支配问题的研究进展

王建新 陈蓓玮 陈建二
(中南大学信息科学与工程学院 长沙 410083)

摘 要 复杂性理论中,支配问题是一类重要的问题,被广泛应用于资源分配、电话交换网络和无线传感器网络等领域。支配问题主要包括点支配集(VDS)问题和边支配集(EDS)问题两大类。人们利用动态规划、加权分治等技术对VDS和EDS问题的精确算法进行设计与分析,并通过将EDS问题转化为边覆盖集问题提出了EDS问题的近似算法。近年来对参数化支配问题做了大量研究。目前已经证明了平面图中VDS问题和一般图中EDS问题都是固定参数可解的(FPT)。利用树分解和分支搜索等技术,人们分别对平面图VDS问题和一般图EDS问题提出了一系列FPT算法。文中对VDS和EDS问题进行了分类,给出了每类问题的具体定义及其相关算法介绍,此外还对矩阵支配集问题进行了简单介绍,并提出了支配问题研究中值得关注的几个方面。

关键词 支配问题,点支配集问题,边支配集问题,精确算法,近似算法,参数算法

中图法分类号 TP301.6 **文献标识码** A

Algorithms for Dominating Problems: A Survey

WANG Jian-xin CHEN Bei-wei CHEN Jian-er
(School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract In complexity theory, dominating problem is an important problem, which has important applications in many fields such as resource allocations, electric networks and wireless ad hoc networks. The two most known dominating problems are Vertex Dominating Set(VDS) and Edge Dominating Set(EDS) problem. People designed and analyzed exact algorithms for the two problems by dynamic programming and measure-and-conquer techniques and proposed many approximation algorithms for EDS problem by reducing the problem to Edge Cover problem. Recently, parameterized dominating problem has attached considerable attention. Planar VDS and General EDS problem has been proved to be Fixed-Parameter Tractable(FPT) problem, and many techniques such as tree decomposition and branch-search have been used in the design of FPT algorithms for them. The paper presented the classification for the two problems respectively, and gave definitions and some relative algorithms for each derivative problem. Furthermore, the Matrix Dominating Set problem and some research directions on dominating problem were also introduced.

Keywords Dominating problem, Vertex dominating set problem, Edge dominating set problem, Exact algorithm, Approximation algorithm, Parameterized algorithm

1 引言

支配问题主要包括点支配集(VDS)问题和边支配集(EDS)问题两大类。点支配集问题是一类基本的NP-hard问题,被广泛应用于资源分配[1]、电力网络[2]和无线传感器网络等重要领域中[3]。边支配集问题也是NP-hard问题,主要应用于电话交换网络中[4]。

近年来,人们对点支配集问题和边支配集问题的精确算法和近似算法做了大量研究,通过改进算法本身使得算法具有更优的时间复杂度或近似度,从而使得算法在实际应用中更可行。参数计算理论被提出后,人们开始对这两类问题的参数算法进行研究,并证明了一般图上的点支配集问题为W[2]-hard问题,平面图上的点支配集问题和一般图上的边支配集问题为FPT (Fixed-Parameter Tractable)问题。本文根据所研究的问题的差异,对点支配集问题和边支配集问题进行分类,并对每类问题的相关算法进行总结。此外,本文还对矩阵支配集问题进行了简要介绍。最后对支配问题进行了总结,并提出了进一步的研究方向。

2 点支配集问题

本节对点支配集问题进行分类,并给出每类问题的具体定义和相关算法。

到稿日期:2009-03-09 返修日期:2009-05-25 本文受国家自然科学基金(60773111),国家973前期研究专项(2008CB317107),湖南省杰出青年基金(06JJ10009),新世纪优秀人才支持计划(NCET-05-0683)和国家教育部创新团队资助计划(IRT0661)资助。

王建新(1969-),男,博士,教授,博士生导师,CCF高级会员,主要研究领域为虚拟实验环境、网络计算技术、网络优化理论等,E-mail:jxwang@mail.csu.edu.cn;陈蓓玮(1984-),女,硕士生,主要研究方向为参数计算、计算机理论;陈建二(1954-),男,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为生物信息学、计算机理论、计算复杂性及优化。

给定图 $G=(V,E)$，$v\in V$，$N(v)$ 是 v 的所有邻居点的集合，$N[v]=\{v\}\cup N(v)$；给定集合 $D\subseteq V$，如果 $\bigcup_{v\in D}N[v]=V$，就称 D 是图 G 的点支配集。

