

因果信息在不同粒度上的迁移性

姚宁^{1,2} 苗夺谦^{1,2} 张志飞^{1,3}

(同济大学计算机科学与技术系 上海 201804)¹

(同济大学嵌入式系统和服务计算教育部重点实验室 上海 201804)²

(南京大学计算机软件新技术国家重点实验室 南京 210023)³

摘要 知识与粒度相关,在不同粒度上对现象的解释不同,而因果性描述的是现象的本质特征。因果性与粒度之间存在着怎样的关联,一个粒度上的因果关系是否可移植到其他不同粒度上,是目前人工智能研究亟待解决的问题。针对由观测数据构成的信息系统,从数据中直接抽取因果变量所需满足的基本图形结构,估算变量间的因果关系;再通过向系统中添加新属性以及合并多个信息系统,改变原系统中信息的粒度,研究所识别的因果关系在新系统中的可迁移性。若新属性作用于结果变量,则原系统中的因果关系不可迁移至新系统;若新属性对结果变量无影响,则原系统中的因果关系可移植至新系统。

关键词 因果关系,可迁移性,粗糙集,粒度,干预,因果图

中图分类号 TP18 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2019.02.028

Transportability of Causal Information Across Different Granularities

YAO Ning^{1,2} MIAO Duo-qian^{1,2} ZHANG Zhi-fei^{1,3}

(Department of Computer Science and Technology, Tongji University, Shanghai 201804, China)¹

(Key Laboratory of Embedded System & Service Computing, Ministry of Education of China, Tongji University, Shanghai 201804, China)²

(State Key Laboratory for Novel Software Technology, Nanjing University, Nanjing 210023, China)³

Abstract The knowledge we learned is grain-dependent, which leads to different explanations for a phenomena at different granularities. Causality characterizes the essence of the phenomena. These factors raise an urgent problem currently to be solved in artificial intelligence: the relationship between causality and granularity as well as the transportability of causal effect at one granularity over to a different granularity. Aiming at the information system gathered from observational data, the basic graphical structures required for causal variables can be extracted directly from the data. According to these structures, the causal effects between variables can be computed. By adding new attributes to system and merging multiple information systems, the granularity in the original system is changed and then the issue of whether the causal effect can be transported to the new system is settled in detail. The causal relationship from the original system cannot be transported to the new system if the new attribute acts on the effect variable, otherwise the transportability is feasible in the new system.

Keywords Causal relationship, Transportability, Rough set, Granularity, Interventions, Causal diagram

1 引言

模拟人类的学习和思维能力一直是人工智能研究的核心,而随着认知科学和神经科学的发展,研究揭示人类学习和思维的本质在于因果性、组合性和迁移性^[1]。因果性着重于解释和理解;组合性支持基于已有的初等知识及人类出生便具有的认知能力获取新知识或更高级的知识;迁移性聚焦推广已获取的知识至新任务和新环境。人类大脑皮层固有的分

层结构^[2]与人类所具有的利用各种抽象粒度概念化世界并在这些粒度间自由切换的能力^[3]之间也隐藏着密切的联系:每层对应不同的粒度,层与层之间的移动对应粗粒度与细粒度的转换。基于粒化思想^[3-5],深入剖析信息系统或属性-属性值系统中的因果关系及其迁移问题或者可移植问题。

粗糙集理论^[6]由 Pawlak 提出,并已成为实现信息或知识粒化的重要工具之一(其他工具有模糊集^[7]、商空间^[8]、阴影集^[9]等)。其研究对象为以数据表格形式存在的信息系统或

到稿日期:2018-02-20 返修日期:2018-04-08 本文受国家重点研发计划(213),国家自然科学基金项目(61673301,61573255,61573259,61673299),公安部重大专项(20170004),南京大学计算机软件新技术国家重点实验室开放课题基金项目(KFKT2017B22)资助。

姚宁(1985-),女,博士生,CCF 学生会员,主要研究方向为粗糙集、不确定性推理、数据分析,E-mail:ningyao_cn@gmail.com;苗夺谦(1964-),男,博士,教授,CCF 杰出会员,主要研究方向为粒度计算、机器学习、大数据分析,E-mail:dqmiao@tongji.edu.cn(通信作者);张志飞(1986-),男,博士,讲师,CCF 会员,主要研究方向为机器学习、自然语言处理。

属性-属性值系统,它们因忠于数据而著称,不使用数据之外的参数(如先验概率和隶属度),利用属性诱导的不可分辨关系(如等价关系)来刻画信息的粒度。该理论认为信息的不充分导致了信息的不可区分性,进而诱导粒度的形成^[4,10]。模糊的(不精确的)信息或概念使用一对精确的概念^[6,10]即模糊概念的上、下近似来刻画。下近似包含明确属于该概念的所有对象,上近似由可能属于该概念的所有对象组成,上、下近似之差构成了模糊概念的边界区域。概念的下近似不仅可以描述属性间的依赖,还可进行基于规则的近似推理^[6,10-11]。此外,粗糙集理论还给出了概率或条件概率的粗糙集术语阐释。概率计算贯穿全文,这也是本文将信息系统作为研究出发点的动机。

因果性是人类智能的核心,如何识别、刻画和估算因果关系也是人工智能研究的重点和难点。统计概率描述事物展现的表面现象^[12],并未捕捉到现象中所隐藏的因果信息,如干预(interventions)结果、反事实(counterfactuals)或潜在的结果分析。图模型的发展使得因果关系实现“从神秘的概念层面转化为具有明确语义和逻辑基础的数学对象^[12]”成为可能。在图模型和概率知识的辅助下,Pearl给出了“干预”的形式语义,引入 do 算子来标记干预操作,对应图形中“删除指向被干预变量的箭头,同时剩余图形保持不变”;提出前门准则和后门准则,用于从观测数据(非实验数据)中找出潜在的干预操作下无偏差的因果关系;基于所找到的干预结果给出因果关系的反事实定义^[12]。干预是强迫变量取某个具体值的外部行为,属于主动型行为,与观测记录(observations)不同,后者属于被动型行为。干预结果的估算在因果解释中占据核心位置,干预的处理以 do 算子为主, do 算子还被推广至可能性理论^[13-14]。

在找到潜在因果关系的前提下,这些因果关系是否也适用于新环境,即外部有效性(external validity)、可迁移或可移植性(transportability),成为需要进一步攻关的难题。因果关系的可移植性研究类似于机器学习中的迁移学习(transfer learning)或者 learning-to-learn^[1,15-17],即如何利用从一个智能体中学习得到的信息帮助另一智能体学习相关任务。迁移问题的早期处理主要是忽略研究环境和目标环境的不同之处,解释当把实验发现移植到目标环境中时可能出错的地方,即在什么形式条件下实验结果在不同环境中的迁移是允许的,但没有形式上的理论支撑^[18]。因果关系的迁移性从数学上可定义^[18-19]为 do -演算中的符号转化问题,即利用 do -演算规则,目标环境中的因果关系可通过(研究环境中得到的)实验结果和(目标环境中的)观测数据相结合来产生,其中实验结果可以来自于多个研究环境的不同实验,也可限定为单个研究环境的实验。当然,迁移性存在的前提是目标环境(新任务)和研究环境(旧任务)具有共享的属性或特征^[1]。深度网络或其他机器学习算法若要像人类一样快速而灵活地学习新任务,则要求算法本身必须具备发现、编辑和迁移因果信息的能力。

Pearl 给出的因果关系的识别开始于一因果图^[12],信息系统中数据的最初形式为属性和属性值,没有可直接使用的图形结构,而信息系统中相关因果性研究所涉及的概念鲜有

相应的成果出现,已有成果都只限于用粗糙集术语刻画的依赖关系。因此,本文将着眼于粗糙集理论与因果性研究的融合,首先使用粗糙集理论中的基本概念勾勒出潜在的因果关系所拥有的图形结构,进而识别满足该图形结构的属性间的因果关系;接着改变现有信息系统,如添加新的属性,探究新属性对已发现的因果关系的影响,以及已发现的因果关系在新系统中的可迁移性。受粗糙集理论中概念的近似合成^[20]的启发,本文也将重点研究多个信息系统的合并:合并系统中图形结构与原始系统中图形结构的关系、原始系统中的因果关系在新系统中的变化及迁移问题。粗糙集理论借用属性来刻画信息粒度,属性或属性值的增加将导致信息粒度变得更细,划分的信息粒更多。通过研究信息系统中属性的增加对因果关系的影响,还可窥见粒度变化与因果信息之间的关联。

