

# 一种基于离散变权网络的动态最短路径快速算法

章昭辉

(安徽师范大学数学计算机科学学院 芜湖 241003)

**摘要** 在离散变权动态网络中,求解最短路径的最优化算法的计算复杂性通常远大于  $O(n^2)$ ,不适用于实时的动态交通信息导航系统。提出的动态最短路径快速算法,是在所有的当前点与下一个待选点之间以及待选点与目标点之间的动态弧的权值之和中选择一个最小值,然后把该待选点作为当前点继续选择下一个待选点,如此反复,直到达到目标点为止。该算法所得到的路径是一个次优解,但其执行时间却比寻找最优解算法要小得多,并且所得到的解要优于选择最短距离路径的动态解。实验结果证明这是一种适用于动态交通导航的有效算法。

**关键词** 离散变权网络,动态最短路径,算法

**中图分类号** TP301.6 **文献标识码** A

## Fast Algorithm of Dynamic Shortest Paths Based on Discrete Varying-weight Networks

ZHANG Zhao-hui

(School of Mathematics and Computer Science, Anhui Normal University, Wuhu 241003, China)

**Abstract** In discrete varying-weight networks, the computational complexity of the optimal algorithms for shortest paths is far more than  $O(n^2)$  and they are not suitable for dynamic traffic navigation systems. This paper presented a fast algorithm of dynamic shortest path for discrete varying weight networks. It doesn't select a candidate vertex as the next current one and makes a minimal sum from the current vertex to the candidate one and from it to the destination one until the current vertex is the destination. The new algorithm yields a sub-optimal solution of the shortest path, but it is more effective than the optimal algorithm and its solution is better than the dynamic solution of the shortest distance path. The experiments also prove that the new algorithm is applicable to dynamic traffic navigation.

**Keywords** Discrete varying weight, Dynamic shortest path, Algorithm

在经典静态最短路径问题中,弧的权是事先给定且固定不变的。但是,在实际应用中,这些弧长可能发生变化。例如在交通和通讯出现拥堵时,线路的运行时间会变长。近年来,由于智能交通系统(ITS)的迅速发展,变权网络上的最短路径算法的研究受到了越来越多的关注<sup>[1-3]</sup>。

在基于离散时间动态变权的交通网络中,如果考虑具有赶超行为的对象,要求解出发点为目标点的最短行程时间的路径,那么根据文献[4]的算法,计算时间复杂性是相当高的,求解时间也很长。虽然最优算法能够得到一个最优解,但在实际要求具有实时反应的点播系统中是无效的。因此,本文提出一种离散变权动态网络的最短路径的快速近似算法,使得用户在几秒钟内得到一个用户可以接受的次优解。

### 1 相关工作

目前,大多数的求解最短路径的启发式算法主要应用在静态网络中,用来求解最短距离的路径<sup>[1,2]</sup>。文献[5]提到了利用 A\* 算法来求解最短行程时间的评估函数,即待选点到目标点距离与估计最大行驶速度的比值,但该算法实际并未真正考虑动态网络。文献[6]给出一个启发式算法,寻找一

条路,使得在任何时间  $t$  之前,沿该路径到达汇点  $n$  的概率不小于沿其它路径的概率,其时间复杂度为  $O(n^3)$ 。

Cooke and Halsey 在 1966 年提出了动态网络优化条件<sup>[7]</sup>:假设出行时间被离散化为  $[0, M-1]$ ,  $d_{ij}(t)$  为边  $(i, j)$  的时间权值,  $\pi_i(t)$  为从结点  $i$  到目标点  $q$  在  $t$  时刻出发的最短行程时间,那么定义  $\pi_i(t)$  为:

$$\pi_i(t) = \begin{cases} \min_{j \in A(i)} (d_{ij}(t) + \pi_j(t + d_{ij}(t))); & i \neq q \\ 0; & i = q \end{cases}$$

1993 年 Ziliaskopoulos 和 Mahmassani 利用这个优化函数设计了具有时间复杂度为  $O(n^3 M^2)$  和  $O(nm M^2)$  的算法<sup>[8]</sup>。Ismail Chabini 以此为基础,作了一个假定,如果出发时间大于或等于  $M-1$ ,那么认为这时动态出行时间问题等同于一个静态出行问题。也就是说,  $M-1$  时刻以后的出发,各边时间权值是不变的。因此,时间标签  $\pi_i(t)$  可以按照出发时间以降序的方式进行设置<sup>[9]</sup>。该算法计算出了所有点在任意时刻出发到达同一个目标点的最短行程时间,其时间复杂度为  $O(SSP + nM + mM)$ 。SPP 为静态网络的最短路径时间复杂度。

文献[4]指出了时间依赖网络的优化条件和优化算法

到稿日期:2009-10-03 返修日期:2009-12-01 本文受安徽高校省级自然科学研究重点项目(KJ2008A104, KJ2009A096),芜湖市科技计划重点项目(2008326)资助。

章昭辉(1971-),教授,硕士生导师,主要研究方向为高性能计算、服务计算、网络计算, E-mail: zhzhang@163.com.

