直觉模糊集上的混合单调包含度

姚燕青 米据生
（河北师范大学数学与信息科学学院 石家庄 050016）

摘 要 包含度是不确定推理理论中度量两集合间的包含程度的一种有力工具。提出了直觉模糊集上的混合单调包含度（简称 IFH 包含度）的定义。构造了一些具体的 IFH 包含度，证明了这些构造方法的合理性。讨论了一些特殊的 IFH 包含度所满足的分配性质和传递性质。给出了 IFH 包含度在知识模式匹配中的应用。丰富了包含度理论，同时为研究直觉模糊集之间的包含程度提供了具体方法。

关键词 包含度，直觉模糊集，混合单调包含度

Hybrid Monotonic Inclusion Measure on Intuitionistic Fuzzy Sets

YAO Yan-qing MI Ju-sheng
(College of Mathematics and Information Science, Hebei Normal University, Shijiazhuang 050016, China)

Abstract In the theory of uncertainty reasoning, inclusion measure is an effective tool for measuring the degree to which one set is contained in another set. We introduced a new definition of inclusion measure: hybrid monotonic inclusion measure on intuitionistic fuzzy sets (IFH inclusion measure for short). Based on which, several kinds of IFH inclusion measures were constructed, and the rationalities of which were proved. Then cetain distributivity and T- transitivity of some special IFH inclusion measures were investigated. And the use of IFH inclusion measures in pattern matching of knowledge was discussed. So this paper provided us with operational methods for measuring the degree to which an intuitionistic fuzzy set is contained in another intuitionistic fuzzy set as well as enriching the theory of inclusion measure.

Keywords Inclusion measure, Intuitionistic fuzzy sets, Hybrid monotonic inclusion measure

1 引言

包含度是不确定推理理论中的一种重要度量工具。它作为两集合之间的包含关系的一种推广，用来刻画一个集合包含于另一集合的程度。研究包含度的方法主要有两种：构造性方法[1]和公理化方法[2]。构造性方法主要研究在实际应用中如何构造具体的包含度来度量两集合之间的包含程度，而公理化方法则侧重于研究包含度的结构。许多学者给出了形式多样的公理化定义。其中文献[2]给出的包含度定义最常用。文献[3]给出了模糊集上的混合单调包含度的定义，然后给出了几种构造混合单调包含度的方法并研究了它们的基本性质。

由 Atanassov 提出的直觉模糊集作为 Zadeh 模糊集的推广，是一种处理不完整、不精确信息的数学结构。它与模糊集的区别在于：模糊集只给出了每个元素属于某一集合的程度，而直觉模糊集不仅给出了每个元素属于某一集合的程度，还给出了不属于该集合的程度。现在，直觉模糊集已引起许多学者的研究兴趣，且已被成功地应用于决策分析和模式识别，而模糊集中的许多概念也已被推广到直觉模糊集中，例如直觉模糊关系、直觉 L-模糊集、直觉模糊蕴涵、直觉模糊逻辑、直觉模糊集间的相似度等[4]。

本文旨在给出一种度量直觉模糊集之间的包含程度的工具。首先给出直觉模糊集上的混合单调包含度的定义，接着给出几种构造混合单调包含度的方法，并讨论一些特殊的混合单调包含度的基本性质，最后给出这种包含度在知识模式识别中的应用。

2 预备知识

下面先回顾一些基本概念，接着给出直觉模糊集上的混合单调包含度的定义。

定义 1[5] 设 U 是一个给定论域，$A=\{\langle x,\mu_A(x),\nu_A(x)\rangle \mid x\in U\}$，称 A 为 U 上的一个直觉模糊集，其中 $\mu_A:U\rightarrow[0,1]$表示 A 的隶属函数，$\nu_A:U\rightarrow[0,1]$表示 A 的非隶属函数，且 $\forall x\in U$，都有 $0\leqslant\mu_A(x)+\nu_A(x)\leqslant1$ 成立，$\forall x\in U$，都有 $0\leqslant\mu_A(x)+\nu_A(x)\leqslant1$ 成立。A 的补集定义为$\sim A=\{\langle x,\nu_A(x),\mu_A(x)\rangle \mid x\in U\}$。$U$ 上的直觉模糊集全体记为 $IF(U)$。在不引起混淆的情况下，$\{\langle x,1,0\rangle \mid x\in U\}$简记为 U，$\{\langle x,0,1\rangle \mid x\in U\}$简记为 $\emptyset$。

