

仿射变换下图像不对称度计算方法

宋安平^{1,2} 丁广太¹ 郑汉垣^{1,3} 张武^{1,2}

(上海大学计算机工程和科学学院 上海 200072)¹ (上海大学系统生物技术研究所 上海 200444)²
(福建省龙岩学院 福建 364000)³

摘要 一个人的器官如果比其他人出现了更多的不对称,就可能是一种疾病的征兆。根据不对称性原理,提出了一种改进的三维医学图像不对称计算模型,通过对中耳区域三维医学图像不对称度的研究,给出了不对称度量化的数值计算优化方法,从而来诊断胆脂瘤型中耳炎。实验结果与医生的诊断之比较表明,利用T分布检验方法诊断胆脂瘤的置信度可达到98%。同时该计算模型具有客观性和可度量性,在其他可利用不对称性进行计算机辅助诊断领域具有较好的推广价值。

关键词 不对称度计算,仿射变换,胆脂瘤诊断,金字塔算法,T分布检验

中图法分类号 TP391 **文献标识码** A

Image Asymmetry Computing Algorithm Using Affine Transformation

SONG An-ping^{1,2} DING Guang-tai¹ ZHENG Han-yuan^{1,3} ZHANG Wu^{1,2}

(School of Computer Engineering and Science, Shanghai University, Shanghai 200072, China)¹

(Institute of Systems Biology, Shanghai University, Shanghai 200444, China)²

(Fujian Longyan College, Fujian 364000, China)³

Abstract It might be a sign of pathology when an organ of a person appears more asymmetric than others. Based on mathematically asymmetric theory, an improved asymmetric computing model of 3-D medical image was presented, and a numerical method and computing framework were studied. The method can be used to diagnose cholesteatomatous chronic otitis media by numerical experiments. Compared with the doctors' diagnosis, the ratio of the numerical diagnosis of patients' cholesteatoma confidence is up to 98 percent by testing of T distribution method. The asymmetry computing model has both measurable and objective properties so that it can be extended to other computer-assisted diagnosis related to medical asymmetry.

Keywords Asymmetry computing, Affine transformation, Cholesteatoma diagnosis, Pyramid algorithm, Test of T distribution

在自然界中,普遍存在着对称性,人体中也存在着大量对称的器官,例如人的五官以及某些骨骼等。而人体器官的不对称就会使人产生病态之感^[1]。从医学角度来看,如果人体对称的器官中出现了不对称的差异,其差异性越大,出现病变的可能性就越大,因此医学上的某些疾病(例如利用人脑中左右海马体的不对称来诊断精神分裂症)可以看成是人体器官的不对称所造成的^[2-4]。

胆脂瘤是慢性化脓性中耳炎的一种临床表现,是位于中耳、乳突腔内的囊性结构,胆脂瘤型中耳炎会引起听力丧失,不及时治疗甚至有生命危险^[5]。一般正常人的左右中耳区域是几乎对称的,理论上,应该把病人当前的CT图像与病人健康时在同一区域的CT图像做比较。但是,由于多数情况下病人以前并没有做过该区域的CT扫描,因此实际操作时,医

生都是以病人当前的中耳区域对侧的CT图像作为诊断依据,通过判断图像表现是正常双侧不对称还是病理意义的不对称来得出诊断结论^[6]。显然,在这一判断过程中,医生的个人经验和能力至关重要,没有足够的经验很容易导致误诊,加上二维图像在空间感上有明显的弱点,因此诊断结果相对主观^[7],而且需要一定的时间才能给出诊断结果,延缓了治疗的时机。

CT图像数据的计算量非常大,一般很难实时计算出结果。随着计算机技术的飞速发展,人们对计算机的处理能力要求也大大提高了,传统算法的低效显然不能满足需要,大量的快速算法自然而然地涌现出来,目前快速算法已相当广泛地应用于解决图像处理中的预处理、分割、配准等问题。仿射变换就可以应用于这个方面,它是一种刚体变换,与透视学有

到稿日期:2009-03-02 返修日期:2009-05-11 本文受教育部2008年度高等学校博士学科点专项科研基金(200802800007),上海市重点学科建设项目(J50103)和上海市教育委员会科研创新项目(08YZ16)资助。