2.1 一般点支配集问题

点支配集问题是一类典型的 NP-hard 问题，其定义如下。

点支配集(Vertex Dominating Set)问题：给定图 $G=(V,E)$，目标是求出图 G 中所含点数最少的点支配集。

近年来，人们对点支配集问题的精确算法做了很多研究。Fomin[5]等首次打破 $O(2^n)$ 的上界，对点支配集问题提出时间复杂度为 $O(1.9379^n)$ 的精确算法。文章首先根据一组分支规则对图 G 中度数为 1 和 2 的点进行分支，直到图 G 中只存在度数大于 2 的点和 0 度点，将 0 度点从图中删除从而得到剩余图 G'。根据文献[6]可知：如果给定的图 G 中包含 n 个点且所有顶点度数均不小于 3，则图 G 中必定存在不大于 $3n/8$ 的点支配集。因此，要求得问题的解，仅需考虑图 G' 中所有不大于 $3n/8$ 的点集合。由 Stirling 公式可知，这类点集合的个数不会超过 1.9379^t（t 为图 G' 中点的个数，$t\leqslant n$），则该过程的时间复杂度为 $O(1.9379^n)$。与分支过程的时间复杂度进行比较后可得整个精确算法的时间复杂度为 $O(1.9379^n)$。此后，Grandoni[7] 对集合覆盖问题提出时间复杂度为 $O(1.3424^k)$ 的精确算法，其中 k 为问题规模（即问题实例中给定的集合个数和需要被覆盖的元素个数之和）；然后根据点支配集问题和集合覆盖问题之间的规约关系，得到点支配集问题时间复杂度为 $O(1.3424^{2n})=O(1.8021^n)$ 的精确算法。

加权分治技术(Measure-and-Conquer)的提出使得点支配集问题精确算法的时间复杂度有了显著改进。Fomin[8] 利用加权分治技术对文献[7]中集合覆盖问题的精确算法进行分析，得到该算法的时间复杂度为 $O(1.2353^n)$，其中 n 为问题规模。其主要方法为：首先，对给定的一组元素 u 的集合 U 以及 U 的一组子集 s 的集合 S，用 n_i 表示 S 中大小为 i 的集合个数，m_j 表示集合 U 中 $freq(u)=j$（$freq(u)$ 为元素 u 在 S 中出现的次数）。给 S 中所有大小为 i 的集合 s 赋予权值 w_i，U 中所有 $freq(u)=i$ 的元素 u 赋予权值 v_j。令 S 的大小 $k(S)=\sum_{i\geqslant1}w_in_i+\sum_{j\geqslant1}v_jm_j$，$w_1=v_1=1$，当 $i\geqslant6$ 时，$w_i=v_i=1$。$\Delta w_2=w_2$，$\Delta v_2=v_2$；当 $i\geqslant3$ 时，$\Delta w_i=w_i-w_{i-1}$，$\Delta v_i=v_i-v_{i-1}$；$0\leqslant\Delta w_i\leqslant\Delta w_{i-1}$。然后，文章基于以上假设证明了文献[7]中精确算法得到的子问题个数不超过 $1.2353^n|K|$，其中 K 为所有子问题的可能大小的集合，$|K|=poly(n)$，且每个子问题均可在多项式时间内解决，因此得到算法的时间复杂度为 $O(1.2353^n)$。从而得到，利用该算法可在 $O(1.2353^{2n})=O(1.5137^n)$ 时间内解决点支配集问题。Rooij 和 Bodlaender[9] 利用加权分治技术对算法进行设计与分析，得到点支配集问题时间复杂度为 $O(1.5063^n)$ 的精确算法。

实际应用中，图 G 的每个点的作用都可能不一样，对不同的点进行操作需要付出的代价也可能不一样，因此需要给图 G 中每个点赋予不同的权值。由此人们开始对加权点支配集问题进行研究[10]。

加权点支配集(Weighted Vertex Dominating Set)问题：给定加权图 $G=(V,E)$，图 G 中每个点都有一个大于 0 的权值，目标是求出图 G 中权值最小的点支配集（点支配集的权值即为点支配集中所有点的权值之和）。

