基于 L1 与 TV 正则化的改进图像重建算法

徐敏达1 李志华1,2

(江南大学物联网工程学院 江苏 无锡 214122)¹(物联网应用技术教育部工程研究中心 江苏 无锡 214122)²

摘 要 针对不完全投影数据图像重建中出现伪影和噪点的问题,提出了 L1 与 TV 同时进行正则化的图像重建模型。基于该重建模型,通过将 Bregman 迭代和 TV 软阈值滤波相结合,进一步提出了一种图像重建算法。该算法首先将投影数据通过优化的 Bregman 迭代算法进行初步重建,然后使用 TV 软阈值滤波对改造的全变分模型进行二次重建,最后判断是否满足设定的收敛阈值,若满足则结束重建,输出重建图像,否则重复进行上述两步操作,直至迭代完成。实验采用不添加噪声的 Shepp-Logan 模型与添加噪声的 Abdomen 模型来验证算法的有效性,证明了所提出的算法在视觉上均优于 ART,LSQR,LSQT-STF,BTV 等典型的图像重建算法,同时通过多项评价指标对比表明所提出的算算法有明显优势。实验结果表明,所提算法在图像重建中能够有效去除条形伪影并保护图像细节,同时具有良好的抗噪性。

关键词 图像迭代重建,L1 正则化,Bregman 迭代,TV 软阈值
 中图法分类号 TP317.4,TP301.6 文献标识码 A DOI 10.11896/j.issn.1002-137X.2018.12.035

Improved Image Reconstruction Algorithm Based on L1-Norm and TV Regularization

XU Min-da¹ LI Zhi-hua^{1,2}

(School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi, Jiangsu 214122, China)¹

(Engineering Research Center of IoT Technology Application, Ministry of Education, Wuxi, Jiangsu 214122, China)²

Abstract Concerning the streak artifacts and noise in the image reconstruction for incomplete projection data, this paper proposed a mage reconstruction model integrating L1 and TV regularization. Based on this model, this paper proposed a new image reconstruction method combining Bregman iteration and TV soft-thresholding filter. In the proposed method, the projection data are first applied to carry out preliminary reconstruction through Bregman iteration, and then the iterative results are used to minimize the TV model. At last, by repeating the above two steps, the reconstructed image can be obtained. To demonstrate its effectiveness, the Shepp-Logan model without noise and the Abdomen model with noise were employed to take experiments. The proposed algorithm not only has better visual effects, but also has more excellent performance compared with the existing algorithms such as ART, LSQR, L1 and BTV etc. Experimental results show that the proposed algorithm can well preserve image details and edges, and possesses good anti-noise capability, while eliminating streak artifacts effectively.

Keywords Image iteration reconstruction, L1-norm regularization, Bregman iteration, Total variation soft-thresholding

图像重建技术被广泛应用于卫星成像、计算机断层扫描 成像、核磁共振成像、声呐成像等科学和军事领域^[1]。图像重 建算法的研究始于 1970年, Herman等应用 Kaczmarz 方法迭 代求解线性方程 Ax=b,提出了著名的代数重建(Algebraic Reconstruction Technique, ART)^[2]算法,自此以后,其他学者 相继提出了 SART^[3]、离散傅里叶变换^[2]、滤波反投影^[4]等图 像重建算法。这些算法对图像的重建是基于完全投影的,这 种投影方式无法适应于现实应用,因为大量应用场景中只能 获得少量投影数据,这是现阶段图像重建技术面临的新挑战。

通常,在图像重建的实际过程中,由于采集数据的限制, 往往导致所采集的数据量不能满足恢复原始图像的要求,在 此情况下,相应的重建方程 Ax=b 就变成了一组欠定方程。 常见的欠定方程组的解法有 Tikhonov 正则化方法、最速下降 法^[5]、梯度迭代方法^[6]等。在面向稀疏数据的图像重构方 面,针对所采集的信号或数据比较稀疏的情况,Candes 等提 出了压缩感知(Compressive Sensing,CS)理论^[7],CS 通过求 解线性规划问题的最小化 L1 范数,实现了以少量的稀疏采 集数据重构原始信号的目标,后人成功地将其应用于面向稀 疏数据的图像重构中^[8-10];Hale 等^[11]通过引入 Bregman 距 离,以基追踪^[12]方法实现信号重构,虽然可以求得稀疏解,但 所重构的图像往往不够光滑且易受噪声环境影响;Rudin 等^[5]提出了基于 TV 正则化的图像去噪方法,有效地解决了

到稿日期:2017-12-18 返修日期:2018-02-01 本文受江苏省科技厅产学研前瞻基金项目(BY2013015-23)资助。 徐敏达(1993-),男,硕士生,CCF会员,主要研究方向为图像重建、层析成像,E-mail:xuminda0919@163.com;李志华(1969-),男,博士,教授, 主要研究方向为计算机网络、云计算、层析成像等,E-mail:jswxzhli@aliyun.com(通信作者)。