宋安平(1966—),男,博士生,讲师,主要研究领域为医学图像处理、生物信息学,E-mail:apsong@shu.edu.cn;丁广太(1966—),男,博士,副教授,主要研究领域为图像处理;郑汉垣(1965—),男,博士生,高级实验师,主要研究领域为智能信息处理;张武(1957—),男,教授,博士生导师,CCF会员,主要研究领域为高性能计算与应用、生物信息学。

着非常紧密的联系,从几何上看,仿射变换可以看成两个向量空间之间的线性变换,其中金字塔算法就是仿射变换算法的特殊变换。

金字塔的定义最早由 Tanimoto 等于 1975 年提出,随后在各种不同应用领域提出了各种各样的金字塔算法。Eichmann 等(1988)和 Goutsias 与 Heijmans(2000)^[8]给出了金字塔的一般定义。近年来,产生了形态金字塔算法,该算法融合了多分辨金字塔算法和数学形态学,形态学金字塔兼顾了数学形态学的非线性特性和金字塔变换的多分辨特性,具有更好的细节保留特性和抗噪声性能^[9]。块匹配算法就是全搜索算法(Full Search Algorithm, FSA),即在一定的搜索范围内对所有可能的点进行逐点匹配,然后选取全局最小值。显然, FSA 的计算量过于庞大,并不适用于实际应用^[10]。

根据上述问题,为了度量不对称的差异大小,需要一种度量方法计算出不对称的差异来区分病人和正常人。基于数学上的对称性理论,提出了三维图像不对称度计算模型^[11],首先改进该计算模型,优化三维医学图像不对称度量化的数值计算方法,再运用金字塔启发式搜索算法克服了重复运算,提升了计算效率。

1 三维图像不对称度的数学模型

本文的研究是根据上海复旦大学附属耳鼻喉科医院提供的医学影像资料(CT 图像)开展的,共收集了 300 多例耳部 CT 图像病例。为了计算实验的一致性,从中选取了规格相同、质量较好的 41 例图像,其分辨率为 512×512 ,层间距为 0.75mm。图 1 为中耳区域 CT 图像,上图是正常人的中耳图像,下图为病人的中耳图像,椭圆区域为病变区域,矩形区域为正常区域。



图 1 中耳的 CT 图像

通过 CT 切片可以得到三维图像数据,假设三维图像用三元函数 $f(x, y, z)$ 或者 $f(P)$ 来表示, $f(P)$ 为三维图像在空间点 P 处的像素值。

首先选定一个局部化参数 $d > 0$, 一个病变区域中的初始点 p_0 , 以 p_0 为中心的覆盖病变区域 Ω_0 和 p_0 对称区域中的一个对称点 p_1 。这样,对于点 P , 其对称点 $S(P)$ 是关于 p_0, p_1 的函数 $S(p, p_0, p_1)$, $S(P)$ 是其简略形式。

定义 $|\Omega| = \int_{\Omega} d\mu$, μ 为空间测度, 则令

$$\rho_{P_1}(f) = \frac{\int_{\Omega_0} \int_{|P-(x,y,z)| \leq d} |f(P) - f(S(P, P_0, P_1))| d\mu}{\int_{|P-(x,y,z)| \leq d} (\max f(P) + \max f(S(P, P_0, P_1))) d\mu} \quad (1)$$

$\rho_{P_1}(f)$ 必定是在 $[0, 1]$ 区间内取值的, 式(1)中的 \max 运算范围是 $\{P-(x, y, z) | \leq d\}$; 当 p_1 在 $S(\Omega_0)$ 中遍历时, 必存在最佳 P_1^* , 使得

$$\min_{P_1 \in \text{Domain}(f)} \rho_{P_1}(f) = \rho_{P_1^*}(f)$$

由 P_0, P_1^* 所决定的对称面, 称为最佳对称面, $\rho_{P_1^*}(f)$ 的值就是此三维空间的不对称度的量化数值。

因为式(1)中包含绝对值、最大值运算, 所以式(1)不适合代数运算, 这一点在具体算法实现和应用中受到很大的限制, 因此将此表达式修改为以下的式(2)。

$$\rho_{P_1}(f) = \frac{\int_{\Omega_0} \int_{|P-(x,y,z)| \leq d} (f(P) - f(S(P, P_0, P_1)))^2 d\mu}{\int_{|P-(x,y,z)| \leq d} (f^2(P) + f^2(S(P, P_0, P_1))) d\mu} \quad (2)$$

