$ 为方程 (8) 在 $\tau = \tau_k^{(j)}$ 附近满足 $\tau(\tau_k^{(j)}) = 0$ 和 $\omega(\tau_k^{(j)}) = \omega_k$ 的一个根,则有如下结论:

引理 3 如果系统 (1) 的系数满足条件 (H1), (H2), (H3), 则:

$$\left[\frac{d\operatorname{Re}(\lambda)}{d\tau} \right]_{\tau=\tau_k^{(j)}} > 0, k = 0, 1, \dots, K; j = 0, 1, 2, \dots$$

结合引理 1—引理 3 得到如下定理:

定理 1 如果系统 (1) 的系数满足条件 (H1), (H2), (H3), 则:

(1) 当 $0 \leq \tau \leq \tau_0^0$ 时, 平衡点 E_4 是渐进稳定的, 当 $\tau > \tau_0^0$

时, 平衡点 E_4 是不稳定的。

(2) 当 $\tau = \tau_k^j (k = 1, 2, \dots, K, j = 0, 1, 2, \dots)$ 时, 系统 (1) 在 E_4 处发生 Hopf 分岔。

(3) 当 $\tau = \tau_0^j (j = 0, 1, 2, \dots)$ 时, 系统 (1) 在 E_4 处发生的 Hopf 分岔是空间均匀的。

(4) 当 $\tau = \tau_k^j (j = 0, 1, 2, \dots, k = 1, 2, \dots, K)$ 时, 系统 (1) 在 E_4 处发生的 Hopf 分岔是空间非均匀的。

注 1: 因为 $\tau = \tau_0^0$ (即 $k = 0$) 分岔的周期振荡是空间均匀的, 其周期解与相应的时滞常微分方程的解一致。

4 数值模拟

本节将通过数值模拟来验证上述理论结果的有效性。这里考虑系统 (1) 中的系数分别为 $\sigma = 1, \beta_1 = 0.07, \beta_2 = 0.03, \gamma_1 = 0.04, \gamma_2 = 0.05, \mu = 0.1, d_1 = 0.01, d_2 = 0.02, d_3 = 0.03$ 。经过计算, 我们得到系统 (1) 具有唯一的正平衡点 $E_4 (4.14285, 0.85714, 5)$ 。容易验证 (H1)、(H2) 和 (H3) 都成立。由引理 1 可知, 当时滞为 0, 即忽略病毒的潜伏时滞时, 该移动无线传感网络是稳定的。

下面考虑具有潜伏时滞作用的情况。由式 (10)、式 (11) 以及式 (12) 得到 $\tau_0^0 = 26.1799, \tau_1^0 = 33.1928$ 。根据定理 1 知, 此时系统 (1) 在正平衡点 $E_4 (4.14285, 0.85714, 5)$ 处的稳定性或震荡行为将依赖于潜伏时滞 τ 。由上述分析知, 当 $0 \leq \tau < \tau_0^0 = 26.1799$ 时, 正平衡点 $E_4 (4.14285, 0.85714, 5)$ 是渐进稳定的, 如图 2 所示。