定义 2[5] 对于 $A,B\in IF(U)$来说，

(1) $A\subseteq B\Leftrightarrow\forall x\in U$，都有 $\mu_A(x)\leqslant\mu_B(x)$，$\nu_A(x)\geqslant\nu_B(x)$；

(2) $A\cup B=\{\langle x,\mu_A(x)\vee\mu_B(x),\nu_A(x)\wedge\nu_B(x)\rangle \mid x\in$

到稿日期：2009-05-03 返修日期：2009-07-01 本文受国家自然科学基金（60773174），河北省自然科学基金（A2006000129）资助。

姚燕青（1983—），女，硕士研究生，主要研究方向为人工智能的数学基础；**米据生**（1966—），男，教授，博士生导师，主要研究方向为粗糙集理论与应用、概念格理论、随机集理论与近似推理。

$U\}$；

(3) $A\cap B=\{\langle x,\mu_A(x)\wedge\mu_B(x),\nu_A(x)\vee\nu_B(x)\rangle\mid x\in U\}$。

定义 3[3] 二元函数 $T:[0,1]^2\to[0,1]$称为三角模，如果它是单调增加的、结合的、交换的且满足 $T(a,1)=a$，$\forall a\in[0,1]$。

定义 4[3] 设 T 是下半连续的三角模，定义二元算子 θ_T：$[0,1]^2\to[0,1]$如下：

$\theta_T(a,b)=\sup\{c\mid T(a,c)\leqslant b\}$，$\forall a,b\in[0,1]$，称 θ_T 为基于 T 的剩余蕴涵算子。

注 1[3] 蕴涵算子是指函数 $\mathrm{I}:[0,1]^2\to[0,1]$，其中 I 满足 $\mathrm{I}(1,0)=0$，$\mathrm{I}(0,1)=\mathrm{I}(1,1)=\mathrm{I}(0,0)=1$。蕴涵算子 I 是左单调的(右单调的)的充要条件是 $\forall\alpha\in[0,1]$，$\mathrm{I}(\cdot,\alpha)$ 是单调递减的($\mathrm{I}(\alpha,\cdot)$是单调递增的)。若 I 既是左单调的又是右单调的，则称 I 是混合单调的。若 $\forall x,y\in[0,1]$，有 $x\leqslant y\Leftrightarrow\mathrm{I}(x,y)=1$，则称 I 满足 CP 律。

定义 5[2] 设$(L,\leqslant)$是偏序集，$L_0\subseteq L$，如果对任意 $\alpha,\beta\in L_0$，有数 $D(\beta/\alpha)$对应，且满足：

(1) $0\leqslant D(\beta/\alpha)\leqslant 1$；

(2) $\alpha\leqslant\beta$ 时，$D(\beta/\alpha)=1$；

(3) $\alpha\leqslant\beta\leqslant\gamma$ 时，$D(\alpha/\gamma)\leqslant D(\beta/\gamma)$，

称 D 为 L_0 上的包含度。

下面给出直觉模糊集上的混合单调包含度的定义。

定义 6 映射 $I:IF(U)\times IF(U)\to[0,1]$称为直觉模糊集上的混合单调包含度，简称为 IFH 包含度，若 I 满足以下性质：$\forall A,B,C\in IF(U)$，