2 相关工作

因果模型^[12]由两个变量集(背景变量集和可观测变量集)和一个函数集组成,函数集被用于确定如何赋值给每个可观测变量。捕捉变量间关系的图称为因果图。因果图^[12]多指一个有向非循环图(Directed Acyclic Graph, DAG),其中节点对应变量,边表示该对节点满足的某种关系(如 child-parent 关系、ancestor-descendent 关系等),每条边均为有向边(即含有单箭头的边),但不包含自环(如 $X \rightarrow X$),也不存在有向圈(如 $X \rightarrow Y, Y \rightarrow X$),即非循环;节点间的单箭头仅表示因果关联的可能性,其强度有待从数据中确定,缺失的单箭头表示节点间零影响的声明或假设,缺失的双箭头表示零协方差的声明或假设。图中的路(a path)指一序列边,其中每条边开始于前一条边的末端节点;有向路(a directed path)指一序列边,其中每条边开始于前一条边的末端节点,同时每条边含有从第一个节点指向第二个节点的单箭头^[12]。每个因果图 DAG 对应一个概率分布函数 P ,该函数具有 Markov 属性,即满足一些(条件)独立性,这些独立性可由下面的图形准则刻画,其中“阻断”指终止路中变量间的信息流动或依赖^[12]。

定义 1^[12](d -分离) 设变量 S, X 和 Y 为一有向非循环图 G 中任意不相交的节点集,节点集 S 阻断(或 d -分离)一条路 p 当且仅当 1. p 包含至少一个 S 中的含有发出箭头的节点(即 $\rightarrow S \rightarrow, \leftarrow S \rightarrow$)或者 2. p 包含至少一个位于 S 之外的碰撞节点 m (即 $\rightarrow m \leftarrow, m \notin S$)且该碰撞节点 m 在 S 中没有后代。 S 将变量 X 与 Y d -分离,当且仅当 S 阻断了从 X 中的节点到 Y 中的节点的每条路。换言之,已知 S , 变量 X 与 Y 独立,记作 $X \perp\!\!\!\perp Y | S$ 。

接下来给出从观测数据中刻画(无偏差的)干预估计的两个图形准则。

定义 2^[12](后门准则) 设 G 为一个有向非循环图,变量 Z, X, Y 为 G 中任意不相交的节点集, x, y, z 分别表示变量 X, Y, Z 的取值, $do(x)$ 表示对变量 X 实施外部干预使得 $X = x, P(y | do(x))$ 表示在外部干预使得 X 取 x 值的条件下,变量 Y 取 y 值的概率。若以下条件成立:

1) Z 中的任意节点都不是 X 的后代;

2) Z 阻断了所有从 X 到 Y 的后门路,即所有以指向 X 的箭头为结束的路。

则 Z 满足与 (X, Y) 相关的后门准则, 同时 X 对 Y 的因果关系可被识别并由修正公式(1)给出:

$$P(y|do(x)) = \sum_z P(y|x, z)P(z) \quad (1)$$

定义 3^[12](前门准则) 设 G 为一有向非循环图, 变量 Z, X, Y 为 G 中任意不相交的节点集, x, y, z 分别表示变量 X, Y, Z 的取值 ($x = \{x_i; 0 \leq i \leq n\}$, n 和 i 为正整数), $do(x_i)$ 表示对变量 X 实施外部干预使得 $X = x_i$, $P(y|do(x_i))$ 表示在外部干预使得 X 取 x_i 值的条件下, 变量 Y 取 y 值的概率。若以下条件成立:

1) Z 阻断了所有从 X 到 Y 的有向路;

2) 从 X 到 Z 的后门路(即所有以指向 X 的箭头为结束的路)不存在;

3) 从 Z 到 Y 的所有后门路(即所有以指向 Z 的箭头为结束的路)被 X 阻断。

则 Z 满足与 (X, Y) 相关的前门准则, 同时 X 对 Y 的因果关系可被识别并由修正公式(2)给出:

$$P(y|do(x_i)) = \sum_z P(z|x_i) \sum_x P(y|x, z)P(x) \quad (2)$$

其中, $P(x, z) > 0$ 。

下面描述与 do 算子有关的推理机制, 其在后续因果关系的迁移问题的研究中扮演着重要角色。

引理 1^[12](do 演算规则或干预演算规则) 设 G 表示与因果模型有关的有向非循环图, X, Y, Z 和 W 为 G 中任意不相交的变量节点集, $G_{\bar{X}}$ 表示删除 G 中所有指向 X 的箭头后得到的新图形, $G_{\bar{X}}$ 表示删除 G 中所有从 X 发出的箭头后得到的新图形, $G_{\bar{X}\bar{Z}}$ 表示删除 G 中所有指向 X 的箭头和所有从 Z 发出的箭头后得到的新图形, P 表示由该因果模型诱导的概率分布。

规则 1(观测变量的插入和删除)

$$P(y|do(x), z, w) = P(y|do(x), w)$$

若在图 $G_{\bar{X}}$ 中存在 $Y \perp\!\!\!\perp Z | X, W$ 。

规则 2(观测变量和干预变量的交换)

$$P(y|do(x), do(z), w) = P(y|do(x), z, w)$$

若在图 $G_{\bar{X}\bar{Z}}$ 中存在 $Y \perp\!\!\!\perp Z | X, W$ 。

规则 3(干预变量的插入和删除)

$$P(y|do(x), do(z), w) = P(y|do(x), w)$$

若在图 $G_{\bar{X}, \bar{Z}(w)}$ 中存在 $Y \perp\!\!\!\perp Z | X, W$, 其中 $Z(W)$ 指图 $G_{\bar{X}}$ 中不是 W 中节点祖先的 Z 节点集。

定义 4^[18](选择图) 设 $\langle M, M^* \rangle$ 为关于论域 $\langle \Pi, \Pi^* \rangle$ 的一对因果模型, 共享一个因果图 G , G 中可观测变量集记作 V , 不可观测变量集记作 U , P 为 Π 的观测分布, P^* 为 Π^* 的观测分布, f 为 Π 中由于干预行为所产生的函数, f^* 为 Π^* 中由于干预行为所产生的函数。 $\langle M, M^* \rangle$ 诱导一个选择图 D , 若 D 满足以下结构: 1) G 中的每条边也在 D 中; 2) 每当模型 M 和 M^* 之间可能存在差异 $f_i \neq f_i^*$ 或者 $P(U_i) \neq P^*(U_i)$ 时, D 中包含一条额外的边 $S_i \rightarrow V_i$, 其中变量 S_i 表示产生差异的因素, 称作选择变量。

引理 2^[18](可移植性) 设 D 为一刻画论域 Π 和 Π^* 的选择图, S 为 D 中的选择变量集, P 为 Π 的观测分布, P^* 为 Π^* 的观测分布, 且 $P^*(v|do(x)) = P(v|do(x), s)$ 。因果关

系 $P^*(y|do(x), z)$ 可从 Π 移植到 Π^* , 若使用 do 演算规则, 表达式 $P(y|do(x), z, s)$ 可简化为一个表达式, 其中 S 仅作为没有 do 项(或干预项)的条件变量出现。

因果关系的估计存在大量关于概率的计算, 而粗糙集理论给出了从原始数据中估算概率的公式。

定义 5^[21](粗糙集术语定义的概率) 设 (U, A) 为一个信息系统, 其中有限非空集合 U 为对象集, 称作全域, 有限非空集合 A 称作属性集, 若将属性集 A 区分为条件属性集 C 和决策属性集 D , 则 (U, C, D) 为一个决策表, 其中, $C = \{C_1, \dots, C_n\}$, $D = \{D_1, \dots, D_m\}$ 。每条属性可看作一个等价关系, 其属性值定义了由该属性诱导的等价类, 每个等价类可看作一个信息粒, 粒的大小称作信息的粒度, 这里指等价类中所含元素的个数。单个属性诱导的所有等价类构成了该属性对全域 U 的划分。对于任意 $u \in U$ 和 $B \in A$, 属性 B 的属性值记作 b, u 关于属性 B 的等价类记作 $[u]_B = \{y \in U; uBy\}$, 属性 B 诱导的 U 的划分记作 $U/B = \{[u]_b\}$, u 关于属性集的决策规则记作 $[u]_{C_1}, \dots, [u]_{C_n} \rightarrow [u]_{D_1}, \dots, [u]_{D_m}$, 简记为 $C \rightarrow_u D$ 。对于决策规则, 定义两个量, 即确定因子 $cer_u(C, D)$ 和覆盖因子 $cov_u(C, D)$ 。