经过修改后的式(2)其计算已经完全适合了代数运算, 因此更易于算法优化, 进而也加速了计算过程, 实验的计算结果(如图 2 所示)也可以说明这一点。

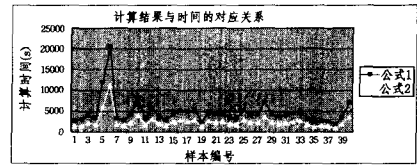


图 2 两种计算模型计算时间的比较

2 不对称度计算方法及优化算法

基于以上三维空间的不对称度的量化数值计算的计算模型, 给出两种算法以计算整个感兴趣区域(ROI)的不对称度:

- (1) 搜索整个 ROI 区域的不对称度计算的算法;
- (2) 金字塔启发式搜索计算的算法。

2.1 ROI 设置

确定两个需要进行对称度计算的感兴趣区域 Ω_0 和 Ω_1 , 在算法研发阶段, 以长方体作为该研究区域的形状, 其规格为 $M * N * K$, 选取该两个区域的中心点 p_0, p_1 即 (X_0, Y_0, Z_0) , (X_1, Y_1, Z_1) 。

2.2 ROI 区域的不对称度计算的全局搜索算法

通过 p_1 遍历 ROI 的 Ω_1 中所有的点, 求出最小不对称度与最佳对称点, 假定计算一个点的不对称点需 0.2 秒, m_1, n_1, k_1 均为 50, 则需要计算的时间是 $50 * 50 * 50 * 0.2 / 3600 = 6.944$ 小时。

从图 2 可知, 式(1)平均计算时间为 5285.494 秒, 而式(2)平均计算时间为 2856.333 秒, 因此修正后的计算模型其计算速度提高了近一倍。

2.3 金字塔启发式搜索计算的算法

通过以上的全局搜索算法得到的结果, 可知其计算速度比较慢, 因此非常有必要寻找一种更优的方法来进行求解。下面就给出金字塔启发式搜索计算算法。

在数字图像处理中, 经常采用一种分层的数据结构来存储数字图像——金字塔结构。一般来说, 构造出一个完整的金字塔结构是不必要的。相邻层次间的分辨率相差一半, 则由底向上依次构造出 $512 \times 512, 256 \times 256, 128 \times 128, 64 \times 64$ 4 层, 将这 4 个层次的二维图像矩阵由底向上分别标示为 M9, M8, M7 和 M6, 相邻层次间分辨率相差一半, 则数据量相应减少 4 倍, 因此处理速度也差不多能提高 4 倍。

我们知道用三维图像的金字塔方法构造出的图像就是原

图像伸缩变换后得到的图像,伸缩变换是一种仿射变换,而且伸缩系数是逐级为二分之一。

因为不对称性是空间映射下的不变属性,所以3维图像在 x, y, z 轴三个方向同时压缩或放大 n 倍是不会影响其对称性的。下面可以从理论上证明:仿射变换也是一种线性变换,不会影响不对称度的计算。因此可以利用金字塔的计算方法来逐个逼近求解加速不对称度的整体计算。

设原始图像为 $h(Q)$,由于切片的间距、采样密度等因素,实际上得到的是 $f(P)$,其中 $P=AQ+b=T(Q), Q=T^{-1}(P), h(Q)=h(T^{-1}(P)), f(P)=h(T^{-1}(P))$,这是线性变换。显然,切片的间距、采样密度等因素对对称度的影响可以被略去,以式(2)为例,假定 $d\mu=dP$,因为