(1) $A\subseteq B\Leftrightarrow I(A,B)=1$；

(2) $A\subseteq B$ 时，$I(B,C)\leqslant I(A,C)$，$I(C,A)\leqslant I(C,B)$。

3 IFH 包含度的构造

在下面的讨论中，约定 U 是非空有限论域，且 $U=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，$f:[0,1]^2\to[0,1]$是单调递增二元函数，且(1,1)是 $f(x,y)=1$ 的唯一解，$\lambda_i>0(1\leqslant i\leqslant n)$，且$\sum_{i=1}^{n}\lambda_i=1$。

定理 1 设 I 是满足混合单调性和 CP 律的蕴涵算子，分别定义映射 $I_1,I_1',I_2,I_2':IF(U)\times IF(U)\to[0,1]$如下：

$$I_1(A,B)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i f(\mathrm{I}(\mu_A(x_i),\mu_B(x_i)),\mathrm{I}(\nu_B(x_i),\nu_A(x_i))),$$

$$I_2(A,B)=\bigwedge_{x_i\in U}f(\mathrm{I}(\mu_A(x_i),\mu_B(x_i)),\mathrm{I}(\nu_B(x_i),\nu_A(x_i))),$$

$$I_1'(A,B)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i f(\mathrm{I}(\mu_A(x_i),\mu_B(x_i)),\mathrm{I}(1-\nu_A(x_i),1-\nu_B(x_i))),$$

$$I_2'(A,B)=\bigwedge_{x_i\in U}f(\mathrm{I}(\mu_A(x_i),\mu_B(x_i)),\mathrm{I}(1-\nu_A(x_i),1-\nu_B(x_i))),$$

则 I_1,I_1',I_2和 I_2'都是 IFH 包含度。

证明：(1)若 $A\subseteq B$，则 $\forall x_i\in U$，有 $\mu_A(x_i)\leqslant\mu_B(x_i)$，$\nu_A(x_i)\geqslant\nu_B(x_i)$，故由 I 满足 CP 律知，$\mathrm{I}(\mu_A(x_i),\mu_B(x_i))=1$，$\mathrm{I}(\nu_B(x_i),\nu_A(x_i))=1$，所以 $I_1(A,B)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i f(1,1)=1$。

反之，若 $I_1(A,B)=1$，则 $\forall x_i\in U$，$f(\mathrm{I}(\mu_A(x_i),\mu_B(x_i)),\mathrm{I}(\nu_B(x_i),\nu_A(x_i)))=1$，所以 $\mathrm{I}(\mu_A(x_i),\mu_B(x_i))=1$，$\mathrm{I}(\nu_B(x_i),\nu_A(x_i))=1$，所以 $\forall x_i\in U$，$\mu_A(x_i)\leqslant\mu_B(x_i)$，$\nu_B(x_i)\leqslant\nu_A(x_i)$，即 $A\subseteq B$。

(2)若 $A\subseteq B$，则由 I 满足混合单调性知，

$\mathrm{I}(\mu_B(x_i),\mu_C(x_i))\leqslant\mathrm{I}(\mu_A(x_i),\mu_C(x_i))$，

$\mathrm{I}(\nu_C(x_i),\nu_B(x_i))\leqslant\mathrm{I}(\nu_C(x_i),\nu_A(x_i))$，

$\mathrm{I}(\mu_C(x_i),\mu_A(x_i))\leqslant\mathrm{I}(\mu_C(x_i),\mu_B(x_i))$，

$\mathrm{I}(\nu_A(x_i),\nu_C(x_i))\leqslant\mathrm{I}(\nu_B(x_i),\nu_C(x_i))$，

所以由 f 是单调递增函数知，$I_1(B,C)\leqslant I_1(A,C)$，$I_1(C,A)\leqslant I_1(C,B)$。

综上可得 I_1 是 IFH 包含度。

类似可证 I_1，I_2 和 I_2'都是 IFH 包含度。

引理 1 设 a,b,c 是任意实数，则 $|a\vee b-b\vee c|\leqslant|a-c|$，$|a\wedge b-b\wedge c|\leqslant|a-c|$。