$$cer_u(C, D) = \frac{|[u]_C \cap [u]_D|}{|[u]_C|} \quad (3)$$

$$cov_u(C, D) = \frac{|[u]_C \cap [u]_D|}{|[u]_D|} \quad (4)$$

其中, $|X|$ 表示集合 X 的基数, 即 X 中成员的个数。从统计(频率)角度, 确定因子 $cer_u(C, D)$ 可被解释为已知 $y \in [u]_C$, 则 $y \in [u]_D$ 的条件概率, 记作 $P_u(D|C)$ 。相应地, 覆盖因子 $cov_u(C, D)$ 被解释为已知决策属性 D , u 属于由条件属性 C 诱导的等价类的条件概率, 记作 $P_u(C|D)$ 。为书写方便, 后文统一去掉下标 u , 即表示如下: 决策规则 $C \rightarrow D$, 确定因子 $cer(C, D)$, 覆盖因子 $cov(C, D)$, 条件概率 $P(D|C)$ 和 $P(C|D)$ 。 u 满足条件属性 C 的边缘概率记作 $P(C)$, 定义为 $P(C) = \frac{|[u]_C|}{|U|}$ 。若 $cer(C, D) = 1$ ($P(D|C) = 1$), 则称决策规则 $C \rightarrow D$ 为确定规则; 若 $0 < cer(C, D) < 1$ ($0 < P(D|C) < 1$), 则称决策规则 $C \rightarrow D$ 为不确定规则。

粗糙集理论还给出了决策规则的不同于概率形式的刻画, 即下近似诱导的属性间的依赖度。

定义 6^[6, 10](属性间的依赖度) 设 (U, A) 为一个信息系统, D 和 C 为属性集 A 中的任意两个属性, 其对应的属性值分别为 $d = \{d_j; 0 \leq j \leq m\}$ 和 $c = \{c_i; 0 \leq i \leq n\}$, i, j, m, n 为正整数。属性 D 关于属性 C 的依赖度为 k ($0 \leq k \leq 1$), 记作 $C \rightarrow_k D$, 若 k 满足 $k = \gamma(C, D) = \frac{|C(D)|}{|U|}$, 其中 $\underline{C}(D)$ 表示属性 D 关于属性 C 的下近似:

$$\begin{aligned} \underline{C}(D) &= \{w \in U; [w]_C \subseteq [w]_D\} \\ &= \bigcup_{i \in [0, n], j \in [0, m]} \{u \in U; [u]_C \subseteq [u]_D\} \end{aligned} \quad (5)$$

若 $k = 1$, 则称属性 D 完全依赖于属性 C , 记作 $C \rightarrow_1 D$ (通常也记作 $C \rightarrow D$); 若 $0 < k < 1$, 则称属性 D 以依赖度 k 部分依赖于属性 C ; 若 $k = 0$, 则称属性 D 完全独立于属性 C 。

3 信息系统中因果关系的迁移性

信息系统中因果关系识别的研究思路为:首先利用下近似定义的依赖度和等价类诱导的概率找出分别满足后门准则和前门准则的图形结构,从而引出因果关系可能存在的属性组合。该过程涉及下近似、概率(条件)独立的计算,这里将直接给出结论。本文的重点论述限于信息系统变化时因果关系的迁移问题:原始系统中添加新属性或者多个信息系统的合并,对所找到的图形结构的影响以及属性间因果关系的变化。

假设所研究的信息系统均由观测数据组成,约定本节及后续章节所涉及的图形结构中,箭头 \rightarrow 表示变量间的概率依赖,消失的箭头表示变量间的独立或条件独立。属性间因果关系的存在与否可由下面的引理给出。

引理 3 给定一个信息系统 (U, A) , U 为一个有限非空集,称作全域,有限非空集 A 称作属性集。设变量 X, Y, Z 为该系统中的任意 3 个属性,其对应的属性值分别为 x, y, z 。 $do(X=x)$ 可解释为通过干预,即删除所有指向 X 的箭头使得变量 X 的取值为 x (去除函数 $P(x|\cdot)$ 并将剩余函数 P 中的 X 换成 x),其余结构保持不变。

1)若 X, Y, Z 三者之间存在图形结构 $Z \rightarrow X \rightarrow Y$, 即 $P(y|x, z) = P(y|x)$, $P(x|z) \neq P(x)$, 或者存在图形结构 $X \rightarrow Y \leftarrow Z$, 即 $P(x|z) = P(x)$, $P(y|x, z) \neq P(y|x) \neq P(y|z)$, 则 X 和 Y 之间的因果关系 $P(Y=y|do(X=x))$ 可通过后门修正属性变量 Z 得到,即

$$P(Y=y|do(X=x)) = \sum_z P(y|x, Z=z)P(Z=z)$$

2)若变量 X, Y, Z 满足图形结构 $X \rightarrow Z \rightarrow Y$, 即 $P(y|x, z) = P(y|z)$, $P(x|z) \neq P(x)$, 则 X 和 Y 之间的因果关系 $P(Y=y|do(X=x))$ 可通过前门修正属性变量 Z 得到,即令 $x = \{x_i; 0 \leq i \leq n\}$ 表示变量 X 的属性值,则:

$$\begin{aligned} P(Y=y|do(X=x_i)) \\ = \sum_z P(Z=z|x_i) \sum_x P(y|x, Z=z)P(x) \end{aligned}$$

证明:依据定义 2 和定义 3,很容易验证 1)中的图形结构满足后门准则,2)中的图形结构满足前门准则。证毕。

当有新属性被观测到或被发现时,基于引理 3 给出的原始系统中的因果关系将如何变化?

定理 1 设变量 X, Y, Z 为一个信息系统 (U, A) 中的任意 3 个属性, x, y, z 分别为 3 个属性对应的属性值,且属性 X 和 Y 之间的因果关系存在。设 P 为系统 (U, A) 中的观测分布。若向该系统中加入一个新属性 S ,原始系统 (U, A) 变为系统 $(U, A \cup S)$,新系统中的观测分布记为 P^* ,且满足 $P^*(y|do(x)) = P(y|do(x), s)$, 则 1)若新属性 S 仅与属性 Z 有关,与属性 X 和 Y 独立(即仅存在结构 $S \rightarrow Z$, 且 Z, X, Y 之间的关系不变, $P(s|x) = P(s) = P(s|y)$, $P(x|z, s) = P(x|z)$, $P(y|x, z, s) = P(y|x, z)$), 则原系统中的因果关系 $P(y|do(x), z)$ 可迁移至新系统,即

$$P^*(Y=y|do(X=x)) = \sum_z P(y|do(x), z)P(z|s) \quad (6)$$

$$P^*(Y=y|do(X=x_i)) = \sum_z P(y|do(x_i), z)P(z|x_i, s)$$

(7)

2)若新属性 S 仅作用于属性 X , 且对属性 Z 和 Y 无影响,即仅存在结构 $S \rightarrow X$ 且属性 Z, X, Y 三者之间的关系不变, $P(s|z) = P(s) = P(s|y)$, $P(y|x, z, s) = P(y|x, z)$, 则原系统中的因果关系 $P(y|do(x), z)$ 可迁移至新系统,即

$$P^*(Y=y|do(X=x)) = \sum_z P(y|do(x), z)P(z) \quad (8)$$

$$P^*(Y=y|do(X=x_i)) = \sum_z P(y|do(x_i), z)P(z|x_i) \quad (9)$$

3)若新属性 S 仅作用于属性 Y , 且对属性 Z 和 X 无影响,即仅存在结构 $S \rightarrow Y$ 且 $P(s|z) = P(s) = P(s|x)$, 但属性 X, Y, Z 三者之间关系 $P(y|x, z)$ 被改变为 $P(y|x, z, s)$, 则新系统中属性变量 X 和 Y 之间的因果关系 $P^*(Y=y|do(X=x))$ 不能由原系统中的因果关系 $P(y|do(x), z)$ 推得。换言之,原系统中属性 X 和 Y 之间的因果关系不可迁移至 S -诱导的此类新系统,即

$$P^*(Y=y|do(X=x)) = \sum_z P(y|do(x), z, s)P(z) \quad (10)$$

$$P^*(Y=y|do(X=x_i)) = \sum_z P(y|do(x_i), z, s)P(z|x_i)$$

(11)