211

图像在噪声情况下的光滑问题;Guo 等[13]将 L1 范数与全变 分(Total Variation, TV)模型相结合用于图像复原,在椒盐噪 声的环境下有效地保留了图像边缘;康慧等^[14]则在 L1 范数 正则化上加入 TV 约束,虽然实现了图像重建,但在每一次迭 代时都需要计算图像全变分的梯度,从而判断是否需要执行 TV 约束操作,TV 阈值的选取也需要根据特定情况不断地进 行改变,而且由于 TV 模型是基于 L2 范数的同性扩散模型, 易造成图像过于光滑:Yu 等^[15]通过软阈值滤波对 TV 实现 最小化,然后将 SART 和 TV 相结合,利用 SART 求出初步 图像,再经由软阈值对图像进行 TV 最小化,尽管考虑了图像 的平滑特性,但ART的迭代次数受矩阵行列数规模影响,收 敛速度变慢,所求得的解也并非最稀疏解;文献[16]将最小二 乘 QR 分解(Least Squares with QR factorization, LSQR)方法 与 TV 最小化方法相结合进行图像重建,算法的收敛速度得 到显著改善,但 LSQR 算法容易产生伪影,且易出现半收敛 情况,容易丢失最优解。

针对上述算法存在抗噪声干扰能力比较差、重建图像不 够光滑、图像细节保留不完整以及容易出现条形伪影等不足, 本文通过对不完全投影下的图像重建进行研究,提出了一种 基于 L1 和 TV 正则化变换的图像重建(L1-TV based Image Reconstruction,L1-TV)算法。首先,通过在 L1 范数优化算 法的基础上加入八方向上的异性扩散 TV 模型,构造出 L1-TV 正则化模型;进一步,在 L1-TV 正则化模型的基础上建 立新的目标函数;然后,将 Bregman 算法和 TV 软阈值算法相 结合,对新的目标函数进行求解;最后,在上述研究的基础之 上,提出了 Bregman 与 TV 软阈值迭代相结合的 L1-TV 图像 重建方法来进行图像重建。

1 L1 与 TV 相结合的正则化模型

1.1 L1 正则化模型

通常,图像重建模型^[14]如式(1)所示:

 $A_{m \times n} u_{n \times 1} = g_{m \times 1} \tag{1}$

其中,*u* 表示重建图像,*g* 表示投影数据,*A* 是一个大型稀疏的 观测矩阵。

由于 A 中 m≪n,因此式(1)是一个不适定方程,该方程 存在多个解。又由于 L0 范数的优化求解是非凸的,即 NP 难 问题,因此通常选取 L1 范数作为其正则项对其进行求解,如 式(2)所示:

$$u = \arg \min_{u} \{ \frac{\mu}{2} \| Au - g \|^{2} + \| u \|_{1} \}$$
(2)

其中, $||Au - g||^2$ 表示保真项; $\frac{\mu}{2}$ 表示保真项系数; $||u||_1$ 表示正则项, 是 u 的 L1 范数。

1.2 结合 TV 正则化的混合模型

经典的 L1 范数正则化模型,在凸优化过程中生成的解 是比较理想的稀疏解,但没有考虑图像中像素点与其邻近点 的关系,因此导致重建图像存在不够平滑、包含噪声且图像的 边缘特征严重缺失等问题。而 TV 正则化的优势在于能去除 噪声、有效保留图像边缘信息,有助于优化重建后的图像。因 此,本文在式(2)中加入 TV 范数作为正则项,以起到约束的 作用。 1.2.1 考虑对角线方向的 TV 模型

Rudin 等^[5]针对图像复原问题,提出了全变分模型,其定义如式(3)所示:

$$TV(u) = \int_{0}^{u} |\nabla u| \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y \tag{3}$$

其中, $\int_{\alpha} |\nabla u|$ 表示图像 u 的全变分; Ω 是有限集合, 表示图像 区域^[17].

式(3)所代表的 TV 模型的离散化形式一般分为各向同 性全变分和各向异性全变分。本文选取各向异性全变分离散 形式,如式(4)所示:

$$TV(u) = \sum_{i} \sum_{j} \left(|u_{i+1,j} - u_{i,j}| + |u_{i,j+1} - u_{i,j}| \right)$$
(4)

其中, | u_{i+1,j} - u_{i,j} | + | u_{i,j+1} - u_{i,j} | 表示在图像 u 中的像素 点,分别与其垂直、水平方向的像素点的差值的绝对值之和。

式(4)表示的 TV 模型只考虑像素点与其水平、垂直方向 像素点的绝对值,这容易导致图像产生阶梯效应,即图像不够 平滑,且不能有效保护图像的边缘信息。为此,通过在该模型 上引入像素点对角线元素,提出考虑对角线方向的 TV 模型, 如式(5)所示:

$$TV(u) = \sum_{i} \sum_{j} \left(|u_{i+1,j} - u_{i,j}| + |u_{i,j+1} - u_{i,j}| \right) + \left(|u_{i,i+1} - u_{i+1,i}| + |u_{i+1,i+1} - u_{i,i}| \right)$$
(5)

其中,($|u_{i+1,j} - u_{i,j}| + |u_{i,j+1} - u_{i,j}|$)表示像素点与其邻近的 水平和垂直方向上的像素点的差值;($|u_{i,j+1} - u_{i+1,j}| + |u_{i+1,j+1} - u_{i,j}|$)表示 $u_{i,j}$ 与其邻近的对角线方向上的像素点的差值。