Fomin[10] 等利用加权分治技术，证明枚举所有极小点支配集的时间复杂度为 $O(1.7697^n)$，并基于此算法得到加权点支配集问题时间复杂度为 $O(1.5780^n)$ 的精确算法。

2.2 参数化点支配集问题

随着参数理论的提出，人们证明了一般图上的点支配集问题是 $W^{[2]}$-hard 问题[11]，因此该问题不存在时间复杂度为 $O(f(k)n^{O(1)})$ 的参数算法。此外，人们还证明了平面图上的点支配集问题是固定参数可解的[12]，并对该问题的参数算法进行了大量研究。下面给出平面点支配集问题和平面加权点支配集问题的参数化定义[12]。

参数化平面点支配集(Parameterized Planar Vertex Dominating Set)问题：给定平面图 $G=(V,E)$ 和正整数 k，目标是求出图 G 中一个所含点数不大于 k 的点支配集。

参数化平面加权点支配集(Parameterized Planar Weighted Vertex Dominating Set)问题：给定平面加权图 $G=(V,E)$ 和正整数 k，图 G 中每个点都有一个正整数权值，目标是求出图 G 中一个权值不大于 k 的点支配集。

参数理论的引入使得点支配集问题的求解具有更高的实际可行性。2001 年，Alber[13] 等给出有标记平面点支配集问题（给定平面图 $G=(V,E)$ 和正整数 k，$V=B\cup W$，B 中均为黑点，W 中均为白点，目标是求取一个不大于 k 的点集 S，使得 B 中不属于 S 的点均被 S 中的点支配）的 FPT 算法。该递归算法首先利用一组规约规则对待处理的图进行规约，然后利用分支搜索技术对规约后得到的子图中度数最小的黑点进行分支。通过分析可知，该算法的时间复杂度为 $O(8^kn)$。令 $W=\phi$，则可将有标记平面点支配集问题转化为平面点支配集问题，因此该算法同样可用于求解平面点支配集问题。

2002 年，人们开始利用树分解技术求解参数化平面点支配集问题。Alber 在文献[12]中证明：如果一个平面图中存在不大于 k 的点支配集，则该平面图的树宽为 $O(\sqrt{k})$，构造树分解的时间复杂度为 $O(\sqrt{k}n)$。基于此，文章给出一个动态规划算法使得能够在时间 $O(2^{70\sqrt{k}}n)$ 内求解参数化平面点支配集和参数化平面加权点支配集问题。此后，文献[14]基于 Backers 算法得到平面点支配集问题时间复杂度为 $O(2^{27\sqrt{k}}n)$ 的参数算法。Alber[15] 证明了参数化平面点支配集问题具有大小为 $335k$ 的核，且求核过程可在 $O(n^3)$ 时间内完成。Fomin 和 Thilikos[16] 基于此结论，并结合分支搜索技术和动态规划技术，将平面点支配集问题参数算法的时间复杂度改进为 $O(2^{15.13\sqrt{k}}k+k^4+n^3)$。

表 1 中列出了一般点支配集问题和参数化点支配集问题的一些相关算法的时间复杂度及其相关技术。

表 1　点支配集问题相关算法比较

作者/文献	图的类型	时间复杂度	相关技术
Fomin[5]	不加权一般图	$O(1.9379^n)$	分支搜索
Grandoni[7]	不加权一般图	$O(1.8021^n)$	动态规划
Fomin[10]	(不)加权一般图	$O(1.5780^n)$	加权分治
Fomin[8]	不加权一般图	$O(1.5137^n)$	加权分治
Rooij[9]	不加权一般图	$O(1.5063^n)$	加权分治
Alber[13]	不加权平面图	$O(8^kn)$	分支搜索
Alber[12]	加权平面图	$O(2^{70\sqrt{k}}n)$	树分解、动态规划
Kanj[14]	不加权平面图	$O(2^{27\sqrt{k}}n)$	树分解、动态规划
Fomin[16]	不加权平面图	$O(2^{15.13\sqrt{k}}k+k^3+n^2)$	树分解、动态规划