注 2 此引理可以看成文献[3]所引的引理 3.1 的推广。

定理 2 定义映射 $I_3:IF(U)\times IF(U)\to[0,1]$如下：

$$I_3(A,B)=\begin{cases}1, & \text{当 } A=B=\varnothing \text{ 时}\\ \dfrac{\sum_{x_i\in U}[\mu_B(x_i)+1-\nu_B(x_i)]}{\sum_{x_i\in U}[\mu_A(x_i)\vee\mu_B(x_i)+1-\nu_A(x_i)\wedge\nu_B(x_i)]}, & \text{其它}\end{cases}$$

则 I_3 是 IFH 包含度。

证明：(1)若 $A\subseteq B$，则易知 $I_3(A,B)=1$；反之，若 $I_3(A,B)=1$，则 $\sum_{x_i\in U}[\mu_B(x_i)+1-\nu_B(x_i)]=\sum_{x_i\in U}[\mu_A(x_i)\vee\mu_B(x_i)+1-\nu_A(x_i)\wedge\nu_B(x_i)]$，所以 $\forall x_i\in U$，$\mu_B(x_i)+1-\nu_B(x_i)=\mu_A(x_i)\vee\mu_B(x_i)+1-\nu_A(x_i)\wedge\nu_B(x_i)$，从而 $\mu_A(x_i)\leqslant\mu_B(x_i)$，$\nu_A(x_i)\geqslant\nu_B(x_i)$，即 $A\subseteq B$。

(2) $A\subseteq B$ 时，易得 $I_3(A,C)\geqslant I_3(B,C)$。下证 $I_3(C,A)\leqslant I_3(C,B)$：

由引理 1 知，

$\mu_C(x_i)\vee\mu_B(x_i)-\mu_C(x_i)\vee\mu_A(x_i)\leqslant\mu_B(x_i)-\mu_A(x_i)$，

$\nu_C(x_i)\wedge\nu_A(x_i)-\nu_C(x_i)\wedge\nu_B(x_i)\leqslant\nu_A(x_i)-\nu_B(x_i)$，

所以

$$\begin{aligned}&\sum_{x_i\in U}[\mu_A(x_i)+1-\nu_A(x_i)]\cdot\sum_{x_i\in U}[\mu_C(x_i)\vee\mu_B(x_i)+1-\nu_C(x_i)\wedge\nu_B(x_i)]-\sum_{x_i\in U}[\mu_B(x_i)+1-\nu_B(x_i)]\cdot\sum_{x_i\in U}[\mu_C(x_i)\vee\mu_A(x_i)+1-\nu_C(x_i)\wedge\nu_A(x_i)]\\
&\leqslant\sum_{x_i\in U}[\mu_A(x_i)+1-\nu_A(x_i)]\cdot\sum_{x_i\in U}\{[\mu_C(x_i)\vee\mu_A(x_i)+1-\nu_C(x_i)\wedge\nu_A(x_i)]+[\mu_B(x_i)-\mu_A(x_i)+\nu_A(x_i)-\nu_B(x_i)]\}-\sum_{x_i\in U}\{[\mu_A(x_i)+1-\nu_A(x_i)]+[\mu_B(x_i)-\mu_A(x_i)+\nu_A(x_i)-\nu_B(x_i)]\}\cdot\sum_{x_i\in U}[\mu_C(x_i)\vee\mu_A(x_i)+1-\nu_C(x_i)\wedge\nu_A(x_i)]\\
&=\sum_{x_i\in U}[\mu_A(x_i)+1-\nu_A(x_i)]\cdot\sum_{x_i\in U}[\mu_B(x_i)-\mu_A(x_i)+\nu_A(x_i)-\nu_B(x_i)]-\sum_{x_i\in U}[\mu_B(x_i)-\mu_A(x_i)+\nu_A(x_i)-\nu_B(x_i)]\cdot\sum_{x_i\in U}[\mu_C(x_i)\vee\mu_A(x_i)+1-\nu_C(x_i)\wedge\nu_A(x_i)]\\
&=\sum_{x_i\in U}[\mu_B(x_i)-\mu_A(x_i)+\nu_A(x_i)-\nu_B(x_i)]\cdot\sum_{x_i\in U}\{[\mu_A(x_i)-\mu_C(x_i)\vee\mu_A(x_i)]+[\nu_C(x_i)\wedge\nu_A(x_i)-\nu_A(x_i)]\}\\
&\leqslant 0\end{aligned}$$