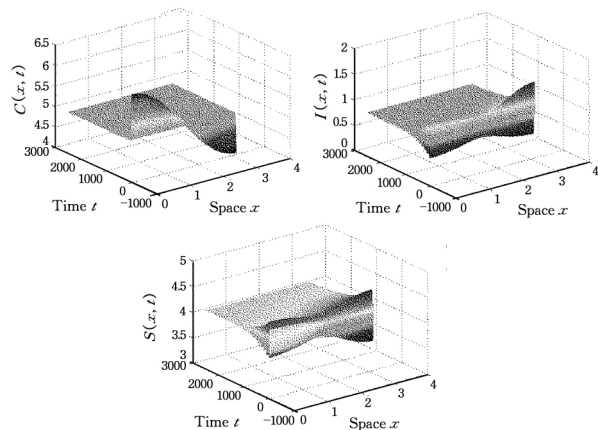


图 2 当 $\tau = 25 < \tau_0^0$ 时系统 (1) 的数值模拟图

当 $\tau > \tau_0^0 = 26.1799$ 时, 系统将失去稳定性, 并表现出持续的周期振荡, 如图 3 和图 4 所示。

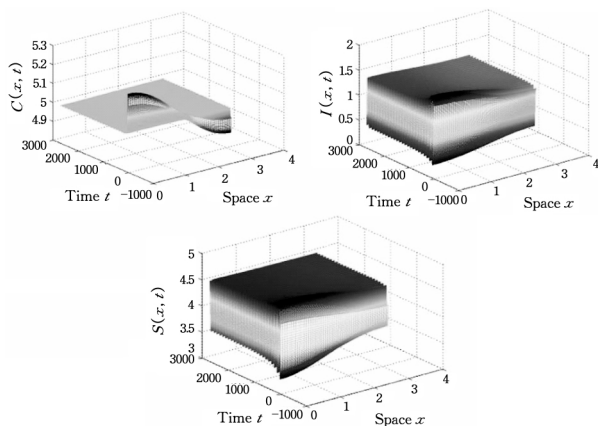


图 3 当 $\tau_0^0 < \tau = 28 < \tau_1^0$ 时系统 (1) 的数值模拟图

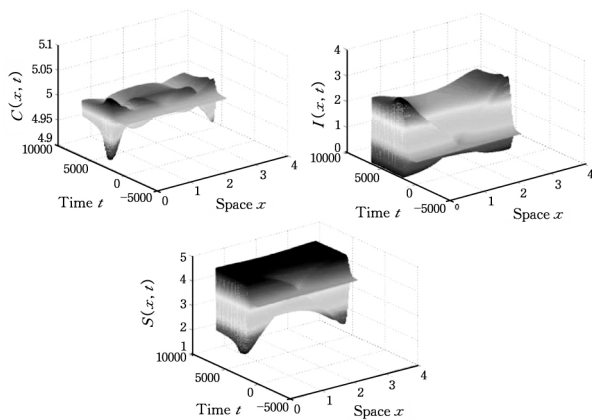


图4 当 $\tau=35>\tau_1^0$ 时系统(1)的数值模拟图

特别地,当 $\tau_0^0 < \tau < \tau_1^0$ 时,该周期振荡是空间均匀的(见图3)。此外,与期望的情况相同,当 $\tau > \tau_1^0$ 时,系统将表现为空间非均匀分布的振荡,此时计算机病毒的传播在空间上呈现地域的差异,这与实际意义下的情况是一致的,该情形如图4所示。然而,无论是均匀振荡还是非均匀振荡,此时都表明该移动无线传感网络受到恶意软件的侵袭而表现出低效率、低性能,严重影响系统的正常工作。

结束语 本文运用 Hopf 分岔理论,分析和讨论了一种带有时滞扩散作用的无线传感网络病毒传播模型,研究了模型的动力学行为,得到了振动的充分条件。特别地,利用潜伏时滞作为分岔参数,证明了当时滞穿过多个临界值时,系统存在周期解,并且在扩散作用下,这种解表现出两种状态:空间均匀与空间非均匀的周期解。此外,为了优化网络,保证系统的安全性能,我们应该消除系统的振荡行为,使系统稳定在可控的稳态上。根据系统(1)产生周期振荡的条件,我们可以通过调整 β_2 的值,使得该网络控制在稳定的平衡点上。例如将 β_2 调整为 0.04 时,系统将稳定到 (3.75, 0.6, 25)。此时潜伏时滞和扩散作用将不改变系统的稳定性,并且当系统达到稳定状态时,感染节点趋于 0,此时网络恢复为健康状态。根据上述结果,我们得到潜伏时滞以及扩散作用对网络稳定性的重要意义,对于预防网络病毒,优化网络环境具有重要的理论指导意义。

本文的研究证明了模型(1)具有如下优点:

(1) 本文模型是在文献[17]的基础上建立起来的,相对于文献[17]的模型,本文所建立的时滞扩散模型更能精确地反映恶意软件的传播特点。此外,本文的研究表明时滞和扩散对网络的影响是不可忽略的,它们能够决定网络的稳定性和空间分布情况。