2.3 特殊点支配集问题

连通点支配集(Connected Vertex Dominating Set)问

题[17]：给定图 $G=(V,E)$，目标是求出图 G 中包含点数最少，且所含点在图 G 中导出的生成子图为连通图的点支配集。

连通点支配集问题在无线传感器网络中有重要应用，它已经被证明了是 W[2]-hard 问题。人们针对连通点支配集问题本身，提出了一些近似算法和精确算法。

近似算法方面，主要利用贪婪法和 steiner 树的相关算法进行求解。文献[18]对连通点支配集问题给出近似度为 $\ln\delta+3$ 的多项式时间近似算法，其中 δ 是原图中点的最大度数。算法的基本思想是首先通过贪婪近似算法得到原图的一个点支配集，然后利用 steiner 树的近似算法对这个点支配集进行扩展进而得到原图的连通点支配集。文献[19]对文献[18]中的贪婪近似算法进行改进，得到近似度为 $\ln\delta+2$ 的多项式时间近似算法。

精确算法方面，目前最优结果为 $O(1.9407^n)$[17]，该算法与以往的近似算法在求解思想上的最大不同之处在于，要求递归过程中所有中间解都必须保持连通性，即每一轮递归后得到的中间解在图 G 中导出的生成子图均为连通图。最后，利用加权分治技术对算法时间复杂度进行分析。

独立点支配集（Independent Vertex Dominating Set）问题[20]：给定图 $G=(V,E)$，目标是求出图 G 中包含点数最少，且所含点在图 G 中均不相邻的点支配集。

独立点支配集问题已经被证明了是 W[2]-hard 问题，人们主要针对它的精确算法进行研究。Liu 和 Song[20] 首次打破 $O(2^n)$ 的上界，提出时间复杂度为 $O(1.7321^n)$ 的精确算法。Randerath 和 Schiermeyer[21] 通过枚举所有极大独立集来求取最小独立点支配集，其算法时间复杂度为 $O(1.4423^n)$。文献[22]利用加权分治技术对文献[21]中提出的算法进行分析，得到算法时间复杂度为 $O(1.3575^n)$。

支配团（Dominating Clique）问题[23]：给定图 $G=(V,E)$，目标是求出图 G 中包含点数最少，且构成图 G 中团的点支配集。

文献[23]给出了目前最小支配团问题的最优精确算法。该递归算法（mdc）将每轮递归后得到的中间图中的点划分为 4 个集合：S（已被放入支配团的点）、D（不会放入支配团的点）、A（与 S 中点相邻且不属于 $S\cup D$ 的点）、F（不与 S 中点相邻且不属于 $S\cup D$ 的点）。对每个中间划分 (S,D,A,F)，首先通过一组规约规则对其进行规约，然后从 A 中取出 F-degree（即邻居点中属于 F 的点的个数）最大的点 v。若 v 的 F-degree 为 1，则令 v 的邻居点中属于 F 的点为 u，返回 $\min_{v\in N_A(u)}\{mdc(G,S\cup\{v\},D\cup(N_A(u)\backslash\{v\})\cup\{u\}\cup\overline{N_A[v]},A\backslash(\overline{N_A(v)}\cup N_A(u)),F\backslash\{u\})\}$，其中 $N_A(u)=N(u)\cap A$，$\overline{N_A[v]}=A\backslash N_A[v]$；否则，返回 $\min(mdc(G,S\cup\{v\},D\cup\overline{N_A[v]}\cup N_F(v),A\backslash\overline{N_A(v)},F\backslash N_F(v)),mdc(G,S,D\cup\{v\},A\backslash v,F))$。文章利用加权分治技术对算法时间复杂度进行分析，得到算法时间复杂度为 $O(1.3390^n)$。

3 边支配集问题

本节对边支配集问题进行分类，并给出每类问题的具体定义和相关算法。

给定图 $G=(V,E)$，集合 $S\subseteq E$，如果图 G 中不属于 S 的边至少和 S 中一条边有公共交点，就称 S 是图 G 的边支配集。

3.1 一般边支配集问题

边支配集（Edge Dominating Set）问题：给定图 $G=(V,E)$，目标是求出图 G 中所含边数最少的边支配集。

加权边支配集（Weighted Edge Dominating Set）问题：给定加权图 $G=(V,E)$，图 G 的每条边都有一个大于 0 的权值，目标是求出图 G 中权值最小的边支配集（边支配集的权值即为边支配集中所有边的权值之和）。