式(5)使像素点各方向(即8个方向上)的影响因素都得 到兼顾,这样不仅可以有效克服阶梯效应,还能在去噪的同时 更好地保留图像的细节,从而使图像也变得更加光滑。

1.2.2 结合 TV 正则化的混合模型

加入 TV 正则化后,式(2)改写为:

$$u = \arg\min_{u} \left\{ \frac{\mu}{2} \| Au - g \|^{2} + \lambda \| u \|_{1} + \eta TV(u) \right\}$$
(6)

其中, $\lambda \pi \eta$ 分别是对应正则项的正则化系数,用来平衡正则 项 $\| u \|_1$ 、TV(u)与保真项 $\| Au - g \|^2$ 之间的权重。至此, 式(1)所代表的原始图像重建模型被转化成式(6)所示的求解 模型。

2 基于 L1 与 TV 相结合的正则化模型的图像重建 方法

通过上述变换,图像重建变成了式(6)所示的优化问题。 本文采用序贯方法^[18]对此进行求解。通过把式(6)中的保真 项与两项正则项分别联立,得到两个泛函,然后依次求解。其 中的两个目标函数如式(7)所示:

$$\begin{cases} u^{k+1/2} \leftarrow \arg \min_{u} \{ \frac{\mu}{2} \parallel Au^{k} - g \parallel^{2} + \lambda \parallel u^{k} \parallel_{1} \} \\ u^{k+1} \leftarrow \arg \min_{u} \{ \eta TV(u^{k+1/2}) \} \end{cases}$$
(7)

分两步对式(7)进行求解。第一个目标函数采用 Bregman 迭代方法进行求解,第二个目标函数采用 TV 软阈值方 法进行求解。

2.1 基于 Bregman 迭代的求解方法

2.1.1 Bregman 迭代法

文献[11]在压缩感知的基础上通过引入 Bregman 距离,

提出了基于压缩感知的一种不动点迭代方法,称其为 Bregman 迭代法。描述如下:

当
$$\lambda = 1$$
 时,有:
 $u^{t+1} = s_v \odot h(u^t)$
 $:= \operatorname{sgn}(u^t - \tau \cdot gra(u^t)) \odot \max\{|u^t - \tau \cdot gra(u^t)| - v, 0\}$
(8)

式(8)是一个不动点迭代,针对本问题中的 u,它满足收 敛条件,在有限次的迭代内是不断收敛的。其中, $v = \tau/\mu$; τ 是标量,表示求解过程中的移动步长,其值在初始化时确 定; ①是定义的一种运算符号,本文中表示乘法运算; sgn()表 示取符号运算,即当括号内的计算结果为正时取 1,为负时取 -1,否则取 0;gra(u')表示函数 f(u') = Au' - g在第t次迭 代中的梯度。 μ 的选择至关重要,如果过小,会导致收敛速度 偏慢;如果过大,会导致图像不够清晰,细节保留不完整。

2.1.2 基于改进策略的参数 µ 的选取方法

上述 Bregman 迭代算法中, μ 的取值在很大程度上会对 图像重建的结果造成影响,文献[11]对它们的选取也进行了 充分的实验和说明,指出参数 μ 应采取逐步递增的选取策略, 如式(9)所示:

$$\mu_i = \min\{\mu_{i-1}\beta, \mu\} \tag{9}$$

其中, β 选取了固定值 2; μ 表示给 μ 指定的初始值。

但是,通过实验发现该选取策略会导致 μ 在仅经过少数 几次迭代后就大于 μ 。为此,根据文献[19]提出的正则化参数 自适应选取方法,本文对式(9)所示的选取策略进行改进,即 把 μ 值的选取与解的收敛相结合,以上一次迭代求出的解与本 次得到的解的比值作为收敛标准,得到式(10)所示的约束项。

 $crit = norm(x^{k-1})/max(norm(x^{k}),1)$ (10) 其中, norm(x)表示对 x 求 L1 范数。同时,为保证分母不为 0,其数值取 norm(x^{k})和1中的最大值。

于是,基于改进策略的 μ 的选取方法如式(11)所示: $\mu_i = \min\{(1 + crit/2) \cdot \mu_{i-1}, \overline{\mu}\}$ (11)

2.2 基于 TV 软阈值迭代的求解方法

式(7)中的第二个目标函数有多种求解方法,而软阈值方法^[20]被证明在稀疏数据条件下具有良好的收敛性和高效性^[15],故本文采用软阈值迭代方法。

重写式(7)的第二个目标函数,如式(12)所示:

 $\Phi_{\eta,1}(u) = \eta \bullet TV(u)$

为方便求解,将式(12)构造成文献[15]中的形式,其中 η 如式(13)所示:

$$\eta = 2\omega \cdot \varphi \tag{13}$$

这样,目标函数即式(12)变成:

$$\Phi_{\omega,1}(u) = \varphi \cdot 2\omega \cdot TV(u) \tag{14}$$

其中, φ表示 TV 正则化在式(6)中的比重; ω是正则化参数, 用向量表示, 向量中的元素是对应各像素点的全变分的权重。

由于本文 TV 模型考虑了水平、垂直和对角情况,因此 u^f_{i,j}的求解表达式如式(15)所示:

$$u_{i,j}^{k} = \frac{1}{8} \sum_{\alpha=1}^{\infty} s_{\omega} (u_{\alpha}^{k}, u_{i,j}^{k})$$
(15)

其中,*s_w*(*u^k_a*,*u^k_{i,j}*)表示在*k*次迭代中,*u^k_{i,j}*与其水平、垂直及对 角方向上的像素点经软阈值计算后所得到的值。

