

基于瞬时相位分析的时钟抖动检测方法

朱彦卿 何怡刚

(湖南大学电气与信息工程学院 长沙 410082)

摘要 针对时钟信号抖动的测量问题,提出了一种通过分析信号瞬时相位来测量信号抖动的新方法。该方法利用基于双窗函数频域法实现的希尔伯特变换来构造待测时钟信号的解析信号,再由该解析信号提取出待测信号各个时刻的瞬时相位,最后通过分析相位的抖动计算出时钟信号的抖动。用该方法对实例含抖动时钟信号进行了仿真实验,结果表明所测抖动与在待测时钟信号中加入的抖动一致;在窗函数的对比实验中,该方法表现出了更好的测量精度。

关键词 抖动,希尔伯特变换,窗函数

中图分类号 TP274.2 **文献标识码** A

Testing Jitter on Clock Signals Based on Analysis of Instantaneous Phase

ZHU Yan-qing HE Yi-gang

(College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract A novel method based on the analysis of instantaneous phase was proposed to extract the jitter on clock signals. The method utilizes the Hilbert transform to extend the real signal of clock into an analytic signal, and the implementation of Hilbert transform is based on the Fourier transform windowed with two window functions. Then, the jitter of clock is extracted from the instantaneous phase of analytic signal. The experimental results for a jitter signal present that the proposed method can effectively extract the jitter on clock signals and has better precision than other methods.

Keywords Jitter, Hilbert transform, Window function

时钟信号是时序逻辑的基础,广泛应用于微处理器和通信系统中。在高性能的微处理器、高速数据采集和通信系统的应用中,时钟速度越来越高,时钟抖动对系统性能的影响也越来越大^[1,2]。在通信系统中,输出时钟信号大的抖动很容易导致数据在传输过程中丢失。而在高速处理器中,大的时钟抖动会使系统操作变慢,以避免出错。因此,时钟抖动的测量问题日益成为关乎现代高速系统稳定性的一个重要部分。

目前,已有不少方法可对时钟抖动进行估计和测量,例如:直接测量时钟周期、直方图、相干采样、相噪声以及信噪比方法等^[3-11]。其中,直接测量和直方图方法对测试仪器的要求比较高,而且主要针对高速串行通信,如高速背板误码率测试等。相干法虽然原理简单,但是它要求时钟与信号的频率相干,在现实中很难实现。而相噪和信噪比法则需要高纯度正弦信号源和高精度数据采集系统或相噪仪,因此在实际操作中限制较多。文献^[11]提出了基于时钟相位分析的方法来测量时钟的抖动,该方法具有高速、低成本等优点,但存在测试精度受采样信号长度影响的问题。

本文提出了基于有限长信号瞬时相位分析的时钟抖动测量方法。该方法对时钟信号加双窗函数截短得到有限离散序列后,再通过基于 FFT 实现的希尔伯特变换构造解析信号来分析原信号的瞬时相位,最后根据瞬时相位测量出时钟的抖动。

1 解析信号

希尔伯特变换是信号分析中的重要工具,利用希尔伯特变换可以构造所谓的“解析信号”。与信号分析的傅氏变换不同,希尔伯特变换不是把信号从时间域变换到频域,而是仍然把信号从时间域变换到时间域^[12]。

对于连续时间信号 $x(t)$,其希尔伯特变换 $\hat{x}(t)$ 定义为

$$\hat{x}(t) = H[x(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau} d\tau = x(t) * \frac{1}{\pi t} \quad (1)$$

由以上定义可知,信号 $x(t)$ 的希尔伯特变换就是信号本身与函数 $1/\pi t$ 在时域里的卷积,即信号 $x(t)$ 通过滤波器 $h(t) = 1/\pi t$ 的输出。 $h(t)$ 的频率响应为

$$H(j\omega) = \begin{cases} -j & \omega > 0 \\ j & \omega < 0 \end{cases} \quad (2)$$

由此可知,希尔伯特变换等价于一个幅频特性为 1 的全通滤波器。信号通过这个滤波器后,信号频谱将做 90° 相移。

时间信号 $x(t)$ 的解析信号 $z(t)$ 定义为

$$z(t) = x(t) + j\hat{x}(t) \quad (3)$$

而信号的瞬时相位 $\phi(t)$ 定义为

$$\phi(t) = \tan^{-1}(\hat{x}(t)/x(t)) \quad (4)$$

到稿日期:2009-09-30 返修日期:2009-12-17 本文受 863 国家自然科学基金项目(60876022),国家 863 计划(No. 2006AA04A104),国家杰出青年科学基金(50925727),湖南省科技计划项目(2008Gk2022),广东省教育部产学研项目(2009B090300196)资助。