人们对一般边支配集问题的精确算法和近似算法进行了大量研究。文献[24]将最小边支配集问题规约为最小极大匹配问题进行求解：通过对最小极大匹配问题给出时间复杂度为 $O(1.4423^n)$ 的精确算法，从而得到最小边支配集问题可在 $O(1.4423^n)$ 时间内解决。此后，Fomin[25] 将该时间复杂度改进为 $O(1.4082^n)$。边支配集问题很多相关算法的提出都是基于以下重要结论：给定图 $G=(V,E)$ 和 E 的子集 D，如果 D 是图 G 的边支配集，则 V_D 是图 G 的点覆盖。从而得到，图 G 的边支配集就是图 G 中一个点覆盖的边覆盖集。因此，人们通常首先利用分支搜索技术对给定图中的极小点覆盖进行枚举，然后通过动态规划算法求取每个极小点覆盖的边覆盖集，从而得到原图的边支配集。文献[26]通过在极小点覆盖的枚举过程中添加一组规约规则得到边支配集和加权边支配集问题的指数时间精确算法，并利用加权分治技术对算法进行分析，得到其时间复杂度为 $O(1.3226^n)$。

近似算法中，通常也是将边支配集问题转化为边覆盖集问题求解[27-29]。其中，文献[29]对加权边支配集问题给出近似度为 2 的多项式时间近似算法，该算法是目前该问题近似算法中效果最好的。

3.2 参数化边支配集问题

近年来，人们开始利用参数计算的思想对边支配集问题和加权边支配集问题进行求解，并且已经证明了一般图上的边支配集和加权边支配集问题为 FPT 问题。下面给出它们的参数化定义[30]。

参数化边支配集（Parameterized Edge Dominating Set）问题：给定图 $G=(V,E)$ 和正整数 k，目标是求出图 G 中一个所含边数不大于 k 的边支配集。

参数化加权边支配集（Parameterized Weighted Edge Dominating Set）问题：给定加权图 $G=(V,E)$ 和正实数 k，图 G 的每条边都有一个不小于 1 的权值，目标是求出图 G 中一个权值不大于 k 的边支配集。

边支配集问题的参数算法通常基于以下结论[30]：给定图 $G=(V,E)$ 和 E 的子集 D，如果 D 是图 G 的 k-边支配集（即所含边数不大于 k 的边支配集），则 V_D 是图 G 中一个不大于 $2k$ 的点覆盖。因此，图 G 的 k-边支配集必定是原图中某个不大于 $2k$ 的极小点覆盖的 k-边覆盖集。所以，边支配集问题的求解过程通常由两部分组成：枚举给定图中所有不大于 $2k$ 的极小点覆盖，该步骤的时间复杂度为 $O(4^k)$[31]；对每个极小点覆盖求取其最小边覆盖集，该步骤通常需要运用匹配的相关理论。Fernau[30] 利用上述方法得到边支配集和加权边支配集问题时间复杂度为 $O(2.6181^k)$ 的参数算法。Fomin[32] 对文献[30]中的方法进行改进，得到时间复杂度为 $O(2.4181^k)$ 的参数算法。

表 2 中列出了边支配集问题一些相关算法的时间复杂度及用到的相关技术。

表 2 边支配集问题相关算法比较

文献	图的类型	时间复杂度/近似度	相关技术
Raman[24]	不加权图	$O(1.4423^n)$	规约为最小极大匹配问题
Fomin[25]	不加权图	$O(1.4082^n)$	分支搜索、动态规划
Rooij[26]	(不)加权图	$O(1.3226^n)$	加权分治
Carr[27]	加权图	多项式时间/2.1	转化为边覆盖问题
Parekh[29]	加权图	多项式时间/2	转化为边覆盖问题
Fernau[30]	(不)加权图	$O(2.6181^k)$	分支搜索、动态规划
Fomin[32]	(不)加权图	$O(2.4181^k)$	分支搜索、动态规划

4 矩阵支配集问题

给定 $n\times m$ 矩阵 M, M 中各元素的值为 0 或 1,如果存在一个由 M 中部分非零元素构成的集合 D,使得 M 中每个非零元素至少和 D 中某个元素在 M 中属于同一列或同一行,就称 D 为该矩阵的矩阵支配集。

参数化矩阵支配集问题是 FPT 问题,其具体定义如下[33]。

参数化矩阵支配集(Parameterized Matrix Dominating Set)问题:给定 $n\times m$ 矩阵 M 和正整数 k, M 中各元素的值为 0 或 1,目标是求出 M 的一个不大于 k 的矩阵支配集。