本文采用式(16)所示的软阈值方法对式(15)进行求解。

$$s_{\delta}(x) = \begin{cases} x + \delta, & x \leq -\delta \\ 0, & |x| < \delta \\ x - \delta, & x \geq \delta \end{cases}$$
(16)

其中,δ表示阈值,当 *x* 的绝对值在该阈值范围内时,*s* 的值选 取为 0;当 *x* 的绝对值大于 δ 时,则相应地对 *x* 加上或减去 δ。

因此,当| $u_{i,j} - u_{a,b}$ | $< \omega$ 时,为了使 $s_{\delta}(x) = 0$,可令 $u_{i,j} = u_{a,b} = (u_{i,j} + u_{a,b})/2$;当| $u_{i,j} - u_{a,b}$ | $\ge \omega$ 时, $u_{i,j} = u_{i,j} - \operatorname{sgn}(y - z) \cdot \omega/2$ 。

于是,对于式(15)中的 $s_{\omega}(x)$ 项,其软阈值求解公式最终表示为:

$$s_{\omega}(y,z) = \begin{cases} (y+z)/2, & |y-z| < \omega \\ y - \operatorname{sgn}(y-z) \cdot \omega/2, & |y-z| \ge \omega \end{cases}$$
(17)

其中, $\omega = ||A^{T}(Au-g)||_{\infty}$, ω 取 $A^{T}(Au-g)$ 向量中L1范数的最大值。

2.3 基于 L1 与 TV 相结合的正则化模型的图像重建算法

综合以上分析,本文提出基于 L1 和 TV 正则化相结合的 图像重建算法,即 L1-TV 图像重建算法。

算法 1 基于 L1 和 TV 正则化的图像重建算法

1. Input:投影数据g,观测矩阵A

- 2. Output:完成重建后的图像 u
- 3. Initialization:重建图像 u⁰,重建参数 μ,λ,φ,ζ,K^m
- 4. While crit ${>}\zeta$ and k < K
- 5. 通过 Bregman 迭代求解图像重建中间值

 $\mathbf{u}^{\mathbf{k}+1/2} = \mathbf{sgn}(\mathbf{u}^{\mathbf{k}} - \tau \cdot \mathbf{gra}(\mathbf{u}^{\mathbf{k}})) \odot_{\max}\{|\mathbf{u}^{\mathbf{k}} - \tau \cdot \mathbf{gra}(\mathbf{u}^{\mathbf{k}})| - \mathbf{v}, 0\}$

6. 采用式(10)计算 crit

7. 根据 crit,通过式(11)更新正则化参数 μ

8. 采用式(17)计算 $s_{\omega}(u_{\alpha}^{k+1/2}, u_{i,j}^{k+1/2})$

9. 计算
$$u_{i,j}^k = \frac{1}{8} \sum_{\alpha=1}^{\infty} s_{\omega}(u_{\alpha}^k, u_{i,j}^k)$$
,得到本次迭代的重建图像 u^{k+1}

10. end while

(12)

其中,u⁰的初始值一般为0;ζ为收敛阈值;K 为最大迭 代次数,当式(10)定义的 crit 小于该阈值或迭代次数达到 K 次时,停止迭代。

算法首先初始化各实验参数,然后开始循环迭代。循环 开始,首先判断是否满足收敛条件,若不满足,则利用 Bregman 迭代,即第5步对目标函数(7)中的第一项进行求解,得 到图像重建的中间结果 u^{k+1/2};接着利用第6步计算上一个循 环中得到的 u^k 与第5步中得到的 u^{k+1/2}的欧氏距离之比,基 于该比值,在第7步中更新参数 µ;然后利用步骤 8、步骤 9 对 式(7)所示的目标函数的第2项进行求解;最后得到本次循环 的重建图像 u^{k+1}。每次迭代结束时,判断是否满足收敛阈值 或是否达到限定的迭代次数上限,若满足,则停止迭代,输出 图像;若不满足,继续下一轮迭代,即步骤 5一步骤 9。

L1-TV 算法在传统 L1 范数求解图像重建的基础上考虑 图像重建过程中的光滑性、抗噪性和图像细节,加入 TV 软阈 值操作,最小化 8 个方向上的 TV 模型,同时对正则化参数的 选取进行改进。

时间复杂度是衡量算法的一个重要指标,上述算法的迭 代次数为 K,算法中步骤 5 需要利用梯度下降法^[21],每次循 环需要通过式(12)更新,因此该步骤的时间复杂度为 O (Kmn),其中 m 和 n 为 A 的行、列向量数;步骤 4 的时间复杂 度为 O(K)。因此,总的时间复杂度为 O(Kmn),说明算法时 间复杂度与矩阵A的大小有关。

3 实验结果与分析

3.1 实验环境

本文在 Matlab2014b 环境下进行实验。为了验证本文提 出的混合正则化算法的有效性,本文采用 Shepp-Logan 模型 和 Abdomen 模型进行图像重建。实验在 0~180°范围内每隔 5°采样一次,得到 36 组投影数据。本实验基于两组模型进 行,分为不加噪声的 Shepp-Logan 模型组和加入噪声的 Abdomen 模型组。在第一组不加噪声的图像重建实验中,将 L1-TV 算法与传统的 ART 算法、L1 正则化算法进行比较; 在第一组加入噪声的图像重建实验中,将 L1-TV 算法与近几 年提出的 LQSR-STF 和 BTV 算法进行比较。图 1 所示为两 种重建模型,大小为 128 像素。