朱彦卿(1978-),男,讲师,主要研究方向为集成电路测试方法等,E-mail:zyq0813@163.com;何怡刚(1966-),男,教授,主要研究方向为集成电路测试理论和方法等。

同样,对于离散信号 $x(n)$,其希尔伯特变换 $\hat{x}(n)$ 定义为

$$\hat{x}(n) = x(n) * h(n) \quad (5)$$

而 $x(n)$ 的解析信号 $z(n)$ 及其瞬时相位 $\phi(n)$ 分别定义为

$$z(n) = x(n) + j\hat{x}(n) \quad (6)$$

$$\phi(n) = \tan^{-1}(\hat{x}(n)/x(n)) \quad (7)$$

利用希尔伯特变换构造出的解析信号可以认为是原时间信号在时域的翻版,并包含原信号的相位信息。因此通过解析信号便可分析原信号的瞬时特性,包括瞬时相位和瞬时频率等。

2 时钟抖动

理想的时钟信号应该是频率固定的周期信号,但实际的时钟信号往往并不是理想的周期信号,总是含有时钟抖动。时钟的抖动可以用时间抖动(timing jitter)和周期抖动(period jitter)来度量^[10]。时间抖动是指时钟实际边沿与理想边沿之间的偏差,其值由下式给出

$$t_j(k) = t(k) - kT \quad (8)$$

式中, $t_j(k)$ 为时钟信号第 k 个边沿的时间抖动, $t(k)$ 为时钟信号第 k 个边沿的实际时间, T 为理想时钟周期。

周期抖动则由下式给出

$$p_j(k) = t_j(k) - t_j(k-1) \quad (9)$$

式中, $p_j(k)$ 为时钟信号第 k 个周期的抖动, $t_j(k)$ 和 $t_j(k-1)$ 分别为时钟信号第 k 个和 $k-1$ 个边沿的时间抖动。

3 抖动测量

时钟抖动测量的基本思想是利用希尔伯特变换构造时钟信号的解析信号,通过分析解析信号的瞬时特性测量出时钟的抖动。

构造时钟信号的解析信号可以先采样时钟信号,再对采样序列进行希尔伯特变换来得到。由希尔伯特变换的定义和性质不难看出,可以从频域去求它。具体分析如下。

设时间信号 $x(t)$ 的傅氏变换为 $F(j\omega)$,其解析信号 $z(t)$ 的傅氏变换有

$$\begin{aligned} F\{z(t)\} &= F\{x(t) + j\hat{x}(t)\} \\ &= F\{x(t)\} + jF\{x(t) * h(t)\} \\ &= F(j\omega) + jF(j\omega)H(j\omega) \end{aligned} \quad (10)$$

再由式(2)可得

$$F\{z(t)\} = \begin{cases} 2F(j\omega), & \omega > 0 \\ 0, & \omega < 0 \end{cases} \quad (11)$$

因此,由上述分析可知只需求得 $x(t)$ 的傅氏变换 $F(j\omega)$,再求式(11)的傅氏逆变换便可得到 $x(t)$ 的解析信号。

频域法求解析信号需先求原信号的傅氏变换,而实际中采样时钟信号得到的离散序列总是有限长的,因此不可避免地要遇到数据截短的问题。对离散序列的截短是通过序列与窗函数相乘来实现的,不同的窗函数对原信号的影响也不同,包括对原信号在时域波形和频域形状的影响。理想窗函数的频谱应该是主瓣尽量窄,而旁瓣峰值尽量小,使得频域能量主要集中在主瓣。然而在 FFT 谱估计中,频谱的频率分辨率

和幅值估计精度是一对矛盾,在用窗函数改善频谱的幅值估计误差时必然要降低频谱的频率分辨率。不可能设计出一个既具有小的幅值估计误差,又不降低频率分辨率的窗函数。为此,这里采用了加双窗函数的做法^[13]。

首先,用矩形窗

$$u(t) = \begin{cases} \frac{\sin(2\pi tdf)}{2\pi tdf}, & |t| \leq T \\ 0, & |t| > T \end{cases} \quad (12)$$

的 FFT 谱作为基础谱,上式中 $df = f_s/M$ (f_s 为采样频率, M 为采样长度)。由于时域的截断导致频域的振荡,其窗谱的主瓣只能近似为矩形。这样仍然有很大的幅值估计误差,为此对理想的时窗函数进行了改进,得到

$$u(t) = \begin{cases} \frac{\sin(2.9\pi tdf)}{2.9\pi tdf}, & |t| \leq T \\ 0, & |t| > T \end{cases} \quad (13)$$

然后用上式窗函数的 FFT 谱作为校正谱对基准谱峰值点处的幅值估计误差进行校正。峰值点的选取方法是以其中心的 5 条谱线内的最大点,若满足该条件,则用对应点校正谱的频谱值代替。

