

基于均匀圆阵的改进UCA-ESPRIT算法

刘艳¹ 廖勇²

(长江师范学院电子信息工程学院 重庆408000)¹ (重庆大学通信与测控中心 重庆400044)²

摘要 波达方向(DOA)估计是阵列信号处理的研究热点和难点之一。基于阵列天线,利用空间谱估计理论进行DOA估计,提出一种改进算法——I-UCA-ESPRIT。首先根据均匀圆阵(UCA)的中心对称性,将输入信号进行重新排列;然后将重新排列的信号进行实值转换,并对相关矩阵进行特征值分解;最后引入SVD算法,以求解来波信号的方位角和俯仰角。仿真结果表明,该算法不仅适用于DOA估计的非相干信号和相干信号,且优于UCA-RB-MUSIC算法和UCA-ESPRIT算法。

关键词 智能天线,DOA,均匀圆阵,UCA-ESPRIT

中图分类号 TN911.72 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2017.12.014

Improved UCA-ESPRIT Algorithm Based on Uniform Circular Array

LIU Yan¹ LIAO Yong²

(Department of Electronic Information Engineering, Yangtze Normal University, Chongqing 408000, China)¹

(Center of Communication and TT&C, Chongqing University, Chongqing 400044, China)²

Abstract DOA (Direction of Arrival) estimation has become one of research hotspots and difficulties in array signal processing. This paper discussed an improved algorithm by using theory of special spectrum estimation based on smart antenna. An improved UCA-ESPRIT algorithm was discussed. Firstly, the array of the input signal can be reordered according to the central symmetry of uniform circular array (UCA). Then the data array is real-value transformed, and the covariance matrix of the transformed array is carried out by eigenvalue decomposition. Finally, to solve the azimuth angle and elevation angle, SVD is carried out. Simulation results show that the proposed algorithm is not only suitable for the DOA estimation of incoherent signals and coherent signals, but also superior to UCA-RB-MUSIC algorithm and UCA-ESPRIT algorithm.

Keywords Smart antenna, DOA, Uniform circular array, UCA-ESPRIT

1 引言

随着移动通信的发展,智能天线的研究已成为了移动通信的热点之一。智能天线技术是将所需要的无线电信号导向具体的方向,并产生空间定向波束,从而使天线的主波束对准用户信号的到达方向,而旁瓣或零陷对准干扰信号的到达方向,以消除干扰对系统的影响。而波束形成的关键是准确知道无线电信号的到达方向,因此波达方向(Direction Of Arrival, DOA)估计是波束形成的基础。至今,DOA估计已在雷达、声纳、移动通信等许多场景中得到广泛应用^[1]。

目前,DOA估计算法主要有ESPRIT算法^[2]、MUSIC算法^[3]和WSF算法等^[4]。均匀圆阵(UCA)能够得到方位角范围和俯仰角信息,还可提供360°的方位信息。针对UCA的自身特点及传统的UCA-ESPRIT算法不能进行解相干信号

估计的缺陷,本文提出一种改进型UCA-ESPRIT算法,即I-UCA-ESPRIT。

2 均匀圆阵的信号模型

设M根相同的全方位天线均匀分布在平面内半径为r的圆周上,阵列的圆心是参考点。 θ 表示俯仰角,是指入射信号与z轴之间的夹角; ϕ 表示方位角,沿x轴逆时针进行测量^[5]。

在 (θ, ϕ) 方向上的导向矢量可表示为:

$$\mathbf{a}(\theta_k, \phi_k) = [e^{j\xi \cos(\phi - \gamma_0)}, \dots, e^{j\xi \cos(\phi - \gamma_M)}]^T \quad (1)$$

其中, $\xi = \frac{2\pi r}{\lambda} \sin \theta$, $\gamma_n = \frac{2\pi n}{M}$, $n = 1, \dots, M$, $J_m(\xi)$ 是第一类Bessel函数。