(b)Abdomen 模型

(a)Shepp-Logan 模型

图 1 两种模型 Fig.1 Two models

3.2 实验评价指标

为了对重建图像的质量进行客观评价,本文选取结构相 似性(Structural Similiarity Index,SSIM)、峰值信噪比(Peak Signal-to-Noise Ratio,PSNR)和感兴趣区域(Region Of Interest,ROI)作为评价指标,对重建算法的有效性进行评价。其 中,SSIM是一种评价两张图像相似性的指标,用于评判处理 后的图像与原图像的保真程度,与其他评价指标相比,其数值 大小与人类视觉判断更为符合,数值越高,重建图像与原图像 之间的相似度越高,重建质量越好;PSNR是衡量在噪声影响 下图像重建质量的指标,数值越大,图像还原度越高,受噪声 的影响就越小。

$$SSIM(x,y) = \frac{(2\bar{x} \cdot \bar{y} + c_1)(2\sigma_{xy} + c_2)}{(\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + c_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c_2)}$$
(18)

$$PSNR = 10 \log_{10}\left(\frac{255^{2}}{MSE}\right)$$

= 10 log_{10}\left(\frac{255^{2}}{\frac{1}{mn}\sum_{i}\sum_{j}\left[x(i,j) - y(i,j)\right]^{2}}\right) (19)

其中,x和y分别表示 x和 y的均值; σ_x^2 和 σ_y^2 分别表示 x,y的方差; σ_x 表示 x和 y的协方差; c_1 和 c_2 为常数;MSE 表示均方误差;m和 n分别表示图像的行、列向量数。

3.3 实验结果与分析

首先,采用 Shepp-Logan 模型进行实验。为验证算法的 有效性,暂不加入噪声,其他实验初始化参数如表1 所列。

表 1 实验初始化参数 Table 1 Experimental initial parameters

参数	u^0	μ	λ	φ	ζ	Κ
取值	0	1	1	1/6	6×10^{-6}	500

表1中,图像重建初始值 u° 为零向量;为了有效地重建

出图像, μ 的初始值设为 1,L1 正则项的系数设为 1;考虑到 φ 过大会导致图像过于平滑,图像细节保留不完整,将 φ 值设为 0.1;为了使迭代次数达到设定的值,将收敛阈值 ζ 设为 0.000006,迭代次数 K 为 500 次。

为了清楚地观察各图像重建算法的效果,本文选取图像 上的两处作为 ROI 感兴趣区,并将其放大。图 2 给出了选取 的两处感兴趣区。



图 2 Shepp-Logan 模型的 ROI Fig. 2 ROI of Shepp-Logan model

图 3 给出了各算法对 Shepp-Logan 模型的图像重建结果。





(b)L1 算法重建结果及其 ROI

(a)ART 算法重建结果及其 ROI

(c)LSQR 算法重建结果及其 ROI

(d)L1-TV 算法重建结果及其 ROI

图 3 Shepp-Logan 模型(未加噪声)的重建图像及 ROI Fig. 3 Reconstructed image and ROI of each algorithm on Shepp-Logan Model(without noise)

观察图 3(a)可发现,ART 算法和 LSQR 算法重建的图 像不仅细节不清晰,而且都带有不同程度的条形伪影。出现 该情况的原因是本文讨论的是一个不适定问题,式(1)是一个 欠定方程组,对于该问题,一般的图像重建算法无法有效地进 行重建。从图 3(b)可看出,L1 算法在一定程度上消除了伪 影,但存在明显的阶梯效应,图像不够平滑,在 Shepp-Logan 内部存在明显纹路,下方白色斑点在图中无法分辨边缘,而且 图像颗粒感严重。相比较而言,L1-TV 算法不仅可以有效去 除伪影,还有效地保持了图像的平滑,很好地保护了边缘纹理 和图像细节,下方白色斑点的轮廓边缘更清晰,其他边缘细节 保留完好。因此,从视觉上观察,L1-TV 算法在不带有噪声 的情况下,重建效果明显优于其他 3 种算法。

其他 3 种算法都进行了 500 次迭代。其中,L1 算法在进行到第 100 次迭代时,SSIM 数值虽然仍然处于上升状态,但

曲线开始趋于平缓,最终数值接近 0.3,其原因是普通的 L1 算法是以最小化 L1 范数作为优化目标,容易导致各像素点 的不连续,图像不够光滑,重建图像的整体与原始图像的相似 度较低。LSQR 算法在前 6 次迭代中,SSIM 数值均高于 L1-TV 算法和 L1 算法,但在第 14 次迭代后,曲线开始趋于平 缓,且有下降趋势,出现了文献[22]提出的"半收敛"情况,最 终数值接近于 0.2。L1-TV 算法在第 6 次迭代后,SSIM 依 然呈明显上升趋势,表明图像的重建质量在不断提升,最终接 近 0.9,证明了重建算法的有效性。

由于 ART 算法比较特殊,因此在图 4 中单独进行处理。 图 4(a)是 ART 算法进行 6912 次迭代的结果。由图 4 可知, 由于 ART 算法的特殊性,在前 403 次迭代中,SSIM 在不断 下降后开始升高。但是,尽管进行了 6912 次迭代,其 SSIM 数值最后也仅接近 0.2,说明该算法的重建质量不高。