所以 $I_3(C,A)\leqslant I_3(C,B)$。得证。

注 3　上述定理为我们提供了另一种形式简单的 IFH 包含度。若把模糊集看成一种特殊的直觉模糊集，也就是说，$\forall A\in F(U)$，$\forall x\in U$，令 $\mu_A(x)=A(x)$，$\nu_A(x)=1-A(x)$，则当此定理中的 A 和 B 都是模糊集时，I_3 就退化为文献[3]中构造的一种包含度。

引理 2　设 T 是三角模，若 $T(a,b)=1$，则 a 和 b 中至少有一个为 1。

证明：用反证法。若 a 和 b 均小于 1，则 $T(a,b)\leqslant T(a,1)\wedge T(1,b)=a\wedge b<1$，与 $T(a,b)=1$ 矛盾。证毕。

定理 3　设 I 是 IFH 包含度，T 是三角模，则下列函数也都是 IFH 包含度：

(1) $I_4(A,B)=T(I(A,B),I(\sim B,\sim A))$；

(2) $I_5(A,B)=I(\sim B,\sim A)$；

(3) $I_6(A,B)=f_1(I(A,B))$，其中 $f_1:[0,1]\to[0,1]$ 是单调递增函数，且 $x=1$ 是 $f_1(x)=1$ 的唯一解。

证明：由 IFH 包含度的定义直接可证。

定理 4　设 I' 和 I'' 都是 IFH 包含度，则下列函数也都是 IFH 包含度：

(1) $I_7(A,B)=T(I'(A,B),I''(A,B))$；

(2) $I_8(A,B)=f(I'(A,B),I''(A,B))$。

证明：由 IFH 包含度的定义直接可证。

4　几类特殊的 IFH 包含度的基本性质

定理 5　设 I 是 T 的剩余蕴涵算子，分别定义映射 $I_9:IF(U)\times IF(U)\to[0,1]$，$I_{10}:IF(U)\times IF(U)\to[0,1]$ 如下：

$$I_9(A,B)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i f(\mathrm{I}(\mu_A(x_i),\mu_B(x_i)),\mathrm{I}(\nu_B(x_i),\nu_A(x_i))),$$

$$I_{10}(A,B)=\bigwedge_{x_i\in U}f(\mathrm{I}(\mu_A(x_i),\mu_B(x_i)),\mathrm{I}(\nu_B(x_i),\nu_A(x_i))),$$

则 $I_k(k=9,10)$ 满足下列性质：

(1) $I_k(A,B)\leqslant I_k(A\cap C,B\cap C)$；

(2) $I_k(A,B)\leqslant I_k(A\cup C,B\cup C)$；

(3) 记 $T(A,B)=\{\langle x,T(\mu_A(x_i),\mu_B(x_i)),T(\nu_A(x),\nu_B(x))\rangle\mid x\in U\}$，则 $I_k(A,B)\leqslant I_k(T(A,C),T(B,C))$；

(4) $I_k(A,\bigcap_{j\in J}B_j)\leqslant\bigwedge_{j\in J}I_k(A,B_j)$；

(5) $I_k(\bigcup_{j\in J}A_j,B)\leqslant\bigwedge_{j\in J}I_k(A_j,B)$；

(6) $\bigvee_{j\in J}I_k(A,B_j)\leqslant I_k(A,\bigcup_{j\in J}B_j)$；

(7) $\bigvee_{j\in J}I_k(A_j,B)\leqslant I_k(\bigcap_{j\in J}A_j,B)$。

证明：(1) 由文献[6]知，$\forall x_i\in U$，有 $\mathrm{I}(\mu_A(x_i),\mu_B(x_i))\leqslant\mathrm{I}(\mu_A(x_i)\wedge\mu_C(x_i),\mu_B(x_i)\wedge\mu_C(x_i))$，$\mathrm{I}(\nu_B(x_i),\nu_A(x_i))\leqslant\mathrm{I}(\nu_B(x_i)\vee\nu_C(x_i),\nu_A(x_i)\vee\nu_C(x_i))$，