4)若新属性 S 仅作用于属性 X 和 Z , 且对属性 Y 无影响,即存在结构 $S \rightarrow X, S \rightarrow Z$ 且属性 Z, X, Y 三者之间的关系不变, $P(s|y) = P(s)$, $P(y|x, z, s) = P(y|x, z)$, 则原系统中的因果关系 $P(y|do(x), z)$ 可迁移至新系统,即

$$P^*(Y=y|do(X=x)) = \sum_z P(y|do(x), z)P(z|s) \quad (12)$$

$$P^*(Y=y|do(X=x_i)) = \sum_z P(y|do(x_i), z)P(z|x_i, s)$$

(13)

5)若新属性 S 仅作用于属性 X 和 Y , 且对属性 Z 无影响,或者 S 仅作用于属性 Z 和 Y , 且对属性 X 无影响,即存在结构 $S \rightarrow X, S \rightarrow Y$ 且 $P(s|z) = P(s)$ (或者 $S \rightarrow Z, S \rightarrow Y$ 且 $P(s|x) = P(s)$, $P(x|z, s) = P(x|z)$); 或者新属性 S 同时作用于属性 X, Y 和 Z 。此 3 种情况皆使得属性 Z, X, Y 三者之间的关系受到影响,即由 $P(y|x, z)$ 转化为 $P(y|x, z, s)$, 则原系统中的属性 X 和 Y 之间的因果关系不可迁移至 S -诱导的此类新系统,即

$$P^*(Y=y|do(X=x)) = \sum_z P(y|do(x), s, z)P(z|s) \quad (14)$$

$$P^*(Y=y|do(X=x_i)) = \sum_z P(y|do(x_i), z, s)P(z|x_i, s)$$

(15)

6)若新属性 S 对属性 X, Y 和 Z 均无影响,则原系统中的因果关系 $P(y|do(x), z)$ 可迁移至 S -诱导的此类新系统。

证明:1)新系统 $(U, A \cup S)$ 中, $do(x)$ 可解释为 $P^*(x|z, s) = P^*(x) = P(x)$ 。式(6)的推导为:

$$\begin{aligned} P^*(Y=y|do(X=x)) \\ = \sum_z P^*(y|do(x), z)P^*(z|do(x)) \\ = \sum_z P(y|do(x), z, s)P(z|do(x), s) \\ = \sum_z P(y|do(x), z)P(z|s) \end{aligned}$$

第一个“=”由限制在变量 Z 上的加权和得到;第二个“=”由选择图的定义得到;第三个“=”依据 do -演算规则 3:图 $D_{\bar{X}}$ 中存在 $Z \perp\!\!\!\perp X|S$, 则 $P(z|do(x), s) = P(z|s)$, 和 do -演算规则 1:图 $D_{\bar{X}}$ 中存在 $Y \perp\!\!\!\perp S|X, Z$, 则 $P(y|do(x), z, s) = P(y|do(x), z)$ 得到。此外, $P^*(Y=y|do(X=x))$ 可由后门

准则作用于变量 $\{S, Z\}$ 给出, 鉴于 $P^*(y|x, z, s) = P^*(y|x)$ 或者 $P^*(x|z, s) = P^*(x)$, 式(7)的推导为:

$$\begin{aligned} P^*(Y=y|do(X=x_i)) &= \sum_z P^*(y|do(x_i), z) P^*(z|do(x_i)) \\ &= \sum_z P(y|do(x_i), z, s) P(z|do(x_i), s) \\ &= \sum_z P(y|do(x_i), z) P(z|x_i, s) \end{aligned}$$

同上, 第一个“=”由限制在变量 Z 上的加权和得到; 第二个“=”由选择图的定义得到; 第三个“=”依据 do -演算规则 1: 图 $D_{\bar{X}}$ 中存在 $Y \perp\!\!\!\perp S | X, Z$, 则 $P(y|do(x_i), z, s) = P(y|do(x_i), z)$, 和 do -演算规则 2: 图 $D_{\underline{X}}$ 中存在 $Z \perp\!\!\!\perp X | S$, 则 $P(z|do(x_i), s) = P(z|x_i, s)$ 得到。此外, $P^*(Y=y|do(X=x))$ 可由前门准则作用于变量 $\{S, Z\}$ 给出。

2) 新系统 $(U, A \cup S)$ 中, $do(x)$ 可解释为 $P^*(x|z, s) = P^*(x) = P(x|s)$ 。与式(6)和式(7)的推导类似, 基于选择图的定义、限制在变量 Z 上的加权和、 do -演算规则可推得式(8)和式(9)分别为:

$$\begin{aligned} P^*(Y=y|do(X=x)) &= P(Y=y|do(X=x), S=s) \\ &= \sum_z P(y|do(x), s, z) P(z|do(x), s) \\ &= \sum_z P(y|do(x), z) P(z|s) \\ &= \sum_z P(y|do(x), z) P(z) \\ P^*(Y=y|do(X=x_i)) &= \sum_z P^*(y|do(x_i), z) P^*(z|do(x_i)) \\ &= \sum_z P(y|do(x_i), z, s) P(z|do(x_i), s) \\ &= \sum_z P(y|do(x_i), z) P(z|x_i, s) \\ &= \sum_z P(y|do(x_i), z) P(z|x_i) \end{aligned}$$

此外, $P^*(Y=y|do(X=x))$ 可由后门准则作用于变量 $\{S, Z\}$ 或者 S 或者 Z 给出, 也可由前门准则作用于变量 Z 给出。

3) 新系统 $(U, A \cup S)$ 中, $do(x)$ 可解释为 $P^*(x|z, s) = P^*(x) = P(x)$ 。基于选择图的定义、限制在变量 Z 上的加权和、 do -演算规则可推得式(10)和式(11)分别为:

$$\begin{aligned} P^*(Y=y|do(X=x)) &= P(Y=y|do(X=x), S=s) \\ &= \sum_z P(y|do(x), s, z) P(z|do(x), s) \\ &= \sum_z P(y|do(x), z, s) P(z|s) \\ &= \sum_z P(y|do(x), z, s) P(z) \\ P^*(Y=y|do(X=x_i)) &= \sum_z P^*(y|do(x_i), z) P^*(z|do(x_i)) \\ &= \sum_z P(y|do(x_i), z, s) P(z|do(x_i), s) \\ &= \sum_z P(y|do(x_i), z, s) P(z|x_i, s) \\ &= \sum_z P(y|x_i, z, s) P(z|x_i, s) \end{aligned}$$

由于选择变量 S 出现在了含有 do 项的条件变量中, 因此 S -诱导的此类新系统中因果关系的迁移性不成立。考虑到系统 $(U, A \cup S)$ 中可能存在独立性, $P^*(y|x, z) = P^*(y|x)$, 或者 $P^*(x|s) = P^*(x)$, 或者 $P^*(x|z) = P^*(x)$, 则 $P^*(Y=y|do(X=x))$ 可由后门准则应用于变量 Z 或 S 得到, 也可以利用前门准则作用于变量 Z 得到。

4) 新系统 $(U, A \cup S)$ 中, $do(x)$ 可解释为 $P^*(x|z, s) = P^*(x) = P(x|s)$ 。基于选择图的定义、限制在变量 Z 上的加权和、 do -演算规则可推得式(12)和式(13)分别为:

$$\begin{aligned} P^*(Y=y|do(X=x)) &= P(Y=y|do(X=x), S=s) \\ &= \sum_z P(y|do(x), s, z) P(z|do(x), s) \\ &= \sum_z P(y|do(x), z) P(z|s) \\ P^*(Y=y|do(X=x_i)) &= \sum_z P^*(y|do(x_i), z) P^*(z|do(x_i)) \\ &= \sum_z P(y|do(x_i), z, s) P(z|do(x_i), s) \\ &= \sum_z P(y|do(x_i), z) P(z|x_i, s) \end{aligned}$$

5) 新系统 $(U, A \cup S)$ 中, $do(x)$ 可解释为 $P^*(x|z, s) = P^*(x)$ 。基于选择图的定义、限制在变量 Z 上的加权和、 do -演算规则可推得式(14)和式(15)分别为:

$$\begin{aligned} &\text{对于 } S \text{ 作用于 } Z \text{ 和 } Y, \text{ 以及 } X, Z \text{ 和 } Y, \text{ 有} \\ P^*(Y=y|do(X=x)) &= P(Y=y|do(X=x), S=s) \\ &= \sum_z P(y|do(x), s, z) P(z|do(x), s) \\ &= \sum_z P(y|do(x), s, z) P(z|s) \\ P^*(Y=y|do(X=x_i)) &= \sum_z P^*(y|do(x_i), z) P^*(z|do(x_i)) \\ &= \sum_z P(y|do(x_i), z, s) P(z|do(x_i), s) \\ &= \sum_z P(y|do(x_i), z, s) P(z|x_i, s) \end{aligned}$$