文献[29]给出的一个算法使得能够将参数化矩阵支配集问题规约为参数化边支配集问题。首先为矩阵 M 构造一个新图 G,具体方法为:分别将矩阵 M 中每一行 i 和每一列 j 用图 G 中的点 i 和 j 表示;若 $M_{ij}=1$,则在图 G 中添加边 (i,j)。求取图 G 的边支配集相当于求取 M 的矩阵支配集。因此,边支配集问题的参数算法也可用于求解参数化矩阵支配集问题。目前边支配集问题参数算法的最优结果为 $O(2.4181^k)$[31],则参数化矩阵支配集问题同样可以在 $O(2.4181^k)$时间内解决。

结束语 支配问题包括一系列重要的 NP-hard 问题,在很多实际领域都有应用。本文主要对点支配集问题和边支配集问题进行介绍,并对相关算法进行分析。人们对点支配集问题的相关研究可大致分为 3 类:

(1)对点支配集问题的精确算法进行研究。无论算法如何改进,其时间复杂度中总有个 n 的指数,通常我们认为 n 是个很大的数,因此精确算法几乎无法在实际应用中执行。

(2)对平面点支配集问题的参数算法进行研究。目前最优的算法时间复杂度为 $O(2^{15.13\sqrt{k}}k+k^4+n^3)$。

(3)对一些特殊点支配集问题进行研究,例如独立点支配集问题、连通点支配集问题以及支配团问题。

人们对边支配集问题所做研究也可分为 3 类:

(1)对边支配集问题的精确算法进行研究,这些算法同样很难被应用到实际中。

(2)对边支配集问题的多项式时间近似算法进行研究,然而已知的相关近似算法的近似率并不理想。

(3)对边支配集问题的参数算法进行研究,目前最优算法时间复杂度为 $O(2.4181^k)$。当 k 较小时,参数算法的时间复杂度在实际操作中是可接受的。因此,参数计算理论的产生推动了支配问题研究的发展,使之成为近阶段的热点研究问题。

对于支配问题,依然还有很多方面有待人们进行进一步的研究:

(1)树分解技术在平面点支配集问题参数算法的研究中常常被用到,通过降低图的树宽上界,有可能得到更好的算法时间复杂度。

(2)目前已知的加权边支配集问题的参数化定义仅对所求边支配集的权值作出限制。希望提出一个新的定义,对加权边支配集中所含边数作出限制,并寻求有效的参数算法,对满足条件的所有边支配集中权值最小的解进行求取。

(3)最近参数理论中产生了固定参数可枚举这一新概念[34]。如果能够在时间复杂度 $O(f(k)n^{O(1)}z^{O(1)})$内枚举某个问题的前 z 个最优解,就称该问题为固定参数可枚举(fixed-parameter enumeration)问题。目前对于加权边支配集问题还没有有效的枚举算法,希望通过设计一个有效的固定参数枚举算法,对前 z 个权值最小的 k-边支配集进行枚举。

参 考 文 献

[1] Haynes T W, Hedetniemi S T, Slater P J. Fundamentals of domination in graphs[M]. Monographs and Textbooks in Pure and Applied Mathematics, Marcel Dekker, 1998, 208

[2] Haynes T W, Hedetniemi S M, Hedetniemi S T, et al. Domination in graphs applied to electronic power networks[J]. SIAM Journal on Discrete Mathematics, 2002, 5(4): 519-529

[3] Wan P J, Alzoubi K M, Frieder O. A simple heuristic for minimum connected dominating set in graphs[J]. International Journal of Foundations Computer Science, 2003, 14(2): 323-333

[4] Flum J, Grohe M. The parameterized complexity of counting problems[J]. SIAM Journal on Computing, 2005, 33(4): 892-922

[5] Fomin F V, Kratsch D, Woeginger G J. Exact (exponential) algorithms for the dominating set problem[C]// Proc. 30th Workshop on Graph Theoretic Concepts in Computer Science. LNCS. vol. 3353, Springer, 2004: 245-256

[6] Reed B. Path, stars and the number three[J]. Combinatorics, Probability and Computing, 1996, 5: 277-295

[7] Grandoni F. A note on the complexity of minimum dominating set[J]. Journal of Discrete Algorithms, 2006, 4(2): 209-214