$$\begin{aligned} \rho_{P_1}(f) &= \frac{\int_{\Omega_0} (f(P) - f(S(P, P_0, P_1)))^2 d\mu}{\int_{\Omega_0} (f^2(P) + f^2(S(P, P_0, P_1))) d\mu} \\ &= \frac{\int_{\Omega_0} (hT^{-1}(P) - hT^{-1}(S(P, P_0, P_1)))^2 dP}{\int_{\Omega_0} (hT^{-1}(P) + hT^{-1}(S(P, P_0, P_1))) dP} \\ &= \frac{\int_{T^{-1}(\Omega_0)} (h(Q) - h(T^{-1}S(P, P_0, P_1)))^2 \left| \frac{\partial P}{\partial Q} \right| dQ}{\int_{T^{-1}(\Omega_0)} (h^2(Q) + h^2(T^{-1}S(P, P_0, P_1))) \left| \frac{\partial P}{\partial Q} \right| dQ} \\ &= \frac{\int_{T^{-1}(\Omega_0)} (h(Q) - h(T^{-1}S(P, P_0, P_1)))^2 dQ}{\int_{T^{-1}(\Omega_0)} (h^2(Q) + h^2(T^{-1}S(P, P_0, P_1))) dQ} \\ &= \frac{\int_{\Phi_0} (h(Q) - h(T^{-1}S(P, P_0, P_1)))^2 dQ}{\int_{\Phi_0} (h^2(Q) + h^2(T^{-1}S(P, P_0, P_1))) dQ} \end{aligned}$$

其中, $\Phi_0 = T^{-1}(\Omega_0), \left| \frac{\partial P}{\partial Q} \right| = |A|$ 。若 T 是正交变换,则有

$$T^{-1}S(P, P_0, P_1) = S(T^{-1}(P), T^{-1}(P_0), T^{-1}(P_1)) \stackrel{\text{def}}{=} S(Q, Q_0, Q_1)$$

因为 $S(P, P_1, P_2) = P + 2t \overrightarrow{P_1 P_2}, P = AQ + b = T(Q), Q = T^{-1}(P) = A^{-1}(P - b)$,所以

$$\begin{aligned} T^{-1}S(P, P_0, P_1) &= T^{-1}(P + 2t \overrightarrow{P_0 P_1}) = A^{-1}(P + 2t \overrightarrow{P_0 P_1} - b) \\ &= A^{-1}((P - b) + 2t \overrightarrow{(P_0 - b)(P_1 - b)}) \\ &= A^{-1}((P - b) + 2t \overrightarrow{(A^{-1}(P_0 - b)(A^{-1}(P_1 - b))}) \\ &= T^{-1}P + 2t \overrightarrow{(T^{-1}P_0)(T^{-1}P_1)} \\ &= S(T^{-1}(P), T^{-1}(P_0), T^{-1}(P_1)) \end{aligned}$$

因而,

$$\rho_{P_1}^2(f) = \frac{\int_{\Phi_0} (f(Q) - f(S(Q, Q_0, Q_1)))^2 dQ}{\int_{\Phi_0} (f^2(Q) + f^2(S(Q, Q_0, Q_1))) dQ} \quad (3)$$

对于在 x, y, z 方向的伸缩变换, $P=AQ+b$ 中的变换参数为: $b=0, A=\text{diag}(u, v, w), (u, v, w)$ 分别为图像在 x, y, z 方向的伸缩系数。

通过以上证明可知,将三维图像 X_9 在 x, y, z 方向都缩小两倍后成为 X_8 ,进一步是 X_7 ,然后再缩小两倍则为 X_6 ,假设通过空间映射下计算出的对称度分别为 R_9, R_8, R_7, R_6 ,其

对称点分别为 RP_9, RP_8, RP_7, RP_6 ,则在理论上而言 R_9, R_8, R_7, R_6 的值非常接近,但是在实际应用中,计算是在离散函数状态下进行的,因此必定存在误差,在计算 X_9 到 X_8 时, X_8 是由 X_9 的平滑处理得到的,因此 R_8 应该比 R_9 小。其计算时间和计算结果的比较如图3和图4所示。