所以由 f 是单调递增函数及 $\lambda_i>0$ 即证。

(2) 与(1)类似可证。

(3) 由文献[7]知，

$$\mathrm{I}(\mu_A(x_i),\mu_B(x_i))\leqslant\mathrm{I}(T(\mu_A(x_i),\mu_C(x_i)),T(\mu_B(x_i)\wedge\mu_C(x_i))),$$

$$\mathrm{I}(\nu_B(x_i),\nu_A(x_i))\leqslant\mathrm{I}(T(\nu_B(x_i),\nu_C(x_i)),T(\nu_A(x_i),\nu_C(x_i))),$$

所以由 f 是单调递增函数及 $\lambda_i>0$ 可得 $I_k(A,B)\leqslant I_k(T(A,C),T(B,C))$。

(4) 由文献[7]知，I 满足混合单调性，所以由 f 是单调递增函数及 $\lambda_i>0$ 即证。

性质(5)－(7) 的证略。

引理 3[6]　设 I 是基于三角模 T 的剩余蕴涵算子，则

$$\sup_{b\in[0,1]}T(\mathrm{I}(a,b),\mathrm{I}(b,c))\leqslant\mathrm{I}(a,c),\ \forall a,c\in[0,1]$$

定理 6　设 I 是基于三角模 T_P 的剩余蕴涵算子，$T_P(a,b)=ab$，定义映射 $I_{11}:IF(U)\times IF(U)\to[0,1]$ 如下：

$$I_{11}(A,B)=\bigwedge_{x_i\in U}\mathrm{I}(\mu_A(x_i),\mu_B(x_i))\cdot\mathrm{I}(\nu_B(x_i),\nu_A(x_i)),$$

则 I_{11} 是 T_P-传递的。

证明：因为

$$T_P(I_{11}(A,C),I_{11}(C,B))=I_{11}(A,C)\cdot I_{11}(C,B)\leqslant\bigwedge_{x_i\in U}(T_P(\mathrm{I}(\mu_A(x_i),\mu_C(x_i)),\mathrm{I}(\mu_C(x_i),\mu_B(x_i)))\cdot T_P(\mathrm{I}(\nu_B(x_i),\nu_C(x_i)),\mathrm{I}(\nu_C(x_i),\nu_A(x_i))))\leqslant\bigwedge_{x_i\in U}[\mathrm{I}(\mu_A(x_i),\mu_B(x_i))\cdot\mathrm{I}(\nu_B(x_i),\nu_A(x_i))]=I_{11}(A,B),$$

所以 I_{11} 是 T_P－传递的。

4　IFH 包含度在知识匹配中的应用

在智能系统的推理过程中，经常需要将两个知识模式(如两个模糊断言、两个谓词公式、两个框架片断或两个语义网络片断)进行比较和藕合，即检查这两个知识模式是否完全一致。如果两者完全一致，或者虽不完全一致，但两者间的相似程度落在限定的阀值内，则称这两个知识模式是匹配的，否则称为不匹配[8]。在模糊逻辑中常用模糊集间的相似度来度量两个知识模式之间的相似程度。而直觉模糊集能更全面地反映事物的模糊程度，为此，文献[9]研究了直觉模糊集间的相似度。