[8] Fomin F V, Grandoni F, Kratsch D. Measure and conquer: Domination — a case study[C]// Proc of the 32nd International Colloquium on Automata, Languages and Programming. LNCS. vol. 3580, Springer, 2005: 191-203

[9] van Rooij J M M, Bodlaender H L. Design by measure and conquer: a faster exact algorithm for dominating set[C]// Proc. 24th Symp. Theoretical Aspects of Computer Science. 2008

[10] Fomin F V, Grandoni F, Pyatkin A, et al. Bounding the number of minimal dominating sets: a measure and conquer approach[C] // Proc. 16th International Symposium on Algorithms and Computation. LNCS. vol. 3827, Springer, 2005: 192-203

[11] Downey R G, Fellows M R. Parameterized Complexity[M]. Springer-Verlag, 1999: 111-122

[12] Alber J, Bodlaender H L, Fernau H, et al. Fixed parameter algorithms for dominating set and related problems on planar graphs [J]. Algorithmica, 2002, 33: 461-493

[13] Alber J, Fan H, Fellows M, et al. Refined search tree technique for dominating set on planar graphs[C]// Mathematical Foundations of Computer Science 2001. LNCS. vol. 2136, Springer, 2000: 111-122

[14] Kanj I, Perkovic L. Improved parameterized algorithms for planar dominating set[C]// Mathematical Foundations of Computer Science 2002. LNCS. vol. 2420, Springer, 2002: 399-410

[15] Alber J, Fellows M R, Niedermeier R. Efficient data reduction

for dominating set: A linear problem kernel for the planar case [C]//Proc. 8th Scandinavian Workshop on Algorithm Theory. LNCS. vol. 2368, Springer, 2002: 150-159

[16] Fomin F V, Thilikos D T. Dominating sets in planar graphs: branch-width and exponential speed-up[C]// 14th ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms. 2003: 168-177

[17] Fomin F V, Grandoni F, Kratsch D. Solving connected dominating set faster than 2^n[C]//Proc. 26th International Comference on Foundations of Software Technology and Theoretical Computer Science. LNCS. vol. 4337, Springer, 2006: 152-163

[18] Guha S, Khuller S. Approximation algorithms for connected dominating sets[J]. Algorithmica, 1998, 204: 374-387

[19] Ruan L, Du H, Jia X, et al. A greedy approximation for minimum connected dominating set [J]. Theoretics Computer Science, 2004, 329: 325-330

[20] Liu C, Song Y. Exact Algorithms for Finding the Minimum Independent Dominating Set in Graphs[C]// ISAAC. LNCS. vol. 4288, Springer, 2006: 439-448

[21] Randerath B, Schiermeyer I. Exact Algorithms for Minimum Dominating Set[R]. zaik-469. Köln, Germany: Zentrum fur Angewandte Informatik, 2004

[22] Gaspers S, Liedloff M. A branch-and-reduce algorithm for finding a minimum independent dominating set in graphs[C]// Proc. 32nd International Workshop on Graph-Theoretic Concepts in Computer Science. LNCS. vol. 4271, Springer, 2006: 78-89

[23] Kratsch D, Liedloff M. An exact algorithm for the minimum dominating clique problem[C]//Proc. 2nd International Workshop on Parameterized and Exact Computation. LNCS. vol. 4169, Springer, 2006: 128-139

[24] Raman V, Saurabh S, Sikdar S. Efficient exact algorithms through enumerating maximal independent sets and other techniques[J]. Theory of Computing Systems, 2007, 42: 563-587

[25] Fomin F V, Gaspers S, Saurabh S. Branching and treewidth based exact algorithms[C] // Proc. 17th International Symposium on Algorithms and Computation. LNCS. vol. 4288, Springer, 2006: 16-25

[26] van Rooij J M M, Bodlaender H L. Exact Algorithms for Edge Domination[R]. UU-CS-2007-051. Netherlands: Department of Information and Computing Sciences, Utrecht University, 2007

[27] Carr R, Fujito T, Konjevod G, et al. A 2 1/10 approximation algorithm for a generalization of the weighted edge-dominating set problem[J]. Journal of Combinatorial Optimization, 2001, 5(3): 317-326

[28] Fujito T, Nagamochi H. A 2-approximation algorithm for the minimum weight edge dominating set problem[J]. Discrete Applied Mathematics, 2002, 118(3): 199-207