由此可知,在已知工作频率和天线阵列结构时,导向矢量是 (θ, ϕ) 的函数。

在t时刻,D个相互独立的远场窄带信号入射到该阵列

来稿日期:2016-10-17 返修日期:2017-02-05 本文受国家自然科学基金(61501066),重庆市基础与前沿研究计划项目(cstc2015jcyjA40003)资助。

刘艳(1986-),女,硕士,助教,主要研究领域为阵列信号处理;廖勇(1982-),男,博士,副研究员,CCF高级会员,主要研究领域为宽带无线通信与网络,E-mail: liaoy@cqu.edu.cn(通信作者)。

上,则圆阵的输出为:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{a}(\theta, \phi) \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (2)$$

假设阵列输出噪声 $\mathbf{N}(t)$ 为高斯白噪声,其均值为 0,方差为 $\sigma^2 \mathbf{I}$ 。阵列间,噪声是相互独立的,且噪声和信号也是相互独立的。因此,阵列的输出协方差矩阵为:

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{X}(t) \mathbf{X}^H(t)] = \mathbf{A} \mathbf{P} \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{P} = E[\mathbf{S}(t) \mathbf{S}^H(t)]$ 。

3 改进的估计算法

目前,已有许多关于 UCA 的波达估计算法,典型的有 UCA-RB-MSUIC, UCA-ESPRIT, UCA-RARE^[6]等。UCA-RB-MUSIC 算法^[7]应用相位模式激励法使 UCA 阵列流形具有类均匀线阵的形式;然后构造波束形成器,将阵元空间中的均匀圆阵转换为波束空间;最后再进行谱峰搜索,从而得到 DOA。UCA-ESPRIT 算法^[8]采用了基于相位模式激励的 UCA 波束形成器来产生波束空间。由于 UCA 天线阵列的远场方向图公式可表示为包含 Bessel 函数的级数形式,因此可通过 Bessel 函数的递归性质来得到波束空间矩阵的旋转不变性,进而得到信号子空间的旋转不变性,因此可以根据旋转因子矩阵的特征值来进行 DOA 估计。

通过利用 UCA 自身的特点,并结合处理相干的方法,提出一种改进的 UCA-ESPRIT 算法,即 I-UCA-ESPRIT。I-UCA-ESPRIT 算法的思路如图 1 所示。

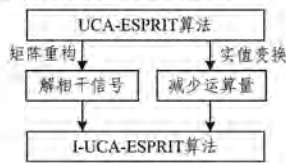


图 1 I-UCA-ESPRIT 算法的思想

智能天线中的 UCA 通常采用 8 阵元或 16 阵元。从偶数阵元的 UCA 观察中可以发现,由于天线是中心对称布置的,因此有:

$$\gamma_{M/2+m} = \gamma_m + \pi, m = 1, 2, \dots, M/2 \quad (4)$$

其中, γ_m 为第 m 个阵元与 x 轴间的夹角,从而有:

$$\mathbf{a}_m(\theta_i, \phi_i) = \mathbf{a}_{M/2+m}^*(\theta_i, \phi_i) \quad (5)$$

将阵列按照 $[1, 2, \dots, M/2, M, M/2+1, M/2+1]$ 重新排序,则有:

$$\mathbf{a}(\theta_i, \phi_i) = [\mathbf{a}_1(\theta_i, \phi_i) \dots \mathbf{a}_{M/2}(\theta_i, \phi_i) \mathbf{a}_M(\theta_i, \phi_i) \dots \mathbf{a}_{M/2+1}(\theta_i, \phi_i)]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{a}(\theta_i, \phi_i) = \mathbf{T} \mathbf{a}^*(\theta_i, \phi_i) \quad (7)$$