通过上述加双窗函数的频域法求得时钟信号的解析信号后,便可求得信号的瞬时相位 $\phi(t)$ 。设时钟抖动引起的相位抖动为 $\Delta\phi(t)$,那么瞬时相位 $\phi(t)$ 可表示为

$$\phi(t) = [2\pi f_0 t + \Delta\phi(t)] \bmod 2\pi \quad (14)$$

式中, f_0 为时钟信号的平均频率,其值可由 $\phi(t)$ 的线性分量求得。因此,从上式所求得的 $\phi(t)$ 中除去线性分量后便可得到相位抖动 $\Delta\phi(t)$ 。

再由时钟抖动的定义,在时间序列的上跳沿对相位抖动取值,便可由相位抖动分别计算得到时钟的时间抖动

$$t_j(k) = \Delta\phi(t_k) / 2\pi f_0 \quad (15)$$

而周期抖动则由下式给出

$$p_j(k) = \frac{\Delta\phi(t_k) - \Delta\phi(t_{k-1})}{2\pi f_0} \quad (16)$$

式中, t_k 和 t_{k-1} 分别表示时钟信号序列第 k 个和 $k-1$ 个上跳沿时刻。

然后,根据 $t_j(k)$ 和 $p_j(k)$ 便可计算出时钟抖动的均方根(Root Mean Square, RMS)

$$\text{RMS}_{t_j} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} t_j(k)^2} \quad (17)$$

$$\text{RMS}_{p_j} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} p_j(k)^2} \quad (18)$$

因此,时钟抖动的测量步骤如下:

1. 采样时钟信号,并对采样序列 $x(n)$ 按上述方法加双窗函数后再进行傅氏变换,得到时钟信号的频谱 $F(j\omega)$ 。

2. 求解析信号 $z(n) = x(n) + j\hat{x}(n)$ 的频谱,即将频谱 $F(j\omega)$ 所有负频率成分置零,而正频率成分乘 2。再对所求频谱施加逆傅氏变换,得到时间序列 $x(n)$ 对应的解析信号 $z(n)$ 。

3. 计算解析信号 $z(n)$ 的瞬时相位 $\phi(n)$,从 $\phi(n)$ 中去除线性分量后求得时钟的抖动相位 $\Delta\phi(n)$ 。

4. 根据时间序列 $x(n)$ 确定时钟信号的各上跳沿时刻 n_k ,并采样抖动相位序列得到 $\Delta\phi(n_k)$ 。最后分别计算出时钟信号的抖动及其 RMS。

4 仿真实验与分析

考虑如下式所示的含有抖动的时钟信号^[11]：

$$x(t) = \text{sgn}[\sin(2\pi f_c(t + K\cos(2\pi f_p t)))] \quad (19)$$

式中, $\text{sgn}[\cdot]$ 为符号函数, f_c 为无抖动时钟信号的频率, 参数 K 和 f_p 用于调节时钟信号抖动的大小。显然, 按该式生成的时钟信号中所包含的抖动为三角函数抖动。测量时, 取 $f_c = 10\text{MHz}$, $f_p = 300\text{kHz}$ 以及 $K = 1\text{ns}$, 得到待测时钟信号。然后根据上一节所论述的方法和步骤测量出时钟信号的抖动值。根据测量结果, 图 1 画出了待测时钟信号的时间抖动码密度直方图。

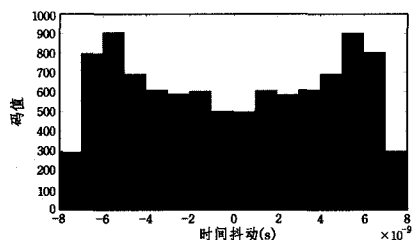


图 1 时间抖动的码密度直方图

图 1 所示的码密度直方图显示, 从待测信号中测得的抖动值的码密度呈三角函数概率密度分布。这表明, 按本文所提方法测量出的时钟抖动的概率分布与按式(19)生成的待测时钟信号中所含抖动为 $K \cos(2\pi f_p t)$ 的实际情况相符。因此, 该方法的测量结果能准确反映出待测时钟信号抖动的实际情况。

由于求希尔伯特变换时采用的是基于加窗傅氏变换实现的, 而不同的窗函数有着不同的滤波特性, 即对信号的影响不同, 因此, 选用矩形窗、汉宁(Hanning)窗和双窗作为窗函数分别测量的待测时钟信号的抖动, 观察不同窗函数对测量结果的影响。为进行比较, 测量 K 取不同值时, 待测时钟信号周期抖动的 RMS, 图 2 分别给出了 3 种窗函数的测量结果。