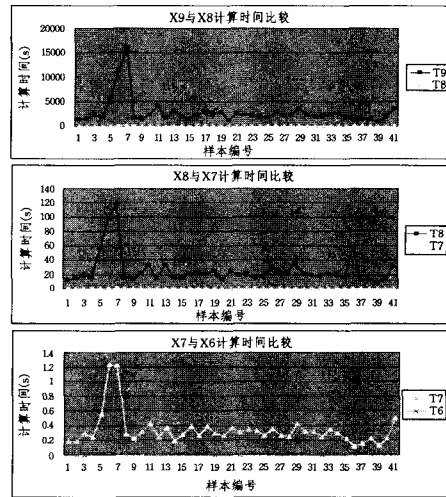


图3 4层变换图像计算时间的比较

3 不对称度计算结果分析

3.1 金字塔启发式搜索算法对对称度计算结果的影响

从图4也可以看到, R_7, R_8, R_9 的结果比较接近,而 R_6 与 R_7, R_8, R_9 的误差比较大,因此计算 R_7, R_8, R_9 为宜。同时,考虑到加速计算的作用, T_9 平均时间为1436.031250秒,而 T_7 平均时间为0.187500秒。一般线性变换对对称度影响的证明可以保证 R_7 与 R_9 同样可以度量其对称性,因此可以通过计算 R_7 代替计算 R_9 来度量其对称性。

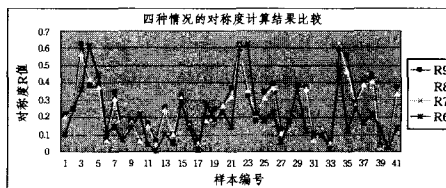


图4 计算对称度的关系

3.2 利用数理统计学方法来分析检验不对称度与病情有关

经过大量的计算,有如下结果(如表1所列):试验数据样本 n 共41例,其中病人 n_q 为11例,正常人 n_p 为30例;利用点二列相关系数和 T 分布检验方法来分析不对称度与疾病的关系。

点二列相关系数的计算公式为

$$r = \frac{\overline{X_p - X_q}}{Dt} \sqrt{pq} \quad (4)$$

相关系数的显著性检验采用积差相关系数检验的方法,步骤如下:

(1)提出假设

$$H_0: \rho=0 \quad H_1: \rho \neq 0;$$

(2)计算检验统计量的值(如表1所列)

$$t = \frac{r \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \quad (5)$$

表1 点二列相关系数计算和 T 分布检验方法

	R9	备注
p	30/41=0.731707	正常人比率
Xp	0.297555	正常人对称度平均值
Dp	0.170117	正常人对称度标准差
q	11/41=0.268293	病人比率
Xq	0.162891	病人对称度平均值
Dq	0.088563	病人对称度标准差
n	41	总人数
Xt	0.261425	所有人对称度平均值
Dt	0.163829	所有人对称度标准差
r	0.364197	式(4)计算的相关系数
t	2.442127	式(5)计算的 t 分布值

(3) 确定检验的形式: 进行双侧检验

因为自由度 $df = n - 2 = 39$, 查 t 值表寻找双侧临界值 $t_{(39)0.020} = 2.425841$, 由于 $t = [2.442127] > t_{(39)0.020} = 2.425841$, 因此在 0.020 显著性水平上拒绝 H_0 而接受 H_1 。其结论为: 病人和正常人两类平均数有极大的差异, 说明 R9 计算结果与病情是否正常总体上存在相关性。所以不对称度的数值计算在中耳胆脂瘤诊断应用中具有一定的医学意义。

结束语 本文给出了单个确定点的整个 ROI 区域不对称度计算算法, 但是其计算单个病例平均需要 7 个小时, 这在临床实际应用中有较大的困难, 所以利用伸缩变换对于不对称度的计算完全没有影响的特点, 使用金字塔启发式搜索计算方法来求解整体的最佳对称点和其不对称度, 结果大为改观, 单个病例的计算时间只平均需要 5 分钟, 金字塔算法显然是一种好办法, 不仅省略了遍历所有像素点, 而且对于同一类图像, 遍历路径可以互相参考。后续的工作中还需深入地研究如何利用对称面的特性和选定初始值让算法收敛速度更快一些; 同时还要考虑对最优遍历路径的确定使用智能算法来进一步优化。

(上接第 260 页)