设 $\mathbf{M} \in C^{N \times K}$ 是一个中心对称 Hermitian 矩阵,即有 $\mathbf{\Pi}_N \mathbf{M}^* \mathbf{\Pi}_K = \mathbf{M}$,其中 $\mathbf{\Pi}_n$ 为 n 阶倒序矩阵,其定义如下:

$$\mathbf{\Pi}_n = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 1 \\ & \ddots & \\ 1 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

并记:

$$\mathbf{Q}_{2n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n & j\mathbf{I}_n \\ \mathbf{\Pi}_n & j\mathbf{\Pi}_n \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{Q}_{2n+1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n & 0 & j\mathbf{I}_n \\ 0^T & \sqrt{2} & 0^T \\ \mathbf{\Pi}_n & 0 & j\mathbf{\Pi}_n \end{bmatrix}$$

其中, \mathbf{I}_n 是 n 阶单位矩阵,则可得 $\mathbf{N} = \mathbf{Q}_N^{-1} \mathbf{M} \mathbf{Q}_K$ 是一个实矩阵。因此,复矩阵 \mathbf{M} 与实矩阵 \mathbf{N} 就有了逐一对应的关系。对 \mathbf{N} 进行奇异值分解得到 $\mathbf{N} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H$,则 $\mathbf{M} = (\mathbf{Q}_N \mathbf{U}) \mathbf{\Sigma} (\mathbf{V}^H \mathbf{Q}_K^{-1})$,由此可知, \mathbf{M} 的左奇异向量具有上下共轭对称的性质。根据特征向量与奇异向量的关系可知, \mathbf{M} 的特征向量也具有上下共轭对称特性。信号子空间的特征向量先是由实矩阵特征分解得到的结果来构造,然后得到信号子空间精确的估计,从而减少算法的运算量,并提高算法的精度。

I-UCA-ESPRIT 算法的具体步骤如下:

(1) 在相干信号源条件下,按照式(6)的排序对接收到的信号进行交换,从而得到圆阵阵列的输出矩阵 \mathbf{X} 及其协方差矩阵 \mathbf{R}_X ;

(2) 将均匀圆阵变换为虚拟均匀线阵,得到虚拟线阵的输出矩阵 \mathbf{Y} 及其协方差矩阵 \mathbf{R}_Y ;

(3) 计算 $\mathbf{R} = \text{real}(\mathbf{Q}_N^{-1} \mathbf{R}_Y \mathbf{Q}_M)$ ^[9];

(4) 对 \mathbf{R} 进行特征值分解,得到最大特征值所对应的特征向量;

(5) 利用相关函数 $r(k)$,按照式

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} r(0) & r(1) & \dots & r(N-1) \\ r(-1) & r(0) & \dots & r(N-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(-N+1) & r(-N+2) & \dots & r(0) \end{bmatrix}$$

构造矩阵 \mathbf{Z} ;

(6) 对新构造的矩阵 \mathbf{Z} 进行特征分解以得到信号子空间 \mathbf{U}_s ,并根据特征值估计出信号源的个数 N ;

(7) 对信号子空间采用空间平滑原理,从而得到重构矩阵 \mathbf{R}' ;

(8) 对 \mathbf{R}' 进行实值特征值分解,从而得到对应的特征向量;

(9) 求得来波信号的方位角和俯仰角。

4 性能分析

实验 1 考查 I-UCA-ESPRIT 算法随信噪比变化的性能。两个相干信号 Signal 1 和 Signal 2 入射到圆阵上,其二维到达方向分别为 $(70^\circ, 50^\circ)$ 和 $(100^\circ, 25^\circ)$,取阵元数为 8,快拍数为 300。当信噪比变化时,采用 I-UCA-ESPRIT 进行 300 次 Monte Carlo 实验。定义 DOA 估计均方误差 (RMSE),如式(10)所示:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\theta_i - \theta_i)^2 + (\phi_i - \phi_i)^2} \quad (10)$$