(2) 本文的研究给无线传感网络病毒的传播提供了更可靠、安全的参数范围。在忽略潜伏时滞的作用下,网络是稳定的,但在时滞作用下,该网络的稳定性发生了改变,甚至会造成极其威胁网络安全的振荡行为。本文推导出了网络的稳定以及发生振荡的参数条件,为网络的安全参数设计提供理论指导。

(3) 文献[18]中研究了时滞扩散在无线传感网络病毒传播中的影响,但是他们也只是得到空间均匀分布的情况。本文的研究表明,时滞扩散能够诱导网络呈现出空间均匀分布和空间非均匀分布的振荡行为,丰富了计算机病毒传播的理论成果。

当然,本文仅研究了时滞作为分岔参数的情况,为了深入研究扩散作用的意义,我们需要进一步讨论扩散诱导网络振

荡行为的影响。此外,实际环境中,每个易感染节点被病毒感染具有随机性,因此研究随机意义下具有时滞扩散效应的无线传感网络病毒传播模型将是我們接下来研究的内容。

参考文献

- [1] 陈兴,翟林鹏. 智慧农场信息化应用研究[J]. 农业网络信息, 2014(1):11-13.
- [2] 张仁武,李钢,候整风. 计算机病毒与反病毒技术[M]. 北京:清华大学出版社,2006.
- [3] 王倍昌. 走进计算机病毒[M]. 北京:人民邮电出版社,2010.
- [4] MURRAY W H. The application of epidemiology to computer viruses[J]. Computers & Security,1988,7(2):139-145.
- [5] PASTOR-SATORRAS R, VESPIGNANI A. Epidemic dynamics and endemic states in complex networks[J]. Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics,2001,63(6 Pt 2): 138-158.
- [6] KEPHART J O. Directed-Graph Epidemiological Models of Computer Viruses[C]//1991 IEEE Computer Society Symposium on Research in Security and Privacy,1991. 1991:343-361.
- [7] KEPHART J O, WHITE S R. Measuring and Modeling Computer Virus Prevalence[C]//1993 IEEE Computer Society Symposium on Research in Security and Privacy. IEEE,2002:2-15.
- [8] KESHRI N, MISHRA B K. Two time-delay dynamic model on the transmission of malicious signals in wireless sensor network [J]. Chaos Solitons & Fractals,2014,68:151-158.
- [9] KUSAKABE T, HAYASHIDA Y, MATSUDA H, et al. Mathematical model on the transmission of worms in wireless sensor network[J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(6): 4103-4111.
- [10] WANG X, LI Q, LI Y. EiSIRS: a formal model to analyze the dynamics of worm propagation in wireless sensor networks[J]. Journal of Combinatorial Optimization,2010,20(1):47-62.
- [11] KHAYAM S A, RADHA H. Using signal processing techniques to model worm propagation over wireless sensor networks[J]. IEEE Signal Processing Magazine,2006,23(2):164-169.
- [12] DE P, LIU Y, DAS S K. Deployment-aware modeling of node compromise spread in wireless sensor networks using epidemic theory[J]. Acm Transactions on Sensor Networks,2009,5(3): 1792-1794.
- [13] HAN X, TAN Q. Dynamical behavior of computer virus on Internet[J]. Applied Mathematics & Computation,2010,217(6): 2520-2526.
- [14] ENG L, LIAO X, LI H, et al. Hopf bifurcation analysis of a delayed viral infection model in computer networks[J]. Mathematical & Computer Modelling,2012,56(7/8):167-179.
- [15] WANG X M, ZAOBO H E, ZHAO X Q, et al. Reaction-diffusion modeling of malware propagation in mobile wireless sensor networks[J]. Science China Information Sciences,2013,56(9):1-18.
- [16] HE Z, WANG X. A Spatial-temporal Model for the Malware Propagation in MWSNs Based on the Reaction-Diffusion Equations[M]. Web-Age Information Management,2012:45-56.
- [17] ZHU Q, YANG X, YANG L X, et al. A mixing propagation model of computer viruses and countermeasures[J]. Nonlinear Dynamics,2013,73(3):1433-1441.
- [18] ZHU L, ZHAO H, WANG X. Bifurcation analysis of a delay reaction-diffusion malware propagation model with feedback control[J]. Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation,2015,22(1-3):747-768.