(SPTDN),即对于每一个结点  $v_i$ ,每一个时间  $t \in S$ ,各结点的标记集合  $f_i(t)$  表示从结点  $v_i$  在  $t$  时刻出发到达目的结点的最小时间的充分必要条件是对于所有的弧  $(v_i, v_j) \in A$ , 都有  $f_i(t) \leq g_{ij}(t) + f_j(t + g_{ij}(t))$ 。SPTDN 算法求解时间依赖的网络的最小时间路径的复杂性是  $O(nmM^2C)$ , 其中  $n$  是网络的结点数,  $m$  是弧的数目,  $M$  是时间段数目,  $C$  是所有弧中最大的权值。

## 2 基于离散变权网络的动态最短路径算法

### 2.1 动态最短路径的启发式模型

本文提出的一种基于变权网络的最短行程时间路径的启发式求解算法可以得到一个有效的解。其基本思想是,充分考虑当前点与待选点之间,以及待选点与目标点之间的路况变化情况,利用下一个点到目标点之间的最短距离作为选择启发步。但评估函数为根据各路段路况分布函数,待选点到目标点的最短距离路径实际可能所用的时间。在所有起始点到待选点实际花费时间与待选点到目标点的评估时间之和中选择最小的一个,对应的待选点为当前点继续考虑下一步的待选点,直到选到目标点为止。

假设网络是连通的,根据以上基本思想,本文设计的启发式模型为:

$$f_i(t) = \min\{g_t(i) + \sum_{j,k \in SP(i,n)} h_{ij}(j,k)\}, i, j, k \in V \quad (1)$$

其中,  $g_t(i)$  从起始点开始,在  $t$  时刻到达待选点  $i$  时所用的实际时间。 $SP(i,n)$  表示待选点  $i$  到目标点之间的最短距离路径的结点集。 $h_{ij}(j,k)$  是路段  $(j,k)$  关于到达时刻  $t$  的一个分布函数,表示在  $t_j$  时刻到达该最短距离路径上的路段  $(j,k)$  上所用的时间。 $f_i(t)$  为在  $t$  时刻经过结点  $i$  的起始点到目标点的估算行程时间。

### 2.2 算法设计

设  $V = \{1, 2, \dots, n\}$  为网络结点集,  $h_t(j,k)$  为路段  $(j,k)$  行程时间关于到达时刻  $t$  的分布函数。 $S$  为动态路径结点偏序集。设结点 1 为出发点,结点  $n$  为目标点,从结点 1 出发时刻为  $t_0$ 。

根据式(1),基于变权时间动态网络的最短行程时间的启发式算法 HSTDN 描述如下:

Step0 初始化。  $S = \{1\}, i = 1, t = 0, K = V \setminus \{1\}$ , 所有  $f_i(i) = \infty$ ;

Step1 调用经典的静态最短路径算法计算目标点到其他所有点的最短距离路径  $SP_i$ ;

Step2 开始搜索:

Step2.1 while  $i \neq n$  do

Step2.1.1 for 所有  $j \in Succ(i) \subseteq K$  do

计算  $g_t(j) + \sum_{l,k \in SP(i,n)} h_{ij}(l,k)$ ;

Step2.1.2  $f_{t_0}(j) = \min\{g_{t_0}(j) + \sum_{l,k \in SP(j,n)} h_{ij}(l,k)\}$ ;

Step2.1.3  $t = f_{t_0}(j)$ ;

Step2.1.4  $i = j; S = S \cup \{i\}$ ;

Step2.1.5 修改该路段饱和度  $\alpha(T)$ 。  $t \in T$  为事先划分好的时间段。若  $\alpha(T) \geq k$ , 则该路段在  $T$  时间段记为无效路段。其中  $k$  为该路段在  $T$  时间段的饱和临界值。

Step2.1.6  $K = K \setminus \{j\} \quad j \in Succ(i)$ ;

Step2.2 输出  $S$  和  $t$ 。

Step3 算法结束。

### 2.3 算法分析

定理 1 算法 HSTDN 的时间复杂度为  $O(n^2)$ 。

证明:显然,算法的 Step1 的时间复杂度为  $O(n^2)$ 。Step2.1 的循环对  $n-1$  个结点遍历了一遍,其中 Step2.1.1 中计算  $g_t(j) + \sum_{l,k \in SP(i,n)} h_{ij}(l,k)$  时,扫描最短距离路径最坏情况下为  $n-1$  个路段,故整个循环的最坏时间为  $O(n^2)$ 。因此,算法 HSTDN 的时间复杂度为  $O(n^2)$ 。