其中, (θ_i, ϕ_i) 为标准值, (θ, ϕ) 为估计值。

表 1 列出了信噪比变化时 I-UCA-ESPRIT 算法对相干信号的估计结果。

SNR/dB	Signal 1 (70,50)	Signal 2 (100,25)
0	(67.1482, 53.4980)	(104.2985, 28.8624)
5	(71.1903, 51.0018)	(101.1981, 23.8399)
10	(70.0518, 50.0214)	(100.0159, 25.0403)

由表 1 可知, I-UCA-ESPRIT 的估计精度随着信噪比的增加而提升。

实验 2 相干信号 3 $(50^\circ, 10^\circ)$ 和信号 4 $(100^\circ, 60^\circ)$ 入射到圆阵上。取阵元数为 8,快拍数为 300,信噪比为 0dB。表 2

列出了 I-UCA-ESPRIT 算法与 UCA-ESPRIT 算法对相干信号的估计结果。

表 2 两种算法的 DOA 估计/ $^{\circ}$

信号	1 (50,10)	2 (100,60)
UCA-ESPRIT 理论值	X	X
UCA-ESPRIT 相对误差	X	X
I-UCA-ESPRIT 理论值	(49.3854, 9.8840)	(98.5292, 61.1503)
I-UCA-ESPRIT 相对误差	(1.23%, 1.16%)	(1.47%, 1.92%)

由表 2 可知, I-UCA-ESPRIT 算法适用于相干信号, 而 UCA-ESPRIT 算法对相干信号失效。

实验 3 3 个信号分别入射到圆阵上, 其二维到达方向分别为信号 1($10^{\circ}, 30^{\circ}$)、信号 2($50^{\circ}, 60^{\circ}$)和信号 3($100^{\circ}, 50^{\circ}$), 信噪比为 5dB, 阵元数为 8, 快拍数为 300。表 3 列出了 I-UCA-ESPRIT 算法的估计结果。

表 3 I-UCA-ESPRIT 算法的 DOA 估计/ $^{\circ}$

信号	1(10,30)	2(50,60)	3(100,50)
I-UCA-ESPRIT	(10.9408, 29.0125)	(51.0214, 60.9101)	(99.1256, 50.9378)

由表 3 可知, 若改变信号的二维到达方向, I-UCA-ESPRIT 算法仍能进行 DOA 估计。

实验 4 设两个窄带远场信号源入射到圆阵上, 信噪比为 5dB。表 4 列出了在不同快拍数时 I-UCA-ESPRIT 算法和 UCA-ESPRIT 算法的运行时间。

表 4 阵元数为 8 时算法的运行时间/s

快拍数	128	512	1024	2048
UCA-ESPRIT	0.203582	0.250901	0.341657	0.401925
I-UCA-ESPRIT	0.085142	0.125846	0.164875	0.196541

由表 4 可知, 随着快拍数的增加, 两种算法的运行时间也增加。但总体而言, I-UCA-ESPRIT 算法的运行时间短于 UCA-ESPRIT 算法的时间。

实验 5 当快拍数为 300, 信噪比在 $-10 \sim 10$ dB 取值时, 对 I-UCA-ESPRIT 算法、UCA-ESPRIT 算法、UCA-RB-MUSIC 算法、UCA-RARE 算法进行比较。图 2 给出了 4 种算法的 RMSE 随信噪比变化的曲线。

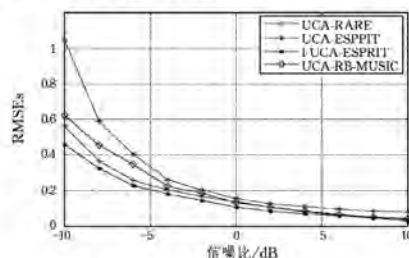


图 2 不同算法随信噪比变化的均方根误差曲线

由图 2 可知, 在低信噪比的情况下, UCA-RARE, UCA-RB-MUSIC 和 I-UCA-ESPRIT 具有较优的性能, 但 UCA-RB-MUSIC 算法的运行时间长于其他算法, 同时 UCA-ESPRIT 算法存在较大的误差, 而 I-UCA-ESPRIT 的性能最优。在高信噪比时, 这些算法都具有较优的性能。

