

一种基于抗差 EKF 的移动机器人定位技术

刘沛丰 王 坚

(中国矿业大学环境与测绘学院 徐州 221116)

摘要 自主机器人作业的关键问题是自身的定位问题。卡尔曼滤波可用于对系统位置进行估计。首先介绍了移动机器人同步定位与地图构建(Simultaneous Localization and Mapping, SLAM)的一般模型及关键技术,然后介绍了扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF)的原理,通过分析粗差对 EKF 模型的影响,提出了抗差 EKF 模型。该模型根据多余观测分量及预测残差统计,构造抗差等价 EKF 增益矩阵,通过迭代解算给出抗差解。最后分别实现了加入粗差后的标准 EKF-SLAM 解决方案以及加入粗差后的抗差 EKF-SLAM 解决方案;模拟了自主机器人运动轨迹,并对比了两种模型对机器人定位的精确度,结果显示了抗差 EKF 模型的优越性。

关键词 自主移动机器人定位, 扩展卡尔曼滤波, 粗差, 增益矩阵, 抗差 EKF

中图分类号 TP242 文献标识码 A

Algorithm of SLAM Based on Robust EKF

LIU Pei-feng WANG Jian

(School of Environment Science and Spatial Informatics, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China)

Abstract The key problem of robot autonomous work is self-positioning. Kalman filter can be used to estimate the robot's location. The model and key technology of SLAM was introduced at first in this paper. Then the theory of extended Kalman filter was given. By analyzing the effect of error to the standard EKF model's result, the model of robust EKF was presented. This model implements an equivalent Kalman gain matrix built by introducing redundancy and predicates residuals. An iterative scheme was suggested for solving the SLAM robust EKF solution. At last, the standard EKF-SLAM model and the robust EKF-SLAM model were both actualized in programs. Autonomous robot's moving trajectory was simulated in the program. Simulation results show that the suggested algorithm can give correct location results.

Keywords Autonomous robot positioning, EKF, Error, Gain matrix, Robust EKF

自主移动机器人自身的定位,是其作业过程中的关键问题,也是机器人研究领域的热点和难点。目前,对于在已知环境地图内的自主定位,已经有了很多解决方法。然而,在很多情况下,我们无法事先获得机器人工作的环境地图,且机器人无法通过全局定位系统进行定位。机器人身处未知环境,从未知的位置出发时,需要依靠自身携带的传感器识别未知特征路标,从而获得环境信息和自身的位姿信息,进行自身的定位,同时创建地图。这个过程被称为同步定位与地图创建(Simultaneous Localization and Mapping, SLAM)^[1]。近 30 年来,SLAM 问题的研究一直是移动机器人领域的热点和难点,基于扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF)的 SLAM 解决方案占据着这类问题的主导地位。Smith 等人^[2]最早提出基于 EKF 的解决方案,随着学者们对其的深入了解,这种方法逐渐被广泛采用,后来许多学者对其进行了延伸,在不同环境下提出了基于 EKF 的 SLAM 算法。EKF-SLAM 在收敛性和实现复杂度上具有较大的优势,目前针对其的研究方向主要有减小计算量、降低不确定性等。

传感器在获取数据过程中,因为环境以及硬件本身的缘故,或多或少会获取粗差。本文根据粗差在系统中的传递特性,提出了抗差 EKF 模型,旨在减弱或消除观测粗差对系统

的影响,提高 SLAM 问题中机器人自定位的准确性;同时给出了改进的抗差 EKF 模型,用于检验粗差是否存在,以避免不必要的计算步骤,提高运算效率。

1 SLAM 问题的综述

1.1 SLAM 问题的一般模型

SLAM 问题要求移动机器人仅根据观测信息和控制信息得出自身的相对位姿,并创建地图,实现安全地趋向目标的自主运动。具体来说,自主机器人 SLAM 技术包含以下 3 个方面的内容。