定理 2 算法 HSTDN 的解优于起始点到目标点最短距离路径的行程时间。

证明:设起始点到目标点的最短距离路径为偏序集  $P = \{1, i, \dots, n\}$ , 即结点  $i$  为结点 1 的后继结点,并且该路径的行程时间为  $T$ 。设  $\forall j \in Succ(1)$  为结点 1 的后继结点,出发时刻为  $t_0$ 。对于算法 HSTDN 在考察结点 1 的后继结点  $j \in Succ(1)$  时,起始点到目标点经过  $j$  的估算行程时间为  $f_{t_0}(j) = \min\{h_{t_0}(1,j) + \sum_{l,k \in SP(j,n)} h_{ij}(l,k)\}$ 。而走路径  $P$  的行程时间为  $T = h_{t_0}(1,i) + \sum_{l,k \in SP(i,n)} h_{il}(l,k)$ , 显然  $f_{t_0}(j) \leq T$ 。由于算法 HSTDN 采用的是贪心策略,故有  $f_{t_0}(n) \leq f_{t_0}(k) \leq \dots \leq f_{t_0}(j)$ , 其中  $P' = \{1, j, \dots, k, n\}$  为算法 HSTDN 的最终路径。算法 HSTDN 求解起始点到目标点的最短行程时间优于起始点到目标点的最短距离路径的行程时间。

## 3 实验与分析

为了检验以上算法的有效性,本文在 Intel Xeon CPU 2.80GHz, 8G 内存, Red Hat Linux 3.2.3-42 的环境中做了本算法和文献[4]的最优解算法 SPTDN 的实验。实验的路网采用上海市交通路网(2005 版的地图,有 5 万多个路段和 3 万多个路口),路段权值函数通过流动车辆的 GPS 数据建模(见文献[10])得到。实验结果如表 1 所列。

表 1 SPTDN 算法和 HSTDN 算法的执行时间的比较

起始点	目标点	SPTDN 算法 时间(s)	SPTDN 的行 程时间(s)	HSTDN 算法 时间(s)	HSTDN 的行 程时间(s)
419	1353	19439	1011	2.16	1045
832	8954	27784	1847	2.17	2302
852	8860	16449	1028	2.15	1498
5457	11581	17879	454	2.15	570
3555	1038	18690	1225	2.14	1385
938	10003	12367	745	2.08	1146
1191	8021	15451	1027	2.18	2226
13636	6218	6942	2065	2.16	2789
4097	7321	6388	290	2.07	470
9856	5311	8577	463	2.05	495
9879	10265	15386	563	2.11	637
2357	12858	10104	2474	2.21	3745
4247	6609	16750	134	2.06	232
7961	554	25620	1818	2.14	1997
13175	8370	16912	2703	2.09	3993

从以上的结果可以看出,算法 HSTDN 的解有的与最优解误差较大,有的误差较小。但是从算法的执行时间方面看,算法 HSTDN 的计算时间远远高于 SPTDN 算法。算法 HSTDN 的执行一般在 2 秒钟左右,而 SPTDN 算法一般需要若干个小时。

表 1 中最后一行的运行结果如图 1 和图 2 所示。起点为同济大学,终点上海交通大学。出发时间为上午 8:00。可以

看出 SPTDN 选择了走高架,这和实际的选择基本接近。而 HSTDN 选择了部分高架,且行程距离较 SPTDN 要小,比最短距离路径要大,但行程时间比最短距离要小(实际上,在早上 8:00 出发,若走最近距离的路线,通常要 1.5 小时以上)。

由于算法 HSTDN 采用的是一种局部最优贪心策略,因此,算法的解是一个近似解。虽然该算法的解不一定能提供最优解,但是根据定理 2,它的解要优于最短距离路径的行程时间。因此,基于离散动态变权网络的算法 HSTDN 在实时交通导航服务中具有实际可应用的意义。