结束语 在 DOA 估计算法中, UCA-RB-MUSIC 谱峰搜索算法需要大量的计算, UCA-ESPRIT 算法无法处理相干信

号。针对上述问题, 研究并提出了 I-UCA-ESPRIT 算法, 利用 SVD 算法和矩阵重构的方法对接收数据协方差矩阵进行解相干处理; 利用实值变换的概念, 将矩阵分解从复数域变换到实数域, 从而有效地减少了运算量; 同时对该算法进行了仿真实验, 分析了影响 DOA 估计精度的快拍数和信噪比因素。从仿真结果来看, I-UCA-ESPRIT 算法能够很好地分辨非相干信号和相干信号, 且具有较高的估计精度。

参考文献

- [1] ZHANG Z Y, LI X B, XU X Y, et al. The modified ESPRIT method under low SNR condition[J]. Fire Control & Command Control, 2015, 40(6): 91-95. (in Chinese)
张正言, 李小波, 徐旭宇, 等. 低信噪比条件下改进 ESPRIT 方法[J]. 火力与指挥控制, 2015, 40(6): 91-95.
- [2] YU C H, LI Z, ZHOU M X. Research on ESPRIT method in MIMO array[J]. Information & Communications, 2015(10): 42-43. (in Chinese)
俞春华, 李政, 周明星. ESPRIT 方法在 MIMO 阵列中的应用研究[J]. 信息通信, 2015(10): 42-43.
- [3] LAVATE T B, KOKATE V K, SAPKAL A M. Performance analysis of MUSIC and ESPRIT DOA estimation algorithms for adaptive array antenna in mobile communication[C]// Second International Conference on Computer and Network Technology. Bangkok, Thailand, IEEE, 2010: 308-311.
- [4] JIA W N, LIU S L. Application of simulated annealing genetic algorithm in DOA estimation technique[J]. Computer Engineering and Applications, 2014, 50(12): 266-270. (in Chinese)
贾伟娜, 刘顺兰. 模拟退火遗传算法在 DOA 估计技术中的应用[J]. 计算机工程与应用, 2014, 50(12): 266-270.
- [5] SUN C Z. DOA Estimation algorithms in uniform circular array antenna[J]. Computer Simulation, 2015, 32(6): 177-181. (in Chinese)
孙翠珍. 均匀圆阵天线中 DOA 估计算法的研究[J]. 计算机仿真, 2015, 32(6): 177-181.
- [6] GOOSENS R, ROGIER H. A hybrid UCA-RARE/Root-MUSIC approach for 2-D direction of arrival estimation in uniform circular arrays in presence of mutual coupling[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2007, 55(3): 841-849.
- [7] ZHANG J. A uniform circular array DOA estimation algorithm[J]. Space Electronic Technology, 2004, 1(3): 46-49. (in Chinese)
张瑾. 一种均匀圆阵 DOA 估计算法[J]. 空间电子技术, 2004, 1(3): 46-49.
- [8] HU B X, SONG Z L, YU L L. Simulation of UCA-ESPRIT Algorithm in Smart Antennas[J]. Journal of PLA University of Science and Technology(Natural Science Edition), 2004, 5(1): 19-21. (in Chinese)
胡冰新, 宋自林, 于莉莉. 智能天线 UCA-ESPRIT 算法的仿真[J]. 解放军理工大学学报(自然科学版), 2004, 5(1): 19-21.
- [9] KAZEMI I, MONIRI M R, KANDOVAN R S. Optimization of angle-of-arrival estimation via real-valued sparse representation with circular array radar[J]. IEEE Access, 2013, 1: 404-407.