(1)定位:自主机器人需通过自身装备的传感器实现对本体姿态的感知,确定自身在未知环境中的位置,这是解决 SLAM 问题的关键。

(2)地图构建:自主机器人通过传感器采集的信息和数据对作业环境空间进行描述,并建立数学模型。

(3)路径规划:根据机器人采集的环境空间信息,通过计算机设计出机器人行动的最优路径。

综合来说,SLAM 问题的过程为:自主移动机器人利用系统运动模型,不断地计算其每个时刻所在的位置,利用采集的环境空间信息估计环境特征,同时根据实际观测和估计观

测的差值对机器人位置进行校正,并将环境特征加入地图。在这个过程中,利用环境特征提取获得环境路标信息,并标注在地图中;利用数据关联,确认机器人当前时刻获取的路标与地图中已有路标之间的关联关系。上述过程不断地进行循环迭代,最终获得机器人的整个运动轨迹和作业环境的全局地图。

目前对于 SLAM 问题的研究都是采用概率密度的方法。SLAM 问题通过将每个机器人的位姿和地图位置表示为概率密度函数,用递归的贝叶斯条件概率公式进行估计。贝叶斯估计分为预测和更新两个步骤^[3-4]。

$$P(x_k, m | z_{k-1}, u_k, x_0) = \int P(x_k | x_{k-1}, u_k) P(x_{k-1}, m | z_{k-1}, u_k, x_0) dx_{k-1} \quad (1)$$

$$P(x_k, m | z_k, u_k, x_0) = \frac{P(z_k | x_k, m) P(x_k, m | z_{k-1}, u_k, x_0)}{P(z_k | z_{k-1}, u_k)} \quad (2)$$

式(1)、式(2)给出了通过贝叶斯估计递归计算联合后验概率 $P(x_k, m | z_k, u_k, x_0)$ 的方法。其意义为,在机器人初始位姿 x_0 已知时,控制输入信息 u_k 已知和观测信息 z_k 获得的前提下, k 时刻机器人的位姿和环境特征组成联合状态向量的条件概率。如果运动模型和测量模型已知,通过上述迭代方法即能求解 SLAM 问题。在实际应用中,大多采用基于 EKF 的 SLAM 解决方法。

1.2 SLAM 问题的关键技术

SLAM 问题中的关键性技术问题可以归结为以下 4 类。

(1) 地图的表示方式

环境地图的表示方法目前主要有 3 种:尺度地图、拓扑地图以及尺度地图与拓扑地图相结合的混合地图。

(2) 不确定性处理

对于不确定性处理的研究,关键在于数据关联。数据关联指的是不同时刻对两个特征标志进行匹配,确定它们是否来源于同一物体。数据关联主要有 3 个任务:新特征标志的检测、特征标志的匹配以及地图间的匹配。SLAM 问题里常用的数据关联算法有近邻算法和联合相容性算法。在目标跟踪、传感融合等领域,数据关联已经得到较好的解决,但是这些方法的计算量大,难以满足实时性的要求^[5]。

(3) 自定位

机器人自定位研究目前主要集中于无地图的定位。其中传统的无地图的定位方法为采用基于人工路标的方法,不足之处在于需要人工干预,并在现场设置路标。对于未知环境中的作业,此方法有一定局限性。

基于地图的定位技术近年来取得了较大进展,出现了一些针对真实环境且具有较强实时性和实用性的新方法,如 GVG、三角定位法和 Markov 定位法。该类方法的核心在于机器人获取的局部环境信息与已知地图中的环境信息的搜索和匹配。

(4) 路线规划

探索路线规划的主要目的是提高地图创建的效率,使得机器人在最短时间内感知尽可能大的区域。这方面的研究成果较少,一般采取让机器人沿着最短路径到达需要探索的区域的方法。此方法在原理上可行,但实际情况要复杂得多,设计路径时需同时顾及精确性和实时性,既能利用重复定位获取的关联数据来提高地图和定位精度,又能保证全局的收敛性和较高的探索效率^[6]。

2 扩展卡尔曼滤波

标准卡尔曼滤波是用于线性系统中的,根据系统状态方程,通过系统输入和输出观测数据,给出较优的系统状态估计。然而,在实际情况中,有很多系统是非线性的或是近似线性的,此时需要用到 EKF。EKF 对系统的状态方程和观测方程用一阶泰勒公式展开,以此来近似非线性系统,得到近似解。