图 4 Shepp-Logan 模型下各重建算法的 SSIM 变化曲线

Fig. 4 SSIM curves of each algorithm under model of Shepp-Logan

图 5 是原始图像和各算法的重建图像在第 100 列上的灰度值对比图。从图 5 中可以看出,在无噪声的环境下,对于 Shepp-Logan模型的重建图像,本文提出的 L1-TV 算法的波 动最小,有效抑制了噪声,而且在灰度值上更贴近原始图像。



Fig. 5 Profile on 100th column of reconstructed imag of each algorithm

为了更好地验证算法在噪声环境下的有效性,本文采用 Abdomen 仿体模型再次进行实验,将本文提出的算法与 L1, BTV,LSQR-STF 算法进行比较。考虑到在实际应用中存在 噪声的情况,向投影数据中加入 30 dB 的高斯随机噪声;同 时,由于实际情况中存在时间限制,在本实验中将迭代次数 K 设为 200,其他实验参数同表 1。

由图 6(a)可知,在带有 30dB 高斯随机噪声的情况下,L1 算法不但存在条形伪影和严重的噪点,左右两侧的白点也比 较模糊,图像边缘纹理和细节不清晰。LSQR-STF 算法虽然 消除了图像周围的伪影,但在图像内部,噪声所带来的伪影仍 比较明显,观察下方白色脊椎模型可以发现在模型边缘处由 于阶梯效应所带来的图像模糊。BTV 算法虽然在一定程度 上通过传统 TV 算法使图像平滑,消除了部分噪声,但导致图 像细节不够清晰,图中上方的黑白椭圆部分在交界处模糊,下 方脊椎模型的三角形白色区域也不及图 6(b)清晰、尖锐。 L1-TV 算法与图 1(b)中的原模型相比,虽然左侧白点不够清 晰,但其他细节清晰完整,由于加入了 8 个方向上的全变分因 素,因此图像整体光滑,灰度颜色也接近于原模型。本文提出 的算法在图像重建的细节保留、伪影消除、光滑性和抗噪性方 面均优于其他算法。



(a)L1 算法

(b)BTV 算法



(c)LSQR-STF 算法

(d)L1-TV 算法

图 6 Abdomen 模型重建图像及 ROI 区域 Fig. 6 Reconstructed images and ROI of Abdomen model

图 7 给出了对 Abdomen 模型进行图像重建时各算法的 SSIM 变化情况。从图 7 中可以看出,相较于其他算法在第 20 次迭代之后曲线都趋于平缓,本文所提出的 L1-TV 算法 在整个迭代过程中,SSIM 始终处于上升状态,在前 22 次迭 代中数值变化明显,其后虽然趋于平缓,但曲线变化的趋势表 明图像重建过程仍在不断优化,当迭代最终达到 200 次时, SSIM 为 0.6755。



图 7 Abdomen 模型下各重建算法的 SSIM 变化曲线

Fig. 7 SSIM curves of each algorithm under model of Adbomen

图 8 是 Abdomen 的原始图像和各算法对其进行重建后 的图像在第 65 列上的灰度值对比图。



图 8 Abdomen 在第 65 列时侧面轮廓线的对比 Fig. 8 Profile on 65th column of reconstructed image of each algorithm

从图 8 中可以看出,本算法在第 20 个像素到第 40 个像 素的范围内,灰度值偏低,但是图像噪声波动最小,而且在图 像边缘处与原始图像贴近,能够有效地保持细节。

表 2 列出了 Abdomen 腹部仿体模型采用 PSNR,SSIM 和时间作为图像重建的客观评价参数时的实验结果。由表 2 可知,在同样进行 200 次迭代的情况下,L1 算法由于没有 TV 约束,因此所需时间最短,同时,其 PSNR 的值也最高; LSQR-STF由于 LSQR 的特点,计算时间较短,但 SSIM 只有 0.2169,与原始图像相差较大;L1-TV 耗时最长,但 SSIM 数值最高,同时在视觉上也最优,其 PSNR 达到 33.3731 dB, 证明了该算法具有一定的抗噪性;而 BTV 算法在时间上虽然 比 L1-TV 算法更短,但其 PSNR 和 SSIM 数值均低于本文 L1-TV 算法;另外,通过图 7 可知,算法 L1-TV 在第 20 次迭 代时,其 SSIM 数值也达到了 0.4,显然,在精度要求相同的 情况下,L1-TV 算法在时间上仍然具有优势。

表 2 实验客观评价参数

Table 2 Experimental evaluation parameters

算法	PSNR/dB	SSIM	时间/s
L1	41.2535	0.3106	35.560539
LSQR-STF	35.9467	0.2169	37.042144
L1-TV	33.3731	0.6755	124.974158
BTV	18.3749	0.3394	70.580979

结束语 本文提出了一种 L1 与 TV 相结合的正则化图 像重建算法,该算法针对 L1 范数图像重建中抗噪性差、无法 有效保留边缘细节的问题,通过加入 TV 离散模型,并考虑水 平垂直和对角方向因素,提出了新的重建模型。通过改进的 Bregman 算法和软阈值 TV 算法交替迭代以求解新模型,获 得重建图像。与其他经典图像的重建算法相比,本文所提出 的算法在相同的迭代次数下,可以更好地对图像进行重建。实 验结果表明,无论是在主观视觉还是在客观评价参数方面,本 文所提出的算法都有着较高的重建质量,能有效地消除伪影, 在保留细节的基础上保证图像平滑,同时具有良好的抗噪性。