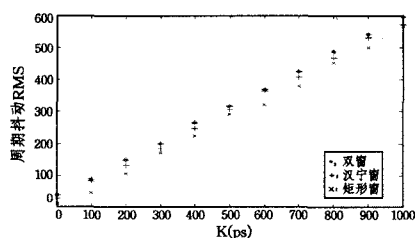


图 2 周期抖动 RMS

从图 2 可以看出, 3 种窗函数的测量结果基本上随 k 值线性变化, 而其中双窗的线性度最佳。这主要是不同窗函数处理信号的能力不同而导致的。使用窗函数对信号进行截短时会产生能量泄漏, 而用 FFT 算法计算频谱时又会产生栅栏效应, 从原理上讲这两种误差都是不能消除的, 但是通过选择不同的窗函数对它们的影响可进行不同程度的抑制。不同的窗函数截短信号时产生泄漏的大小不一样, 频率分辨能力也不一样, 因此对信号频谱的影响不一样。这 3 种窗函数的对比实验结果表明, 海明窗在信号截短时的频谱泄露最小并具有较高的频率分辨率, 因此较其他窗函数表现出更好的测量精度。

作为进一步的分析, 观察了不同采样频率下抖动的测量情况。实验结果如图 3 所示。

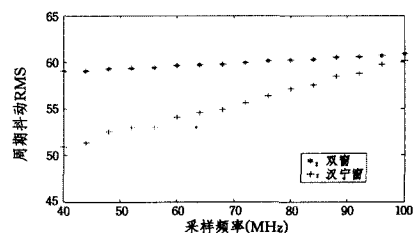


图 3 不同采样频率下的周期抖动 RMS 测量值

从图 3 中可看出, 汉宁窗测量结果受采样频率的影响远远大于双窗法。结果表明双窗法既保持了矩形窗频率分辨率高的特点, 又具有幅值估计误差小的特点。

结束语 本文研究了时钟信号抖动的测量, 提出了一种新的时钟抖动测量方法。该方法采用基于双窗函数频域法实现的希尔伯特变换来构造待测时钟信号的解析信号, 再通过解析信号分析待测信号的瞬时特性, 测量出时钟的抖动。用该方法对实例含抖动时钟信号进行了实验, 结果表明所测抖动与在待测时钟信号中加入的抖动一致; 在窗函数的对比实验中, 由于基于双窗函数的谱分析方法极大地改善了 FFT 谱幅值估计精度, 同时又没有降低谱的频率分辨率, 因此该方法比其他方法表现出了更好的测量精度。实验结果表明该测量方法能有效实现时钟信号抖动值的准确测量。

参考文献

- [1] 尹海丰, 毛志罔. 低抖动时钟锁相环设计[J]. 固体电子学研究与进展, 2008, 28(4): 564-568
- [2] 杨文波, 陈祝明, 朱晓章. 时钟抖动对 AD 有效位数的影响[J]. 电子科技大学学报, 2008, 7(6): 1-4
- [3] Cherubal S, Chatterjee A. A high-resolution jitter measurement technique using ADC sampling[C]// Proceedings of International test conference. 2001: 838-847
- [4] Chen P, Liu S L. A cyclic CMOS time-to-digital converter with deep sub-nanosecond resolution[C]// Proc. of IEEE Custom Integrated Circuits. 1999: 605-608
- [5] Cai Y, Laquai B, Luchman K. Jitter testing for gigabit serial communication transceivers[J]. IEEE Design & Test of Computers, 2002, 19: 66-74
- [6] Zanchi A, Papantonopoulos I, Tsay F. Measurement and SPICE prediction of sub-picosecond clock jitter in A/D converters[C]// Proceedings of the International Symposium on Circuits and Systems. 2003: 57-560
- [7] Zanchi A, Bonfanti A, Levantino S, et al. Cycle-to-cycle jitter relationship with application to the phase noise in PLL[C]// Proc. of the Southwest Symposium on Mixed-Signal Design. 2001: 32-37
- [8] 张瑞永, 赵海云, 陈国海, 等. 宽带数据采集系统的相位噪声分析[J]. 雷达科学与技术, 2009, 7(2): 147-250
- [9] Wang Chen, Zhu Jiangmiao, Verspecht J, et al. Advanced median method for timing jitter compensation[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2008, 29(3): 472-476
- [10] 吴义华, 宋克柱, 何正森. 时间抖动的测量[J]. 数据采集与处理, 2006, 21(1): 99-102
- [11] Yamaguchi T J, Soma M, Ishida M, et al. Extraction of instantaneous and RMS sinusoidal jitter using an analytic signal method[J]. IEEE transactions on circuits and systems II: analog and digital signal processing, 2003, 50(6): 288-298
- [12] Hahn S L. Hilbert transforms in signal processing [M]. Boston: Artech House, 1996
- [13] 何岭松, 熊鹰. 用双窗法减小 FFT 谱分析估算误差[J]. 振动与冲击, 2001, 20(2): 49-51