非线性系统的运动状态模型和观测模型的一般形式如下:

$$x_k = f_{k-1}(x_{k-1}, u_{k-1}, \omega_{k-1}) \quad (3)$$

$$z_k = h_k(x_k) + v_k \quad (4)$$

其中, ω 为系统随机噪声, $\omega_k \sim (0, Q_k)$; v_k 为观测随机噪声, $v_k \sim (0, R_k)$ 。 Q 为过程激励噪声协方差矩阵, R 为观测噪声协方差矩阵。非线性函数 $f(\cdot)$ 将上一时刻 $k-1$ 的状态映射到当前时刻 k 的状态。 $h(\cdot)$ 为状态向量与观测向量之间的传递函数。

实际中我们不知道每一时刻 ω_k 和 v_k 的值,可以假设它们的值为 0。因此,EKF 的时间更新方程可以描述为:

$$\hat{x}_k^- = f_{k-1}(\hat{x}_{k-1}^+, u_{k-1}, 0) \quad (5)$$

$$P_k^- = A_{k-1} P_{k-1}^+ A_{k-1}^T + W_{k-1} Q_{k-1} W_{k-1}^T \quad (6)$$

其中, A 和 W 是 k 时刻的过程雅克比矩阵:

$$A_{k-1} = \left. \frac{\partial f_{k-1}}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{k-1}^+}, W_{k-1} = \left. \frac{\partial f_{k-1}}{\partial \omega} \right|_{x=\hat{x}_{k-1}^+}$$

根据式(5)和式(6),可以将系统状态和协方差阵估计从 $k-1$ 时刻向前推算到 k 时刻。

利用观测值变量 z_k 的值校正系统状态和协方差阵估计,可以得到 EKF 的系统更新方程:

$$\bar{K}_k = P_k^- H_k^T [H_k P_k^- H_k^T + V_k R_k V_k^T]^{-1} \quad (7)$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + \bar{K}_k [z_k - h_k(\hat{x}_k^-, 0)] \quad (8)$$

$$P_k^+ = [I - \bar{K}_k H_k] P_k^- \quad (9)$$

其中, H 和 V 是 k 时刻的量测雅克比矩阵:

$$H_k = \left. \frac{\partial h_x}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k^-}, V_k = \left. \frac{\partial h_x}{\partial v} \right|_{x=\hat{x}_k^-}$$

$k=1, 2, 3, \dots$ 时,循环以上步骤,即为 EKF 的大致算法流程。

EKF 适用于近似线性而非绝对线性的系统,并且能获得非常好的解决效果,给出较优的状态估计。

EKF 一直以来都是最常用的解决 SLAM 问题的方法,其协方差阵包含了机器人的位置和地图的不确定信息。当机器人连续地观测环境中的特征标志时,协方差阵的任何子矩阵的行列式都单调递减。从理论上讲,当观测次数趋于无穷大时,每个特征标志的协方差只与机器人的起始位置的协方差有关^[7]。

3 抗差 EKF 模型

系统的观测向量中往往包含粗差,粗差对 EKF 模型的状态估计有较大影响。以下将探究粗差如何影响状态估计,以及如何利用抗差 EKF 模型削弱或消除粗差的影响。

3.1 粗差对 EKF 模型状态估计的影响

假定 EKF 模型中系统噪声和观测噪声均为均值为 0 的白噪声。当观测测量中存在粗差时,模型的状态估计会受到干

扰,此时的观测方程可表示为:

$$\tilde{z}_k = h_k(x_k) + G_k \Delta_k + v_k \quad (10)$$

其中, G_k 为粗差干扰矩阵,由 0 和 1 组成; Δ_k 为粗差向量。则受粗差影响的预测残差 \tilde{v}_k 为:

$$\tilde{v}_k = \tilde{z}_k - h[\hat{x}_k^-] \approx v_k + G_k \Delta_k \quad (11)$$

这里只考虑了动态系统泰勒级数展开的一阶项,可以看出观测值粗差对预测残差有影响。用式(11)代替式(8),则得到滤波估计模型为:

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + \bar{K}_k \tilde{v}_k \quad (12)$$

由此可得,预测残差中的粗差通过增益矩阵影响了滤波状态估计值的精确度。在抗差理论的基础上,根据预测残差调节增益矩阵 \bar{K}_k 的大小,可以消除或削弱粗差对状态向量估计的影响。以下将介绍本文采用的消除或削弱粗差的方法。

3.2 抗差 EKF 模型

我们无法对粗差出现的位置和大小做出准确判断,然而观测向量中的粗差在 EKF 预测残差 v_k 中有很大程度的体现,因此可根据 v_k 来构造等价 EKF 增益矩阵。