参考文献

- [1] ZHENG Q S,LV X X,YU Q T, et al. A new method of aperture synthetizing in digital holography[J]. Chinese Physics B,2009, 18(7):2764.
- [2] HERMAN G T. Fundamentals of computerized tomography: image reconstruction from projections[M]. Springer Science & Business Media, 2009.
- [3] SIDKY E Y,KAO C M,PAN X. Accurate image reconstruction from few-views and limited-angle data in divergent-beam CT
 [J]. Journal of X-ray Science and Technology,2006,14(2);119-139.
- [4] SHEPP L, LOGAN B. The Fourier Reconstruction of a Head Section [J]. IEEE Transactions on Nuclear Science, 1974, 21(3):21-34.
- [5] RUDIN L I, OSHER S, FATEMI E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms[J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1992, 60(1-4):259-268.
- [6] BECK A, TEBOULLE M. Fast gradient-based algorithms for constrained total variation image denoising and deblurring prob-

lems[J]. IEEE Transactions on Image Processing,2009, 18(11):2419-2434.

- [7] CANDÈS E J.WAKIN M B. An introduction to compressive sampling[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2):21-30.
- [8] RODRIGUEZ I V,SACCHI M,GU Y J. A compressive sensing framework for seismic source parameter estimation [J]. Geophysical Journal International,2012,191(3):1226-1236.
- [9] VOLZ R, CLOSE S. Inverse filtering of radar signals using compressed sensing with application to meteors [J]. Radio Science, 2012,47(6):RS0N05.
- [10] HERMAN M A,STROHMER T. High-Resolution Radar via Compressed Sensing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing,2009,57(6):2275-2284.
- [11] HALE E T, YIN W, ZHANG Y. A Fixed-Point Continuation Method for L1-Regularization with Application to Compressed Sensing: Technical Report CAAM TR07-07[R]. Rice University, 2007.
- [12] DONOHO D L.TSAIG Y.DRORI I.et al. Sparse solution of underdetermined systems of linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transactions on Information Theory.2012.58(2):1094-1121.
- [13] GUO X,LI F,NG M K. A fast l 1-TV algorithm for image restoration [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2009, 31(3):2322-2341.
- [14] KANG H,GAO H X,HU Y M,et al. Reconstruction Algorithm Based on Bregman Iteration[J]. Acta Automatica Sinica,2013, 39(9):1570-1575. (in Chinese)
 康慧,高红霞,胡跃明,等.基于 Bregman 迭代的 CT 图像重建算 法[J]. 自动化学报,2013,39(9):1570-1575.
- [15] YU H, WANG G. A soft-threshold filtering approach for reconstruction from a limited number of projections [J]. Physics in Medicine and Biology, 2010, 55(13): 3905-3916.
- [16] FLORES L.VIDAL V.PARCERO E.et al. Application of a modified LSQR method for CT imaging reconstruction with low doses to patient[C]// International Congress on Image and Signal Processing, Biomedical Engineering and Informatics. IEEE, 2017.1969-1974.
- [17] LIN X Q. Research and Implementation of Adaptive Methods for Regularization Based Image Restoration[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2013. (in Chinese)
 林新潜. 正则化图像复原中的自适应方法研究与实现[D]. 哈尔 滨:哈尔滨工业大学, 2013.
- [18] ZHU Z Q,CAO S J,LU G Y. 3D gravity inversion with bound constraint based on hyperparameter regularization[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2014, 24(10), 2601-2608. (in Chinese)

朱自强,曹书锦,鲁光银.基于混合正则化的重力场约束反演 [J].中国有色金属学报,2014,24(10):2601-2608.

[19] YAN H.WANG S H.ZHOU Y G. Acoustic CT temperature field reconstruction based on adaptive regularization parameter selection [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(6):1301-1307. (in Chinese)

颜华,王善辉,周英钢.正则化参数自适应选取的声学 CT 温度

场重建[J]. 仪器仪表学报,2012,33(26):1301-1307.

- [20] DAUBECHIES I, DEFRISE M, DE MOL C. An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2004, 57(11):1413-1457.
- [21] FIGUEIREDO M A T, NOWAK R D, WRIGHT S J. Gradient projection for sparse reconstruction: Application to compressed

(上接第195页)

层模型的整个建模过程,用于对虚拟维修环境中的复杂机电 组件的建模,建立分层有向图,有利于虚拟维修建模过程中根 据不同的任务对不同层次的零件信息进行操作,从而满足虚 拟维修环境中模型实时交互性的要求。该模型具有碰撞检测 以及虚拟手势识别等特性,可以应用到虚拟维修系统中。通 过在虚拟环境中的仿真操作,验证了该建模方法的可行性。

为使得所建立的模型更具真实感以及操作时的沉浸感, 可以在以后的建模过程中添加实时的阴影效果。

参考文献

- [1] LIU J,LIU Y. A Review of the Development of Virtual Maintenance Technology [J]. Journal of Computer-Aided Design and Graphics, 2009, 21(11):1519-1534. (in Chinese)
 刘佳,刘毅. 虚拟维修技术发展综述[J]. 计算机辅助设计与图形 学学报, 2009, 21(11):1519-1534.
- [2] ZHOU D, HUO L, WANG M H, et al. Research and Application of Virtual Maintenance Technology [J]. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 37 (2): 231-236. (in Chinese)

周栋,霍琳,王美慧,等. 虚拟维修技术研究与应用[J]. 北京航空 航天大学学报,2011,37(2):231-236.