此部分将利用本文给出的 IFH 包含度来构造文献[9]给出的直觉模糊集间的相似度，从而为研究知识模式之间的匹配问题提供新的工具。

定义 7[9]　映射 $S:IF(U)\times IF(U)\to[0,1]$ 称为直觉模糊集间的相似度，若 S 满足以下性质：

(1) $A=B\Rightarrow S(A,B)=1$；

(2) $S(A,B)=S(B,A)$；

(3) $A\subseteq B\subseteq C\Rightarrow S(A,C)\leqslant S(A,B)\wedge S(B,C)$。

定理 7　设 T 是三角模，I 是 IFH 包含度，分别定义映射 $S_1:IF(U)\times IF(U)\to[0,1]$，$S_2:IF(U)\times IF(U)\to[0,1]$ 为：$S_1(A,B)=T(I(A,B),I(B,A))$，$S_2(A,B)=I(A\cup B,A\cap B)$，则 S_1 和 S_2 均是直觉模糊集间的相似度。

证明：由定义 6 和定义 7 即证。

利用上述定理中的相似度不仅可以有效地度量由直觉模糊集所刻画的两个知识模式之间的相似程度，而且还可以弥补文献[10]给出的直觉模糊集间的相似度的缺陷。

例[11]　设论域 $U=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，$A=\{\langle x_i,0,0\rangle\mid x_i\in U\}$，$B=\{\langle x_i,0.2,0.8\rangle\mid x_i\in U\}$，$C=\{\langle x_i,0.4,0.6\rangle\mid x_i\in U\}$，$D=\{\langle x_i,0.5,0.5\rangle\mid x_i\in U\}$。试分别计算 A 和 B，C，D 这 3 个直觉模糊集之间的相似度。

不妨把上面的 4 个直觉模糊集理解为 4 个知识模式的 n 个特征的数值描述。若按照文献[10]给出的直觉模糊集间的

(下转第 274 页)

DDR512MB 内存及 NVIDIA GeForce 7300 LE(256MB)显卡的 PC 机上进行的，当场景漫游系统中动态粒子数达到 900 时，场景漫游系统能够以 40 fps 的速度进行漫游。同时显示器的垂直刷新率为 60Hz，可以保证渲染图像显示跟屏幕更新保持同步。沉淀现象的效果如图 4 所示。

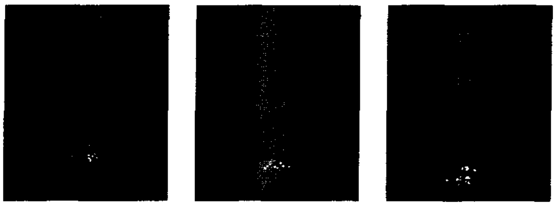

图 4　不同帧数下粒子运动沉淀效果

结束语　本文基于粒子系统方法，构建了沉淀现象的数学模型，详细描述了沉淀现象的实现过程，并讨论了沉淀现象实现过程中的实时性优化方法和真实感增强技术。基于 OpenGL 技术对沉淀现象的模拟进行设计，并在化学实验仿真项目中得到了实现。该方法在数学方法和绘制方法上都力求简化，以最简单的数学模型完成模拟任务，这样不仅使系统结构易于理解，而且提高了运行速度，具有一定的通用性，扩大了系统应用范围，只要对粒子速度模型中的随机参数稍作修改，该系统即可应用于其它现象的模拟，增强了系统的可移植性。

参 考 文 献

[1]　Reeves W T. Particle systems—A technique for modeling a class of fuzzy objects[A]//Proceedings of SIGGRAPH'83[C]. Detroit, Michigan, USA, 1983:359-375

[2]　谢剑斌，郝建新，蔡宣平. 基于粒子系统的雨点和雪花降落模拟生成[J]. 中国图象图形学报，1999，4(9):734-738

[3]　Chen J X, Wegman E J, Fu X, et al. Near real-time simulation of particle systems[A]//Proceedings of InternationalWorkshop on Distributed Interactive Simulation and Real-time Applications (DISRT'99)[C]. Greenbelt, Maryland, USA, 1999:33-40

[4]　Adabala N, Manohar S. Modeling and rendering of gaseous phenomena using particle maps[J]. Journal of Visualization and ComputerAnimation, 2000(11):279-293