等价增益矩阵应与增益矩阵 \bar{K}_k 和 EKF 预测残差 v_k 有关,同时根据误差理论,观测精度可用多余观测分量指标来表示。等价增益矩阵的选取应根据预测残差 v_k 的大小来选取:当残差较小时,可以认为此观测向量中只含有偶然误差,应保留此向量;当残差较大时,则应剔除该观测向量;当残差不足够大也不足够小时,应降低此观测向量对状态向量的影响。

因此可构造如下等价 EKF 增益矩阵形式,采用 IGG III 权函数^[8-9]:

$$\tilde{K}_{ij} = \begin{cases} \bar{K}_{ij}, & s_j \leq k_0 \\ \bar{K}_{ij} \times \frac{k_0}{s_j} \times \left[\frac{k_1 - s_j}{k_1 - k_0} \right]^2, & k_0 < s_j \leq k_1 \\ 0, & s_j > k_1 \end{cases} \quad (13)$$

其中, k_0 和 k_1 为抗差参数。 k_0 为分位参数,取值范围为 2.5~3.5; k_1 为淘汰点,取值范围为 3.5~4.5。

$$s_j = |v_{k,j}| / \sqrt{r_j \sigma_j} \quad (14)$$

其中, i 和 j 分别为状态向量和观测向量的维数, $v_{k,j}$ 为观测向量的预测残差, r_j 和 σ_j 分别为观测向量的多余观测向量和量测标准差。多余观测分量:

$$r = \text{diag}(Q_{v,v} W_{ii}) \quad (15)$$

其中, $Q_{v,v}$ 为残差向量的协方差矩阵, W_{ii} 为观测量的权矩阵, $\text{diag}(\cdot)$ 用于提取矩阵的对角线元素。每次更新后进行迭代计算,若给定迭代次数为 t ,则状态预报值及预测残差为:

$$\hat{x}_{k,t}^- = \hat{x}_{k,t-1}^+ \quad (16)$$

$$v_{k,t} = z_k - H_k \hat{x}_{k,t}^- \quad (17)$$

其中,第 t 次迭代后的状态预报值由第 $t-1$ 次迭代后的状态滤波值及其预测残差确定,根据式(13)、式(16)、式(17),则抗差滤波值为:

$$\hat{x}_{k,t}^+ = \hat{x}_{k,t}^- + \tilde{K}_{ij} v_{k,t} \quad (18)$$

若 $\hat{x}_{k,t}^+$ 和 $\hat{x}_{k,t}^-$ 的差值小于给定的限差,则迭代结束。如果 $t=1$,则 $\hat{x}_{k,0}$ (+) 为 k 时刻标准 EKF 估值。其后验协方差阵为:

$$P_k^+ = [I - \tilde{K}_{k,t} H_k] P_k^- \quad (19)$$

其中, $\tilde{K}_{k,t}$ 是迭代结束时的等价 EKF 增益矩阵。

3.3 改进的抗差 EKF 模型

若将抗差 EKF 模型直接应用到 SLAM 问题中,需要对每一组量测数据进行抗差迭代计算,但实际上并不是每组向量中都含有粗差,若每一组都进行抗差迭代计算,会导致计算量较大,降低模型的效率。为了提高解算速度,采取统计方法先确定观测向量中是否存在粗差,如果存在,则采用抗差 EKF 模型^[10];如果粗差不存在,则采用 EKF 模型。预测残差 v_k 为 m 维、0 均值,即 $E[v_k] = 0$ [$v_k v_k^T$],更新后的残差向量的协方差 $Q_{v_k v_k}$ 为:

$$Q_{v_k v_k} = H_k P_k^- H_k^T + R_k$$

统计检查量为^[11]:

$$\lambda_k(m) = (v_k^T) (Q_{v_k v_k}^{-1}) (v_k)$$

粗差不存在时,统计检验量 $\lambda_k(m)$ 服从自由度为 m 的 χ^2 分布;当存在粗差时,统计检验量 $\lambda_k(m)$ 服从自由度为 m 的非中心 χ^2 分布 (Umar I. Bhatti, 2006), m 表示观测向量 z_k 的维数。粗差探测的临界值 T_D 由显著性水平为 α 时的 χ^2 检验确定,判断标准为: $\lambda_k > T_D$, 存在异常,有粗差; $\lambda_k \leq T_D$, 无异常,无粗差。