- [3] MA L.LV C. Research on Virtual Maintenance Technology
 [J]. Journal of Computer-Aided Design and Graphics,2005, 17(12);2729-2733. (in Chinese)
 马麟,吕川. 虚拟维修技术的探讨[J]. 计算机辅助设计与图形学 学报,2005,17(12);2729-2733.
- [4] WEBEL S, BOCKHOLT U, ENGELKE T, et al. An augmented reality training platform for assembly and maintenance skills
 [J]. Robotics & Autonomous Systems, 2013, 61(4):398-403.
- [5] LIU B B, TIAN L, YANG Y H, et al. Key Technologies of Aviation Virtual Maintenance System [J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2012, 18(1):47-57. (in Chinese) 刘钡钡,田凌,杨宇航,等. 航空虚拟维修系统关键技术[J]. 计算 机集成制造系统, 2012, 18(1):47-57.
- [6] JIANG K Y, HAO J P. Immersive Virtual Maintenance Simulation System and Its Implementation [J]. Journal of Computer-Aided Design and Graphics, 2005, 17 (5): 1120-1123. (in Chinese)

蒋科艺,郝建平.沉浸式虚拟维修仿真系统及其实现[J].计算机 辅助设计与图形学学报,2005,17(5):1120-1123.

[7] LIU Y,ZHU Y C,DI Y Q, et al. Study on Modeling Method of Complex Equipment in Virtual Training System [J]. Journal of Ordnance Engineering College, 2008, 20(3): 4-7. (in Chinese) sensing and other inverse problems[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2007, 1(4):586-597.

[22] HUANG Y. Iterative Regularization Methods for Large-Scale
Discrete Ill-Posed Problems [D]. Beijing: Tsinghua University,
2015. (in Chinese)
黃漪. 大规模离散不适定问题迭代正则化方法的研究 [D]. 北

京:清华大学,2015.

刘颖,朱元昌,邸彦强,等.虚拟训练系统复杂装备建模方法研究 [J].军械工程学院学报,2008,20(3):4-7.

- [8] GENG H,ZANG L,LIU J X,et al. Study on Simulation Model of Aircraft Maintenance Mechanical Component [J]. Computer Simulation,2016,33(8):17-21. (in Chinese)
 耿宏,臧林,刘家学,等.关于飞机维修机械组件仿真模型研究 [J].计算机仿真,2016,33(8):17-21.
- [9] ZHONG Y M, WOLFGANG M W, MA W Y, et al. A Hierarchically Structured Constraint-based Data Model for Solid Modelling in A Virtual Reality Environment[C]//International Symposium on Cyber Worlds. IEEE Computer Society, 2002: 537-544.
- [10] YU H Q, PENG G L, LIU W J, et al. Establishment of Maintenance Information Model Based on Virtual Environment [J]. Acta Tribune of China, 2010, 31(7):998-1002. (in Chinese) 于海全,彭高亮,刘文剑,等. 基于虚拟环境的维修性信息模型的 建立[J]. 兵工学报, 2010, 31(7):998-1002.
- [11] JIANG W, ZHENG J J, ZHOU H Z, et al. A new constraintbased virtual environment for haptic assembly training[J]. Advances in Engineering Software, 2016, 98(C): 58-68.
- [12] WANG X G, SU Q X, GU H Q, et al. Model of virtual maintenance prototype modeling for complex equipment[J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(s1): 39-41, 64. (in Chinese) 王晓光,苏群星,谷宏强,等.复杂装备的虚拟维修样机建模方法
 [J].系统仿真学报, 2009, 21(s1): 39-41, 64.
- [13] SU Q X, LIU P Y. Design of virtual maintenance training system for large and complex equipment [J]. Journal of Bing Machinery, 2006,27(1):79-83. (in Chinese)
 苏群星,刘鹏远.大型复杂装备虚拟维修训练系统设计[J]. 兵工 学报,2006,27(1):79-83.
- [14] LEU M C.ELMARAGHY H A.NEE A Y C.et al. CAD model based virtual assembly s-imulation, planning and training [J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2013, 62(2):799-822.
- [15] TUN D M, ZHAO G. Real-time visual-ization of large scale aircraft model for assembly [J]. Journal of Computer-Aided Design and Graphics, 2012, 24(5): 590-597. (in Chinese) 谈教铭,赵罡. 面向装配的飞行器超大模型实时可视化技术[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2012, 24(5): 590-597.
- [16] TIAN M, MA L, ZHANG W W. Research on the Algorithm of Rope Route Planning in Virtual Maintenance Environment[J]. Journal of Chongqing Institute of Technology(Natural Science), 2013,27(6):100-105. (in Chinese)

田冕,马龙,张王卫. 虚拟维修环境下的线绳布线算法[J]. 重庆 理工大学学报(自然科学),2013,27(6):100-105.