对于 S 作用于 X 和 Y , 有

$$\begin{aligned} P^*(Y=y|do(X=x)) &= P(Y=y|do(X=x), S=s) \\ &= \sum_z P(y|do(x), s, z) P(z|do(x), s) \\ &= \sum_z P(y|do(x), z, s) P(z) \end{aligned}$$

由 $P(z|x_i, s) = P(z|x_i)$, 可进一步得:

$$P^*(Y=y|do(X=x_i)) = \sum_z P(y|do(x_i), z, s) P(z|x_i)$$

显然, 属性 S 出现在含有 do 项的条件变量中, 因而原系统中的因果关系在此类新系统中不可移植。

6) 当新属性 S 对属性 X, Y 和 Z 均无影响时, X, Y 和 Z 在新系统 $(U, A \cup S)$ 的图形结构与在系统 (U, A) 中的图形结构一致, 因此由引理 3 可知 (U, A) 中的因果关系 $P(y|do(x), z)$ 在 $(U, A \cup S)$ 中仍然成立, 故 $P(y|do(x), z)$ 可迁移至 S -诱导的此类新系统中。证毕。

接下来重点分析两个信息系统合并后各系统中因果关系的影响和变化。假设给定两个信息系统 (U_1, A_1) 和 (U_2, A_2) , 变量 Z_1, Z_2, X 为系统 (U_1, A_1) 中的任意 3 个属性, z_1, z_2, x 为对应的属性值, 其观测分布记作 P^{U_1} ; 变量 S, Z_2, Y 为系统 (U_2, A_2) 中的任意 3 个属性, s, z_2, y 为对应的属性值, P^{U_2} 为 (U_2, A_2) 的观测分布。系统 (U, A) 为系统 (U_1, A_1) 和 (U_2, A_2) 的并, 即 $U = U_1 \cup U_2, A = A_1 \cup A_2, P$ 为 (U, A) 的观测分布。这里, U, U_1 和 U_2 皆限定在同一对象域上, $U_i (i=1, 2)$ 对应 A_i 关于对象域的分类。

定理 2 若系统 (U_1, A_1) 中 Z_1, Z_2 和 X 3 个属性之间存在

在图形结构 $Z_1 \rightarrow X \rightarrow Z_2$, 即 $P^{U_1}(z_2 | x, z_1) = P^{U_1}(z_2 | x)$; 系统 (U_2, A_2) 中 S, Z_2 和 Y 三者之间存在图形结构 $S \rightarrow Z_2 \rightarrow Y$, 即 $P^{U_2}(y | s, z_2) = P^{U_2}(y | z_2)$; 同时 (U_1, A_1) 和 (U_2, A_2) 中的图形结构在混合系统 (U, A) 中保持不变, 即系统 (U, A) 中属性变量 Z_1, X, Z_2, S 和 Y 之间存在图形结构 G_1 (见图 1), 此时标记系统 (U, A) 为 $(U, A)_{G_1}$, 即 $P(z_2 | x, z_1) = P(z_2 | x)$, $P(y | s, z_2) = P(y | z_2)$, $P(y | s, z_2, x, z_1) = P(y | z_2)$, $P(z_2 | x, z_1, s) = P(z_2 | x, s)$, $P(s) = P(s | x) = P(s | z_1) = P(s | y) = P(s | x, z_1)$ 。则:

1) 系统 $(U, A)_{G_1}$ 中属性变量 X 和 Y 之间的因果关系 $P(Y=y | do(X=x))$ 可通过 $P(y | do(z_2))$ 和 $P(z_2 | x, do(z_1))$ 得到, 即

$$\begin{aligned} P(Y=y | do(X=x)) \\ = \sum_{z_2} P(y | do(z_2)) P(z_2 | x, do(z_1)) \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $P(y | do(z_2))$ 可通过后门准则修正 $\{X, S\}$ 或 S 得到, 而系统 (U_2, A_2) 中 $P^{U_2}(y | do(z_2))$ 经由后门准则修正 S 得到, $P(z_2 | x, do(z_1))$ 可依据 do -演算规则 2 推得, 等于 $P(z_2 | x, z_1)$ 。

2) 系统 $(U, A)_{G_1}$ 中属性变量 Z_1 和 Y 之间的因果关系 $P(Y=y | do(Z_1=z_1))$ 可通过将前门准则应用于变量 $\{X, Z_2, S\}$ 或者 $\{X, Z_2\}$ 或者 $\{Z_2, S\}$ 或者 X 或者 Z_2 推得, 即 $P(Y=y | do(Z_1=z_1)) = P(y | z_1)$ 。

3) 系统 (U_1, A_1) 中属性变量 Z_1 和 Z_2 之间的因果关系 $P^{U_1}(Z_2=z_2 | do(Z_1=z_1))$ 及 X 和 Z_2 之间的因果关系 $P^{U_1}(Z_2=z_2 | do(X=x))$ 均不可迁移至系统 $(U, A)_{G_1}$, 鉴于系统 $(U, A)_{G_1}$ 中变量 S 仅作用于 Z_2 , 且 $P(z_2 | z_1) = P^{U_1}(z_2 | z_1, s, y) \neq P^{U_1}(z_2 | z_1)$, $P(z_2 | x) = P^{U_1}(z_2 | x, s, y) \neq P^{U_1}(z_2 | x)$ 。

4) 系统 (U_2, A_2) 中属性变量 Z_2 和 Y 之间的因果关系 $P^{U_2}(Y=y | do(Z_2=z_2))$ 及属性变量 S 和 Y 之间的因果关系 $P^{U_2}(Y=y | do(S=s))$ 皆可迁移至系统 $(U, A)_{G_1}$, 鉴于系统 $(U, A)_{G_1}$ 中变量 $\{Z_1, X\}$ 仅作用于 Z_2 , 且 $P(y | z_2) = P^{U_2}(y | z_2, x, z_1) = P^{U_2}(y | z_2)$, $P(y | s) = P^{U_2}(y | s, x, z_1) = P^{U_2}(y | s)$ 。

证明: 这里主要给出定理 2 中式(16)的具体推导, 即

$$\begin{aligned} P(Y=y | do(X=x)) \\ = P(y | do(x), do(z_1)) \\ = \sum_{z_2} P(y | do(x), do(z_1), z_2) \times P(z_2 | do(x), do(z_1)) \\ = \sum_{z_2} P(y | do(x), do(z_1), do(z_2)) \times P(z_2 | do(x), do(z_1)) \\ = \sum_{z_2} P(y | do(z_2)) P(z_2 | x, do(z_1)) \end{aligned}$$

第一个“=”是因为在图 $G_{\overline{X}, \overline{z_1}}$ 中 $Z_1 \perp\!\!\!\perp Y | X$ 成立, 由 do -演算规则 3 可知: $P(y | do(x)) = P(y | do(x), do(z_1))$; 第二个“=”由限制在变量 Z_2 上的加权和得到; 第三个“=”是因为图 $G_{\overline{X}, \overline{z_2}}$ 中存在 $Z_2 \perp\!\!\!\perp Y | X, Z_1$, 由 do -演算规则 2 可知: $P(y | do(x), do(z_1), z_2) = P(y | do(x), do(z_1), do(z_2))$; 第四个“=”是因为在图 $G_{\overline{z_1}, \overline{X}}$ 中 $Z_2 \perp\!\!\!\perp X | Z_1$ 成立, 由 do -演算规则 2 可知: $P(z_2 | do(x), do(z_1)) = P(z_2 | x, do(z_1))$; 在图 $G_{\overline{X}, \overline{z_2}}$ 中存在 $\{Z_1, X\} \perp\!\!\!\perp Y | Z_2$, 由 do -演算规则 3 可知: $P(y | do(x),$