当检验结果表明存在粗差时,调用抗差 EKF 滤波模型进行 SLAM 问题的解算,这样可避免不必要的过程,从而提高计算效率。

4 模拟程序实验结果分析及总结

通过模拟 SLAM 程序,绘制带有路标点的机器人运动轨迹图(见图 1),其中实线为机器人运动轨迹,星状点为设定的路标点,机器人的运动速度为 3m/s。在观测向量中人为加入随机粗差,分别用标准的 EKF 方法和抗差 EKF 方法对机器人的轨迹进行描述(见图 2、图 3)。图中两条线分别为机器人实际运动轨迹和程序运算出的机器人运动轨迹。

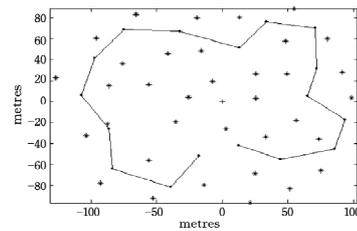


图 1 机器人运动轨迹图

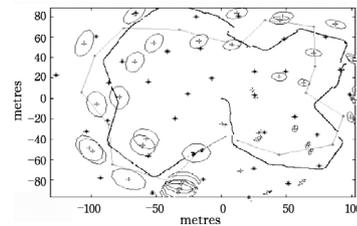


图 2 标准 EKF 模型模拟

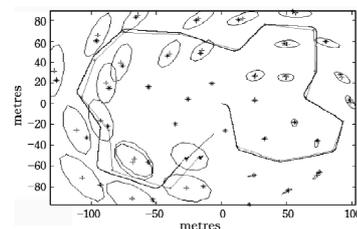


图 3 抗差 EKF 模型模拟

图 4 和图 5 表示两种定位方法的误差值大小。

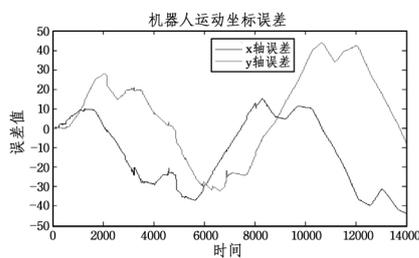


图4 标准EKF模型模拟误差

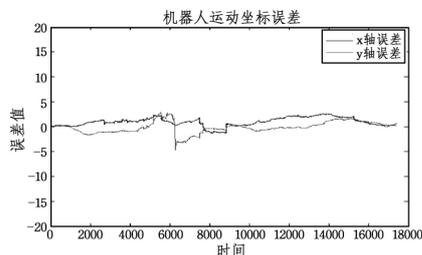


图5 抗差EKF模型模拟误差

从图2中可以看到,加入粗差以后,标准的EKF算法得到的机器人运行轨迹与实际有较大偏差;从图4可以看出误差很大,并且沿同一方向行进时,误差会产生累积,即逐渐偏离真实航向,无法达到定位的要求。从图3和图5中可以看到,对于观测向量中含有较大粗差的模型,运用改进的抗差EKF算法仍然能有效剔除粗差的影响,并计算得到较精确的机器人的运行轨迹,各方向的误差控制在5m以内,其中93%的点误差在3m以内。