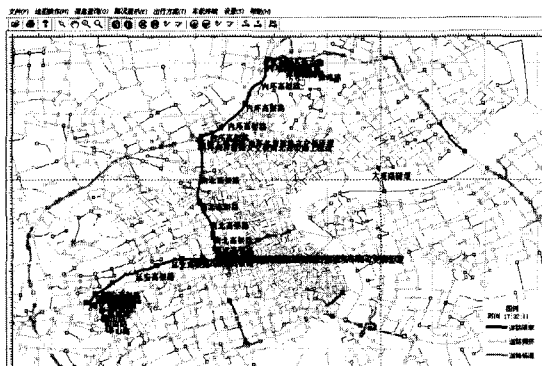


图 1 SPTDN 算法解得的路径

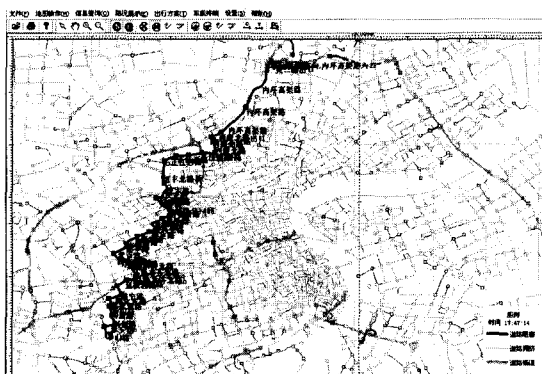


图 2 HSTDN 算法解得的路径

结束语 求解本文提出的基于变权动态网络最短路径算

法,可以得到一个优于最短距离路径的行程时间的解。虽然该算法的解和最优解之间可能存在较大的误差,但其计算速度远远高于最优解的算法。故该算法可以应用于实时动态交通导航系统中。

## 参考文献

- [1] 翁敏,毋河海,杜清运,等. 基于道路网络知识的启发式层次路径寻找算法[J]. 武汉大学学报:信息科学版,2006,31(4):360-363
- [2] 郑年波,李清泉,徐敬海,等. 基于转向限制和延误的双向启发式最短路径算法[J]. 武汉大学学报:信息科学,2006,31(3):256-259
- [3] 林澜,闫春钢,蒋昌俊,等. 动态网络最短路径问题的复杂性及近似算法[J]. 计算机学报,2007,30(4):608-614
- [4] 谭国真,高文. 时间依赖的网络中最小时间路径算法[J]. 计算机学报,25(2):1-8
- [5] 王凌,段江涛,王保保. GIS 中最短路径的算法研究与仿真[J]. 计算机仿真,2005,22(1):117-120
- [6] Chabini I, Lan S. Adaptations of the A\* Algorithm for the Computation of Fastest Paths in Deterministic Discrete-Time Dynamic Networks[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems,2002,3(1):60-74
- [7] Cooke K L, Halsey E. The shortest Route Through a Network with Time-Dependent[J]. Internodal Transit Times, J. Math. Anal. Appl.,1966,14:493-498
- [8] Ziliaskopoulos A K, Mahmassani H S. A Time-dependent Shortest Path Algorithm for Real-Time Intelligent Vehicle/Highway System[J]. Transportation Research Record,1993,1408:94-104
- [9] Chabini I. Discrete Dynamic Shortest Path Problems in Transportation Applications; Complexity and Algorithms with Optimal Run Time[J]. Transportation Research Record,1998,1465:170-175
- [10] Zhang Zhaohui, Shi Youqun, Jiang Changjun. Parallel Implementing of Road Situation Modeling with Floating GPS Data[J]. Lecture Notes in Computer Science,2006,3842:620-624

(上接第 211 页)

- [5] Yu Z, Lin N, Nakamura Y, et al. Fuzzy Recommendation Towards QoS-aware Pervasive Learning [C] // AINA. Niagara Falls, Canada,2007:846-851
- [6] 郑增威,吴朝晖. 普适计算综述[J]. 计算机科学,2003,30(4):18-22
- [7] Cho S B, Hong J H, Park M H. Location-based recommendation system using bayesian user's preference model in mobile devices [C] // 4th International Conference on Ubiquitous Intelligence and Computing. Santa Barbara, CA, USA,2007:549-558
- [8] Celma O, Ramirez M, Herrera P. Foafing the music: A music recommendation system based on rss feeds and user preferences [C] // Proceedings of the 6th International Conference on Music Information Retrieval (ISMIR). 2005
- [9] 魏晓斌,周盛宗, Boris B, et al. Agent 通信机制探讨[J]. 计算机工程与应用,2002(5):66-67

- [10] Cooper G, Herskovits E. A Bayesian method for the induction of probabilistic networks from data[J]. Machine Learning,1992,9:309-347
- [11] Mitchell T. Machine Learning[M]. New York: McGraw Hill, 1990
- [12] Bauer E, Koller D, Singer Y. Update rules for parameter estimation in Bayesian networks[C] // Geiger D, Shanoy P, eds. Proceedings of the 13th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence. Morgan Kaufmann, Santa Mateo, CA, 1997:3-13
- [13] Cohen I, Bronstein A, Cozman F G. Online learning of bayesian network parameters[R]. Alto-HPL-2001-55(R. 1). June 2001
- [14] Finin T, Labrou Y, Mayfeld J. KQML as an Agent Communication Language[M] // Bradshaw J M, ed. Software Agents, Menlo Park, Calif. : AAAI Press, 1997:291-316
- [15] 蒋发群,李锦涛,苏晓丽,等. 基于上下文感知的普适服务框架[J]. 计算机工程,2008,34(13):16-18