$do(z_1), do(z_2)) = P(y | do(z_2))$ 。

其余结论可依据定义 2 中的后门准则、定义 3 中的前门准则、引理 3 和定理 1 而得。证毕。

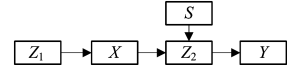


图 1 变量 Z_1, X, Z_2, S 和 Y 构成的图形结构 G_1

Fig. 1 Diagram G_1 among variables Z_1, X, Z_2, S and Y

定理 3 若系统 (U_1, A_1) 中 Z_1, Z_2 和 X 3 个属性之间存在图形结构 $Z_1 \rightarrow X \rightarrow Z_2$, 即 $P^{U_1}(z_2 | x, z_1) = P^{U_1}(z_2 | x)$; 系统 (U_2, A_2) 中 S, Z_2 和 Y 三者间存在图形结构 $Z_2 \rightarrow Y \leftarrow S$, 即 $P^{U_2}(z_2 | s) = P^{U_2}(z_2)$; 并且 (U_1, A_1) 和 (U_2, A_2) 中的图形结构在混合系统 (U, A) 中保持不变, 即系统 (U, A) 中属性变量 Z_1, X, Z_2, S 和 Y 之间存在图形结构 G_2 (见图 2), 这里标记系统 (U, A) 为 $(U, A)_{G_2}$, 即 $P(z_2 | x, z_1) = P(z_2 | x)$, $P(z_2 | s) = P(z_2)$, $P(y | s, z_2, x, z_1) = P(y | z_2, s)$, $P(z_2 | x, z_1, s) = P(z_2 | x)$, $P(s) = P(s | x) = P(s | z_1) = P(s | z_2) = P(s | x, z_1)$ 。则:

1) 系统 $(U, A)_{G_2}$ 中属性变量 X 和 Y 之间的因果关系 $P(Y=y | do(X=x))$ 可通过 $P(y | do(z_2))$ 和 $P(z_2 | x, do(z_1))$ 得到, 即

$$P(Y=y | do(X=x)) = \sum_{z_2} P(y | do(z_2)) P(z_2 | x, do(z_1)) \quad (17)$$

其中, $P(y | do(z_2))$ 可通过后门准则修正 S 得到, 与系统 (U_2, A_2) 中 $P^{U_2}(y | do(z_2))$ 的推导方法相同, $P(z_2 | x, do(z_1))$ 可依据 do -演算规则 2 推得, 等于 $P(z_2 | x, z_1)$ 。

2) 系统 $(U, A)_{G_2}$ 中属性变量 Z_1 和 Y 之间的因果关系 $P(Y=y | do(Z_1=z_1))$ 可将后门准则应用于变量 S , 也可通过使用前门准则应用于变量 $\{X, Z_2\}$ 或 X 或 Z_2 推得, 即 $P(Y=y | do(Z_1=z_1)) = P(y | z_1)$ 。

3) 系统 (U_1, A_1) 中属性变量 Z_1 和 Z_2 之间的因果关系 $P^{U_1}(Z_2=z_2 | do(Z_1=z_1))$ 及 X 和 Z_2 之间的因果关系 $P^{U_1}(Z_2=z_2 | do(X=x))$ 皆可迁移至系统 $(U, A)_{G_2}$, 鉴于系统 $(U, A)_{G_2}$ 中变量 $\{S, Y\}$ 对变量 Z_1, X, Z_2 均无影响, 且 $P(z_2 | z_1) = P^{U_1}(z_2 | z_1, s, y) = P^{U_1}(z_2 | z_1)$, $P(z_2 | x) = P^{U_1}(z_2 | x, s, y) = P^{U_1}(z_2 | x)$ 。

4) 系统 (U_2, A_2) 中属性变量 Z_2 和 Y 之间的因果关系 $P^{U_2}(Y=y | do(Z_2=z_2))$ 及 Y 和 S 之间的因果关系 $P^{U_2}(Y=y | do(S=s))$ 皆可迁移至系统 $(U, A)_{G_2}$, 鉴于系统 $(U, A)_{G_2}$ 中变量 $\{Z_1, X\}$ 仅作用于 Z_2 , 且 $P(y | z_2) = P^{U_2}(y | z_2, x, z_1) = P^{U_2}(y | z_2)$, $P(y | s) = P^{U_2}(y | s, x, z_1) = P^{U_2}(y | s)$ 。

证明: 与定理 2 的证明类似, 式(17)的推导与式(16)的推导相似, 其余结论可依据定义 2 中的后门准则、定义 3 中的前门准则、引理 3 和定理 1 而得。证毕。

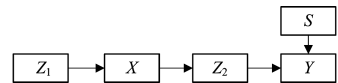


图 2 变量 Z_1, X, Z_2, S 和 Y 构成的图形结构 G_2

Fig. 2 Diagram G_2 among variables Z_1, X, Z_2, S and Y

定理 4 若系统 (U_1, A_1) 中 Z_1, Z_2 和 X 3 个属性之间存在

在图形结构 $X \rightarrow Z_2 \leftarrow Z_1$, 即 $P^{U_1}(x|z_1) = P^{U_1}(x)$; 系统 (U_2, A_2) 中 S, Z_2 和 Y 三者间存在图形结构 $Z_2 \rightarrow Y \leftarrow S$, 即 $P^{U_2}(z_2|s) = P^{U_2}(z_2)$; 并且 (U_1, A_1) 和 (U_2, A_2) 中的图形结构在混合系统 (U, A) 中保持不变, 即系统 (U, A) 中属性变量 Z_1, X, Z_2, S 和 Y 之间存在图形结构 G_3 (见图 3), 这里标记系统 (U, A) 为 $(U, A)_{G_3}$, 即 $P(x|z_1) = P(x), P(z_2|s) = P(z_2), P(y|s, z_2, x, z_1) = P(y|z_2, s), P(z_2|x, z_1, s) = P(z_2|x, z_1), P(s) = P(s|x) = P(s|z_1) = P(s|z_2) = P(s|x, z_1)$ 。则:

1) 系统 $(U, A)_{G_3}$ 中属性变量 X 和 Y 之间的因果关系 $P(Y=y|do(X=x))$ 可通过前门准则作用于变量 $\{Z_1, Z_2\}$ 得到, 也可将后门准则应用于变量 S 得到, 即 $P(Y=y|do(X=x)) = P(y|x)$ 。系统 $(U, A)_{G_3}$ 中属性变量 Z_1 和 Y 之间的因果关系 $P(Y=y|do(Z_1=z_1))$ 可通过将前门准则应用于变量 $\{X, Z_2\}$ 得到, 并且等于 $P(y|z_1)$ 。

2) 系统 (U_1, A_1) 中属性变量 X 和 Z_2 之间的因果关系 $P^{U_1}(Z_2=z_2|do(X=x))$ 及 Z_1 和 Z_2 之间的因果关系 $P^{U_1}(Z_2=z_2|do(Z_1=z_1))$ 皆可迁移至系统 $(U, A)_{G_3}$, 鉴于系统 $(U, A)_{G_3}$ 中变量 $\{S, Y\}$ 对变量 Z_1, X, Z_2 均无影响, 且 $P(z_2|z_1) = P^{U_1}(z_2|z_1, s, y) = P^{U_1}(z_2|z_1), P(z_2|x) = P^{U_1}(z_2|x, s, y) = P^{U_1}(z_2|x)$ 。

3) 系统 (U_2, A_2) 中属性变量 Z_2 和 Y 之间的因果关系 $P^{U_2}(Y=y|do(Z_2=z_2))$ 及 S 和 Y 之间的因果关系 $P^{U_2}(Y=y|do(S=s))$ 皆可迁移至系统 $(U, A)_{G_3}$, 鉴于系统 $(U, A)_{G_3}$ 中变量 $\{Z_1, X\}$ 仅作用于 Z_2 , 且 $P(y|z_2) = P^{U_2}(y|z_2, x, z_1) = P^{U_2}(y|z_2), P(y|s) = P^{U_2}(y|s, x, z_1) = P^{U_2}(y|s)$ 。

证明: 类似于定理 1-定理 3 的证明过程, 基于定义 2 中的后门准则、定义 3 中的前门准则、引理 3 和定理 1 可证得定理 4 中的结论。证毕。

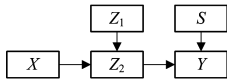


图 3 变量 Z_1, X, Z_2, S 和 Y 构成的图形结构 G_3

Fig. 3 Diagram G_3 among variables Z_1, X, Z_2, S and Y

定理 5 若系统 (U_1, A_1) 中 Z_1, Z_2 和 X 3 个属性之间存在图形结构 $X \rightarrow Z_2 \leftarrow Z_1$, 即 $P^{U_1}(x|z_1) = P^{U_1}(x)$; 系统 (U_2, A_2) 中 S, Z_2 和 Y 三者间存在图形结构 $S \rightarrow Z_2 \rightarrow Y$, 即 $P^{U_2}(y|s, z_2) = P^{U_2}(y|z_2)$; 并且 (U_1, A_1) 和 (U_2, A_2) 中的图形结构在混合系统 (U, A) 中保持不变, 即系统 (U, A) 中属性变量 Z_1, X, Z_2, S 和 Y 之间存在图形结构 G_4 (见图 4), 这里标记系统 (U, A) 为 $(U, A)_{G_4}$, 即 $P(x|z_1) = P(x), P(y|s, z_2) = P(y|z_2), P(y|s, z_2, x, z_1) = P(y|z_2), P(s) = P(s|x) = P(s|z_1) = P(s|y) = P(s|x, z_1)$ 。则:

1) 系统 $(U, A)_{G_4}$ 中属性变量 X 和 Y 之间的因果关系 $P(Y=y|do(X=x))$ 可通过前门准则作用于变量 $\{Z_1, Z_2, S\}$ 或者 $\{Z_1, Z_2\}$ 或者 $\{Z_2, S\}$ 得到, 即 $P(Y=y|do(X=x)) = P(y|x)$ 。

系统 $(U, A)_{G_4}$ 中属性变量 Z_1 和 Y 之间的因果关系 $P(Y=y|do(Z_1=z_1))$ 可将前门准则应用于变量 $\{X, Z_2\}$ 或者 $\{X, Z_2, S\}$ 或者 $\{Z_2, S\}$ 得到, 即 $P(Y=y|do(Z_1=z_1)) = P(y|z_1)$ 。

2) 系统 (U_1, A_1) 中属性变量 X 和 Z_2 之间的因果关系 $P^{U_1}(Z_2=z_2|do(X=x))$ 及 Z_1 和 Z_2 之间的因果关系 $P^{U_1}(Z_2=z_2|do(Z_1=z_1))$ 均不可迁移至系统 $(U, A)_{G_4}$, 鉴于系统 $(U, A)_{G_4}$ 中变量 S 作用于变量 Z_2 , 且 $P(z_2|z_1) = P^{U_1}(z_2|z_1, s, y) \neq P^{U_1}(z_2|z_1), P(z_2|x) = P^{U_1}(z_2|x, s, y) \neq P^{U_1}(z_2|x)$ 。

3) 系统 (U_2, A_2) 中属性变量 Z_2 和 Y 之间的因果关系 $P^{U_2}(Y=y|do(Z_2=z_2))$ 和属性变量 S 和 Y 之间的因果关系 $P^{U_2}(Y=y|do(S=s))$ 皆可迁移至系统 $(U, A)_{G_4}$, 鉴于系统 $(U, A)_{G_4}$ 中变量 $\{Z_1, X\}$ 仅作用于 Z_2 , 且 $P(y|z_2) = P^{U_2}(y|z_2, x, z_1) = P^{U_2}(y|z_2), P(y|s) = P^{U_2}(y|s, x, z_1) = P^{U_2}(y|s)$ 。

证明: 类似于定理 1-定理 3 的证明过程, 定理 5 中的结论可基于定义 2 中的后门准则、定义 3 中的前门准则、引理 3 和定理 1 证得。证毕。

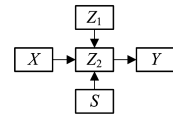


图 4 变量 Z_1, X, Z_2, S 和 Y 构成的图形结构 G_4

Fig. 4 Diagram G_4 among variables Z_1, X, Z_2, S and Y

定理 2-定理 5 涵盖了所有的箭头组合 (\rightarrow 和 \leftarrow) 的各种组合, 忽略变量, 详细分析了两个信息系统合并后的新系统中属性间的因果关系及其与原始系统中属性间因果关系的相同点和异同点, 同时两个信息系统合并后的新系统也可以看作向其中一个系统中添加新属性, 这里的新属性可以是一个属性, 也可以是一个属性集。

同理, 若给定 $n(n \geq 3)$ 个信息系统并且每个系统中属性间的因果关系已存在并给出, 则合并这 n 个系统得到的新系统中属性间的因果关系的分析可按照两个系统合并后的情形每次处理两个系统 (每次处理后得到的系统作为一个系统, 该系统加上一个原始系统中剩余的系統作为下次处理的对象)。当然也可直接合并这 n 个系统得到新系统, 然后利用 do -演算规则、前门准则和后门准则来重新判断和分析。当原始系统中至少有一个系统中属性间的图形结构发生改变时, 新系统中属性间的因果关系需要结合 do -演算规则、前门准则和后门准则来重新判断和分析。若原始系统由实验数据构成, 那么可直接依据定理 1 中的步骤分析加入新属性后属性间的因果关系及其迁移问题。

4 示例分析

选取脊椎动物信息系统^[22] (见表 1) 作为实例来验证信息系统中因果关系的迁移问题。鉴于合并的情形可转化为添加新属性, 人类推理具有非单调性, 鸟类识别又是非单调推理的经典问题, 这里仅给出新属性对于因果关系的迁移性不成立的例证, 迁移性的分析结论适用于同一对象域上的属性-属性值系统。该信息系统共有 9 个对象, 每个对象有相应的动物数量支持, 共有 20 个脊椎动物, $bird$ 为决策属性, $\{gregarious, fly, egg, lung\}$ 为条件属性。为表述方便, 用各属性英文名称首字母的小写形式表示属性值, 其值域均为二值 $\{1 = yes, 0 = no\}$ 。

表 1 脊椎动物信息系统

Table 1 Information system of vertebrates

Object	gregarious (G)	fly (F)	egg (E)	lung (L)	bird (B)	Animal name
1	no	yes	yes	yes	yes	Vulture, Pheasant
2	yes	yes	yes	yes	yes	Egret, Latham, Scoter, Shelduck, Sparrow
3	yes	no	yes	yes	yes	Penguin, Ostrich
4	no	no	no	yes	no	Opossum, Mink
5	no	no	yes	yes	no	Toad, Platypus, Viper, Turtle
6	no	no	yes	no	no	Dogfish
7	yes	no	no	yes	no	Reindeer, Seal
8	yes	no	yes	no	no	Hairtail
9	yes	yes	no	yes	no	Fruit bat

首先依据引理 3 来判断系统中属性间的因果关系是否存在,若存在,则给出因果关系的计算公式;然后向表 1 中添加新属性,并分析因果关系在新系统中的变化或迁移。这里忽略支持对象的动物数量。表 1 中,20 个动物被划分为 9 个不同的对象。显然,“对象中包含的动物数量大于 1”表明这些

表 2 添加新属性 {milk, food, warm blood, swim} 后的信息系统

Table 2 Information system by adding new attributes {milk, food, warm blood, swim}

Object	gregarious (G)	fly (F)	egg (E)	milk (M)	swim (S)	lung (L)	warm blood (W)	food (Fd)	bird (B)	Animal name
1	no	yes	yes	no	no	yes	yes	1	yes	Vulture
2	no	yes	yes	no	no	yes	yes	2	yes	Pheasant
3	yes	yes	yes	no	no	yes	yes	1	yes	Egret
4	yes	yes	yes	no	yes	yes	yes	0	yes	Latham
5	yes	yes	yes	no	yes	yes	yes	1	yes	Scoter
6	yes	no	yes	no	yes	yes	yes	1	yes	Penguin
7	yes	no	yes	no	no	yes	yes	2	yes	Ostrich
8	yes	yes	yes	no	yes	yes	yes	2	yes	Shelduck
9	yes	yes	yes	no	no	yes	yes	2	yes	Sparrow
10	no	no	no	yes	no	yes	yes	1	no	Opossum
11	no	no	no	yes	yes	yes	yes	1	no	Mink
12	no	no	yes	no	yes	yes	no	1	no	Toad
13	no	no	yes	yes	yes	yes	yes	1	no	Platypus
14	no	no	yes	no	no	yes	no	1	no	Viper
15	no	no	yes	no	yes	no	no	1	no	Dogfish
16	no	no	yes	no	yes	yes	no	2	no	Turtle
17	yes	no	no	yes	no	yes	yes	0	no	Reindeer
18	yes	no	no	yes	yes	yes	yes	1	no	Seal
19	yes	no	yes	no	yes	no	no	1	no	Hairtail
20	yes	yes	no	yes	no	yes	yes	0	no	Fruit bat

显然,新属性与属性 fly, bird, egg 均有关系,依据定理 1 中 3) 和 5) 的分析可得,表 1 中的因果关系 $P(b_1 | do(f_1))$ 不可迁移至新系统,具体原因如下。