[29] Parekh O. Edge domination and hypomatchable sets[C]// Symposium on Discrete Algorithms. ACM Press, 2002: 287-291

[30] Fernau H. Edge dominating set: efficient enumeration-based exact algorithms[C] // Proc. 2nd International Workshop on Parameterized and Exact Computation. LNCS. vol. 4169, Springer, 2006: 142-153

[31] Fernau H. On parameterized enumeration[C]// Proc. 8th Annual International Conference on Computing and Combinatorics. LNCS. vol. 2387, Springer, 2002: 151-179

[32] Fomin F V, Gaspers S, Saurabh S, et al. On two techniques of combining branching and treewidth[R]. No. 337. Norway: Department of Informatics, University of Bergen, 2006

[33] Weston M. A fixed - parameter tractable algorithm for matrix domination[J]. Information Processing Letters, 2004, 90: 267-272

[34] Chen J, Kanj I A, Meng J, et al. On effective enumerability of NP problems[C]//Proc. of the 2nd International Workshop on Parameterized and Exact Computation. LNCS. vol. 4169, Springer, 2006: 215-226

(上接第 6 页)

[17] Zhen Yu, Yong Guan. A Key Management Scheme Using Deployment Knowledge for Wireless Sensor Networks[J]. IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, 2008, 19 (10): 1411-1425

[18] Blom R. An optimal class of symmetric key generation systems [C]// Beth T, Cot N, Ingemarsson I, eds. Proc. of the EUROCRYPT'84. New York: Springer-Verlag, 1984: 335-338

[19] Du W, Deng J, Han Y S, et al. A pairwise key pre-distribution scheme for wireless sensor networks[C]// Proceedings of 10th ACM Conference on Computer and Communications Security (CCS'03). 2003: 42-51

[20] Camtepe S A, Yener B. Combinatorial design of key distribution mechanisms for wireless sensor networks [C] // Proc. of the Computer Security—ESORICS. Berlin: Springer-Verlag, 2004: 293-308

[21] Zhu S, Setia S, Jajodia S. LEAP: Efficient security mechanisms for large-scale distributed sensor networks[C] // Proc. of the 10th ACM Conf. on Computer and Communications Security. New York: ACM Press, 2003: 62-72

[22] Morales L, Hal Sudborough I, Eltoweissy M, et al. Combinatorial Optimization of Multicast Key Management[C]// Proceedings of the 36th Annual Hawaii International Conference on System Sciences (HICSS'03)-Track 9-Volume 9. 2003: 332-340

[23] Eltoweissy M, Heydari H, Morales L, et al. Combinatorial optimization of key management in group communications[J]. Journal of Network and Systems Management, 2004, 12(1): 33-50

[24] Younis M, Ghumman K, Eltoweissy M. Location-aware combinatorial key management scheme for clustered sensor networks[J]. IEEE Trans. on Parallel and Distribution System, 2006, 17(8): 865-882

[25] Zhang Y C, Liu W, Lou W J, et al. Location-based compromise-tolerant security mechanisms for wireless sensor networks [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2006, 24(2): 247-260

[26] Perrig A, Szewczyk R, Tygar J, et al. SPINS: Security protocols for sensor networks[J]. ACM Wireless Network, 2002, 8(5): 521-534

[27] Liu D, Ning P. Multilevel μ TESLA : Broadcast authentication for distributed sensor networks[J]. ACM Trans. on Embedded Computing Systems, 2004, 3(4): 800-836

[28] Watro R, Kong D, Cuti Sue-fen, et al. TinyPK: Securing Sensor Networks with Public Key Technology [C] // Proceedings of the 2nd ACM Workshop on the Security of Ad Hoc and Sensor Networks. ACM Press, 2004: 59-64

[29] Benenson Z, Gedicke N, Raivio O. Realizing Robust User Authentication in Sensor Networks [C] // Workshop on Real-World Wireless sensor Networks(Realwsn). 2005

[30] Eltoweissy M, Moharrum M, Mukkamala R. Dynamic key management in sensor networks[J]. IEEE Communications Magazine, 2006, 44(4): 122-130

[31] Bauer K, Lee Hyunyoung. A Distributed Authentication Scheme for a Wireless Sensing System[J]. ACM Transactions on Information and System Security, 2008, 11(13): 1-6