[5]　张芹，吴惠中，谢隽毅，等. 基于粒子系统的火焰模型及其生成方法研究[J]. 计算机辅助设计与图形学学报，2001，13(1):78-82

[6]　Ilmonen T, Kontkanen J. The second order particle system[J]. Journal of WSCG, 2003, 11(1):1213-1218

[7]　林夕伟，于金辉. 基于粒子和纹理绘制的火焰合成[J]. 计算机应用，2004，24(4):77-79

[8]　赵春霞，张艳，战守义. 基于粒子系统方法的三维火焰模拟[J]. 计算机应用研究，2006(1):244-245

[9]　童若锋，陈凌钧，汪国昭. 烟雾的快速模拟[J]. 软件学报，1999，10(6):647-651

[10]　张芹，谢隽毅，吴慧中，等. 火焰、烟、云等不规则物体的建模方法研究综述[J]. 中国图象图形学报，2000，3(5A):186-190

(上接第 257 页)

相似度公式 $\delta_H(A,B)=1-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{|\mu_A(x_i)-\mu_B(x_i)|+|\nu_A(x_i)-\nu_B(x_i)|}{2}$，经计算得 $\delta_H(A,B)=\delta_H(A,C)=\delta_H(A,D)=0.5$。而按照我们的直观理解，$A$ 和 B 的相似程度应最小，A 和 D 的相似程度应最大。因而文献[10]给出的相似度公式在这个例子中失效。

下面利用本文给出的 IFH 包含度 I_3 和直觉模糊集之间的相似度公式 S_1，并取 $T(a,b)=a\wedge b$，经计算得 $S_1(A,B)=\frac{1}{3}$，$S_1(A,C)=\frac{4}{7}$，$S_1(A,D)=\frac{2}{3}$。

可见，这个结论更客观地反映了两个直觉模糊集之间的相似程度。

上述例子只是从一个侧面反映了本文构造的 IFH 包含度的应用价值。我们相信本文提出的 IFH 包含度理论对其它不确定推理分支也很有意义。

结束语　本文在已有的包含度理论的基础上定义了直觉模糊集上的混合单调包含度(即 IFH 包含度)。构造了几种具体的 IFH 包含度。证明了某些由剩余蕴涵算子生成的 IFH 包含度满足一定的分配性质和传递性。IFH 包含度在知识模式匹配中的应用为度量直觉模糊集间的包含程度提供了具体的方法，同时丰富了包含度理论和直觉模糊集理论。

参 考 文 献

[1]　Ma Z, Zhang W, Ma W. Assessment of data redundancy in fuzzy relational databases based on semantic inclusion degree[J]. Information Processing Letters, 1999, 72:25-29

[2]　张文修，梁怡，徐萍. 基于包含度的不确定推理[M]. 北京：清华大学出版社，2007:50-72

[3]　Zhang H Y, Zhang W X. Hybrid monotonic inclusure and its use in measuring similarity and distance between fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2009, 160:107-118

[4]　Zhou L, Wu W Z. On generalized intuitionistic fuzzy rough approximation operators[J]. Information Sciences, 2008, 178(11): 2448-2465

[5]　Atanassov K. Intuitionistic Fuzzy Sets: Theory and Applications [M]. Heidelberg: Physica-Verlag, 1999

[6]　Bělohlávek R. *Fuzzy Relational Systems*: Foundations and Principles[M]. New York: Kluwer Academic, Plenum Publishers, 2002

[7]　张文修，吴伟志，梁吉业，等. 粗糙集理论与方法[M]. 北京：科学出版社，2001:168-170

[8]　徐章艳. 基于 Vague 集的近似推理[D]. 广西：广西师范大学，2004

[9]　Li D F, Cheng C. New similarity measures of intuitionistic fuzzy *sets and application to pattern recognition*[J]. Pattern Recognition Letters, 2002, 23:221-225

[10]　Hong D H, Kim C. A note on similarity measures between vague sets and bewteen elements[J]. Information Sciences, 1999, 115: 83-96

[11]　刘华文. 直觉模糊与区间值模糊环境下的多准则决策与推理算法[D]. 山东：山东大学，2005