- [6] Greco S, Matarazzo B, Slowinski R. A new rough set approach to multicriteria and multiattribute classification[C]//Polkowski L, Skowron A. Rough sets and current trends in computing (RSCTC'98), Lecture Notes in Artificial Intelligence. Berlin: Springer-Verlag, 1998, 1424: 60-67
- [7] Greco S, Matarazzo B, Slowinski R. A new rough sets approach to evaluation of bankruptcy risk[M]//Zopounidis X. Operational Tools in the Management of Financial Risks. Dordrecht: Kluwer, 1999: 121-136
- [8] 张文修, 梁怡, 吴伟志. 信息系统与知识发现[M]. 北京: 科学出版社, 2003
- [9] Qian Y H, Liang J Y, Dang C Y. Interval ordered information systems[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2008, 56: 1994-2009
- [10] Qian Y H, Liang J Y, Wei W, et al. Consistency and fuzziness in ordered decision tables[J]. RSKT (2008), Lecture Notes in Artificial Intelligence, 2008, 5009: 63-71
- [11] Qian Y H, Liang J Y, Song P, et al. On dominance relations in disjunctive set-valued ordered information systems[J]. International Journal of Information Technology and Decision Making,

参考文献

- [1] Glerup N. Asymmetry Measure in Medical Image Analysis[D]. Copenhagen: IT University of Copenhagen, 2005
- [2] Shen L, Ford J, Makedon F, et al. Hippocampal Shape Analysis: Surface-based representation and Classification[C]//SPIE Medical Imaging- Image Processing, 2003
- [3] Gerig G, Muller K E, Kistner E D, et al. Age and Treatment Related Local Hippocampal Changes in Schizophrenia Explained by A Novel Shape Analysis Method[C]//MICCAI 2003. 2003: 653-660
- [4] O'Mara, Owens R. Measuring Bilateral Symmetry in Digital Images[C]//IEEE Tencon-Digital Signal Processing Applications, 1996: 151-156
- [5] 孔庆聪, 邓星河, 徐川, 等. 螺旋 CT 诊断胆脂瘤型中耳炎的价值[J]. 中国医学影像学杂志, 2007, 15(2): 127-129
- [6] 谭旭民, 杨桦, 李红, 等. 胆脂瘤型中耳炎的 CT 表现特点[J]. 中华耳科学杂志, 2007, 5(2): 155-157
- [7] Tuzikov A, Colliot O, Bloch I. Brain Symmetry Plane Computation in MR Images using Inertia Axes and Optimization[C]//Proceedings of 16th ICPR International Conference on Pattern Recognition, Quebec, 2002, 1: 516-519
- [8] Goutsias J, Heijmans H J A M. Nonlinear Multiresolution Signal Decomposition Schemes—Part I: Morphological Pyramids[J]. IEEE Transaction on Image Processing, 2000, 9(11): 1862-1876
- [9] 任获荣. 形态金字塔图像分割算法[J]. 西安电子科技大学学报: 自然科学版, 2004, 31(2)
- [10] 俞能海. 基于块金字塔的快速块匹配算法[J]. 电路与系统学报, 2003, 8(2)
- [11] Song Anping, Ding Guangtai, Zhang Wu. Asymmetry Computing for Cholesteatoma Detection Base on 3-D CT Images[C]//Proceedings of the International Conference on Life System Modeling and Simulation. I.SMS 2007. Springer Verlag, 2007: 787-794
- 2009
- [12] Leung Y, Wu W Z, Zhang W X. Knowledge acquisition in incomplete information systems: a rough set approach[J]. European Journal of Operational Research, 2006, 168(1): 164-180
- [13] 胡峰, 王国胤. 属性序下的快速约简算法[J]. 计算机学报, 2007, 30(8): 1429-1435
- [14] 付昂, 王国胤, 胡军. 基于信息熵的不完备信息系统属性约简算法[J]. 重庆邮电大学学报: 自然科学版, 2008, 20(5): 586-592
- [15] Shao M W, Zhang H Y. Dominance relation and rules in ordered information system[J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2005, 22(4): 697-702
- [16] Yang X B, Yang J Y, Wu C, et al. Dominance-based rough set approach and knowledge reduction in incomplete ordered information system[J]. Information Science, 2008, 178: 1219-1234
- [17] 徐伟华, 张文修. 基于优势关系下不协调目标信息系统的分布约简[J]. 模糊系统与数学, 2007, 21(4): 124-131
- [18] 袁修久, 何华灿. 优势关系下的相容关系约简和下近似约简[J]. 西北工业大学学报, 2006, 24(5): 604-608
- [19] 朱冰冰, 吴绍春, 王炜. 以优势关系为基础的粗糙集在地震数据挖掘中的应用[J]. 计算机应用, 2006, 26(12): 3023-3026