首先,表 2 中的属性可精确地区分 20 个动物,说明被观测的属性越多,对全域 U 的划分变得越细和精确,信息的粒度变得更小,如表 2 中每个信息粒所包含的元素个数均为 1,而表 1 中信息粒所包含的元素个数最多为 5。新属性对因果变量 fly 和 bird 的依赖程度为: $\underline{milk}(fly) = \emptyset, \underline{milk}(bird) = [u]_{m_1} \subseteq [u]_{b_0}, \underline{swim}(bird) = \emptyset = \underline{swim}(fly), \underline{food}(bird) = \emptyset = \underline{food}(fly), \underline{warmblood}(bird) = [u]_{w_0} \subseteq [u]_{b_0}, \underline{warmblood}(fly) = [u]_{w_0} \subseteq [u]_{f_0}$ 。依据定义 5 可知, $P^*(f) \neq P^*(f|e), P^*(b|f, e) \neq P^*(b|f) \neq P^*(b|e)$ 。

动物不可由表 1 中的属性进行分辨,“对象中的动物数量等于 1”说明该动物可由表 1 中的属性明确表示。依据定义 5, $\forall u \in U$, 由 bird 诱导的 20 个脊椎动物组成的全域 U 的等价类为: $[u]_{b_0} = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}, [u]_{b_1} = \{1, 2, 3\}$, 由 fly 诱导的全域 U 的等价类为: $[u]_{f_0} = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}, [u]_{f_1} = \{1, 2, 9\}$ 。由 egg 诱导的全域 U 的等价类为: $[u]_{e_0} = \{4, 7, 9\}, [u]_{e_1} = \{1, 2, 3, 5, 6, 8\}, P(f) = P(f|e), P(b|f, e) \neq P(b|f) \neq P(b|e)$, 转化为图形表示: $fly \rightarrow bird \leftarrow egg$ 。

依据后门准则可得 $P(b_1 | f_1) = \frac{2}{3}, P(b_1 | do(f_1)) = \sum_e P(b_1 | f_1, e)P(e) = P(b_1 | f_1, e_1)P(e_1) + P(b_1 | f_1, e_0)P(e_0) = 1 \times \frac{2}{3} + 0 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ 。

若有关于鸟的新属性被继续观测到,比如 {milk, food, warm blood, swim}, 添加新属性后所形成的新信息系统如表 2 所列,其中属性 food (缩写为 Fd) 的属性值为 fd, 其值域为三值: {fd₀ = 0 (食草), fd₁ = 1 (食肉), fd₂ = 2 (杂食)}。

将后门准则或者前门准则应用于属性 egg 计算属性 bird 和 fly 之间的因果关系 $P^*(b_1 | do(f_1))$ 均不成立,这意味着粒度的变化对属性间的因果关系有一定影响。具体地,由于表 2 中属性间不存在引理 3 中的图形结构,因此无法从表 2 的观测数据推导出任意属性间的因果关系,甚至表 1 中所存在的属性间的因果关系在表 2 中也失去了有效性,其症结在于表 2 的新属性作用于决策属性或者结果变量,对此可通过执行相应的实验以从实验数据中获取。

结束语 本文将信息系统作为研究对象,将粗糙集理论和因果性研究中的现有成果作为理论基础,探析了数据以属性-属性值形式储存的信息系统中因果信息的识别及其迁移问题。不同于因果性研究中从已知的图形中找出满足因果关

系的变量组合,借用粗糙集术语可直接从数据中找出隐含因果关系的基本图形结构及其最简单的变量组合。所找到的因果信息如果适用于其他新环境或新信息系统,则意味着可迁移性成立。新环境或新信息系统的构成方式主要有添加新属性和合并信息系统,其他类型的新系统可看作这两种方式的逆向使用或综合使用。旧系统中因果关系的可迁移性依赖于新属性对结果变量的影响。多个信息系统合并后的新系统中因果变量涉及新变量组合和各旧系统中的因果变量,新变量组合的识别需要重新查找因果关系的基本图形结构;若旧系统中变量间的图形结构合并后保持不变,则旧系统中的因果关系在新系统中的可移植性可以转化为在旧系统中添加新属性来判断。不同信息系统描述不同的概念,不同概念间有共享属性,则这些概念的合并将形成新的概念,也蕴含了新因果关系的存在。此外,新系统也隐藏着信息粒度的变化,属性越多,由属性构成的信息粒度将变得更小。由于因果性刻画的是变量间的本质关系,不会因为人为或外界的干预而发生变化,因此因果性及其迁移问题对于寻找合适的粒度有着指导作用。考虑到观测数据中因果关系的识别涉及变量间的图形结构,然而信息系统中有可能找不到文中给出的基本图形结构,此时需要融合粗糙集术语和因果概念中的“干预”,在粗糙集理论中如何解释和处理干预,将是今后需要努力解决的问题。

参 考 文 献

- [1] LAKE B M, ULLMAN T D, TENENBAUM J B, et al. Building machines that learn and think like people [J]. *Behavioral and Brain Sciences*, 2017, 40: 1-58.
- [2] POGGIO T, SMALE S. The mathematics of learning: dealing with data [J]. *Notices of the American Mathematical Society*, 2003, 50(5): 537-544.
- [3] HOBBS J R. Granularity [C] // *Proceedings of the 9th International Joint Conference on Artificial Intelligence*. San Francisco: Morgan Kaufmann, 1985: 432-435.
- [4] 苗夺谦, 李德毅, 姚一豫, 等. 不确定性与粒计算 [M]. 北京: 科学出版社, 2011.
- [5] ZHANG X Y, MIAO D Q. Quantitative/qualitative region-change uncertainty/certainty in attribute reduction: comparative region-change analysis based on granular computing [J]. *Information Sciences*, 2016, 334-335: 174-204.
- [6] PAWLAK Z. *Rough Sets: Theoretical Aspects of Reasoning about Data* [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [7] ZADEH L A. Toward a theory of fuzzy information granulation and its centrality in human reasoning and fuzzy logic [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1997, 90(90): 111-127.
- [8] 张铃, 张钊. 问题求解理论及应用——商空间粒度计算理论及应用(第2版) [M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.
- [9] PEDRYCZ W. *Granular Computing: Analysis and Design of Intelligent Systems* [M]. Florida: CRC Press, 2013.
- [10] PAWLAK Z. Granularity of knowledge, indiscernibility and rough sets [C] // *Proceedings of IEEE International Conference on Fuzzy Systems*. IEEE, 1998: 106-110.
- [11] YAO N, MIAO D Q, ZHANG Z F, et al. Probabilistic estimation for generalized rough modus ponens and rough modus tollens [C] // *Proceedings of International Joint Conference on Rough Sets*. Springer International Publishing, 2016: 166-176.
- [12] PEARL J. *Causality: Models, Reasoning, and Inference* (2nd ed) [M]. New York: Cambridge University Press, 2009.
- [13] BENFERHAT S, SMAOUI S. Possibilistic causal networks for handling interventions: a new propagation algorithm [C] // *Proceedings of the 22nd AAAI Conference on Artificial Intelligence*. AAAI Press, 2007: 373-378.
- [14] BENFERHAT S. Interventions and belief change in possibilistic graphical models [J]. *Artificial Intelligence*, 2010, 174(2): 177-189.
- [15] PAN S J, YANG Q. A survey on transfer learning [J]. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 2010, 22(10): 1345-1359.
- [16] ZUO H, ZHANG G, PEDRYCZ W, et al. Fuzzy regression transfer learning in Takagi-Sugeno fuzzy models [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2017, 25(6): 1795-1807.
- [17] PEARL J. What is gained from past learning [J]. *Journal of Causal Inference*, 2018, 6(1): 1-11.
- [18] PEARL J, BAREINBOIM E. External validity: from do-calculus to transportability across populations [J]. *Statistical Science*, 2014, 29(4): 579-595.
- [19] BAREINBOIM E, PEARL J. Transportability from multiple environments with limited experiments: completeness results [C] // *Advances in Neural Information Processing Systems 27*. Curran Associates, 2014: 280-288.
- [20] NGUYEN S H, BAZAN J, SKOWRON A, et al. Layered learning for concept synthesis [M] // *Transactions on Rough Sets I*. Berlin: Springer, 2004: 187-208.
- [21] BOUCHON-MEUNIER B, FOULLOY L, YAGER R R. *Intelligent Systems for Information Processing—From Representation to Applications* [M]. Amsterdam: Elsevier Science B. V., 2003: 243-252.
- [22] WANG J, YAO Y Y, WANG F Y. “Rule+ Exception” learning based on reduct [J]. *Chinese Journal of Computers*, 2005, 28(11): 1778-1789. (in Chinese)
- 王珏, 姚一豫, 王飞跃. 基于 Reduct 的“规则+例外”学习 [J]. *计算机学报*, 2005, 28(11): 1778-1789.