由模拟程序实验可以得到以下结论:在观测向量含有较大粗差的系统中,应用抗差EKF模型能有效剔除和减弱粗差

对系统结果处理的影响。

参考文献

- [1] HUGH D W, TIME B. Simultaneous localization and mapping: Part I [J]. *Robotics & Automation Magazine*, 2006, 13(2): 99-110.
- [2] SMITH R, SELF M, CHESSEMAN P. Estimating uncertain spatial relationships in robotics [M] // *Autonomous Robot Vehicles*. Springer-Verlag, New York, 1990: 167-193.
- [3] 浙江大学数学系. 概率论与数理统计 [M]. 北京: 科学出版社, 1965.
- [4] 李漳南, 吴荣. 随机过程教程 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1987.
- [5] 罗荣华, 洪炳熔. 移动机器人同时定位与地图创建研究进展 [J]. *机器人*, 2004, 26(2): 182-186.
- [6] 陈卫东, 张飞. 移动机器人的同步自定位与地图创建研究进展 [J]. *控制理论与应用*, 2005, 22(3): 455-460.
- [7] DISSANAYAKE G, NEWMAN P M, et al. A solution to the simultaneous localization and map building problem [J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2001, 17(3): 229-241.
- [8] 余学祥, 陆伟才. 抗差卡尔曼滤波模型及其在GPS监测网中的应用 [J]. *测绘学报*, 2001, 30(1): 27-31.
- [9] 李德仁, 袁修孝. 误差处理与可靠性理论 [M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2002.
- [10] 王坚, 王金岭, 高井祥. 基于抗差EKF的GNSS导航模型研究 [J]. *中国矿业大学学报*, 2008, 37(4): 473-477.
- [11] BHATTI U I, OCHIENG W Y, FENG S J. Integrity of an integrated GPS/INS system in the presence of slowly growing errors. Part I: A critical review [J]. *GPS solution*, 2007, 11(3): 173-181.
- [12] proach to rank images from text queries [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2008, 30(8): 1371-1384.
- [13] WU F, LU X, ZHANG Z, et al. Cross-media semantic representation via bi-directional learning to rank [C] // *MM'13*. 2013: 877-886.
- [14] JIANG X, WU F, LI X, et al. ACM International Conference on Multimedia [J]. *Computer & Graphics*, 1994, 18(4): 611-612.
- [15] DEERWESTER S, DUMAIS S, FURNAS G, et al. Indexing by latent semantic analysis [J]. *Journal of the American Society for Information Science*, 1990, 41(6): 391-407.
- [16] BAI B, WESTON J, GRANGIER D, et al. Learning to rank with (a lot of) word features [J]. *Information Retrieval*, 2010, 13(3): 291-314.
- [17] TSOCHANTARIDIS I, JOACHIMS T, HOFMANN T, et al. Large margin methods for structured and interdependent output variables [J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2006, 6(2): 1453-1484.
- [18] JOACHIMS T. A support vector method for multivariate performance measures [C] // *Proceedings of the 22nd International Conference on Machine Learning*. 2005: 377-384.
- [19] SHALEV-SHWARTZ S, SINGER Y, SREBRO N. Pegasos: Primal estimated sub-gradient solver for svm [C] // *Proceedings of the 24th International Conference on Machine Learning*. 2007: 807-814.
- [20] JOACHIMS T, FINLEY T, YU C. Cutting-plane training of structural svms [J]. *Machine Learning*, 2009, 77(1): 27-59.
- [21] BAEZA-YATES R, RIBEIRO-NETO B. *Modern Information Retrieval* [M]. Addison-Wesley, 1999.
- [22] Ada [OL]. <http://www.svcl.ucsd.edu/projects>.

(上接第87页)

相近的可能性也就越大。

(2) 互联网用户社会网络的构建

如果两个跨媒体数据在跨媒体数据关联网络中有联系,那么这两个跨媒体数据的发布者都会在互联网用户社会网络中相关联。在用户网络中,每个点代表一个用户,每条边代表两个用户的联系,边的权值表示两个用户的关联度。

(3) 用户网络潜在应用

通过用户网络和跨媒体数据网络选出的重要互联网用户 and 重要跨媒体数据可以在相近语义的挖掘中发挥巨大的作用。例如,对于一个包含同一具体事件的大数据集,可以通过两种网络的分析快速确定重要的跨媒体数据,这些数据可能能够完整地概述整个数据集或表达民众的态度。

参考文献

- [1] HOTELLING H. Relations between two sets of variates [J]. *Biometrika*, 1936, 28(3/4): 321-377.
- [2] RASIWASIA N, PEREIRA J C, COVIELLO E, et al. A new approach to cross-modal multimedia retrieval [C] // *Proceedings of the International Conference on Multimedia*. 2010: 251-260.
- [3] JIA Y, SALZMANN M, DARRELL T. Factorized latent spaces with structured sparsity [C] // *Advances in Neural Information Processing Systems*. 2010, 23: 982-990.
- [4] JIA Y, SALZMANN M, DARRELL T. Learning cross-modality similarity for multinomial data [C] // *IEEE International Conference on Computer Vision*. 2011: 2407-2414.
- [5] GRANGIER D, BENGIO S. A discriminative kernel-based ap-