

# 从属度树算法检测复杂网络重叠社团

付立东<sup>1,2</sup> 李丹<sup>1</sup> 李占利<sup>1</sup>

(西安科技大学计算机科学与技术学院 西安 710054)<sup>1</sup>

(西安电子科技大学计算机科学与技术学院 西安 710071)<sup>2</sup>

**摘要** 重叠社团检测一直是复杂网络研究领域的重点和难点。由于真实网络普遍存在层次结构,结合层次性的重叠社团检测方法将更适用于现实世界复杂网络的研究分析,但目前这类方法的研究还比较少。因此,在定义复杂网络节点领导度、从属度概念的基础上,结合网络层次性建立数学模型,提出了新颖的从属度树检测重叠社团算法。该算法根据从属度值建立从属度树,通过划树发现重叠节点和重叠社团。在人工网络实验中证明了从属度树算法可以结合层次性发现重叠节点,在 Dolphin 网络和 Karate 网络上的实验验证了其检测重叠社团结果的可靠性。与已有一些算法比较的结果表明,从属度树算法能找到其他算法不能找到的重叠节点,以扩展模块度和实际社团结构作为从属度树算法划分重叠社团结果的评价指标。新算法的扩展模块度值大于对比算法,社团划分结果更接近实际社团结构。

**关键词** 复杂网络,重叠社团,从属度树,分层网络

**中图分类号** TP399 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/jsjx.190200293

## Following-degree Tree Algorithm to Detect Overlapping Communities in Complex Networks

FU Li-dong<sup>1,2</sup> LI Dan<sup>1</sup> LI Zhan-li<sup>1</sup>

(School of Computer Science & Technology, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China)<sup>1</sup>

(School of Computer Science & Technology, Xidian University, Xi'an 710071, China)<sup>2</sup>

**Abstract** Overlapping community detection is a key and difficult issue in complex network research field. Due to the widespread hierarchical structures in real networks, the hierarchical overlapping community detection methods are more suitable for studying and analyzing complex networks in the real world. However, these researches of this kind of method are not many now. This paper proposed a new overlapping community detection algorithm named following-degree tree based on the definition of complex network node leadership and subordination concept. Combined with the hierarchical characteristic, this algorithm constructs the following-degree tree by calculating the following degree of every nodes and finally finds the overlapping nodes and overlapping communities by dividing the tree. The feasibility of the algorithm was proved by an artificial network experiment, and its effectiveness was verified by the experiments on Dolphin network and Karate network. The proposed algorithm has high extended modularity and more reasonable division, which can find overlapping nodes that other algorithms cannot find.

**Keywords** Complex networks, Overlapping community, Following-degree tree, Hierarchical networks

## 1 引言

复杂网络普遍存在于现实世界。一般情况下,拥有多个个体,个体之间彼此存在复杂关系的集合都可以抽象为一个复杂网络。其中,个体抽象为节点,个体之间的关系抽象为边。复杂网络在多个领域有着广阔的应用前景,比如计算机网络、生物网络、社会关系网络、通信网络<sup>[1]</sup>等。复杂网络的层次性和社团结构是近年来研究者们关注的重点,由于分层研究网络更高效、更灵活,分析社团结构更易于抓住网络的主要特征,因此层次性结合社团结构将是研究复杂网络的有效手段之一。

复杂网络的社团结构目前还未有明确的定义。一般认为,整个网络由若干社团构成,这些社团内部和节点之间的联系相对紧密,而社团之间的联系相对稀疏。但是,在现实复杂网络中,一个节点可能属于多个社团,这些节点构成复杂网络中的重叠社团结构。目前,重叠社团研究方法主要有:基于派系过滤的算法<sup>[2-3]</sup>,基于局部扩展的算法<sup>[4-5]</sup>,基于边划分的算法<sup>[6]</sup>,基于模糊检测的算法<sup>[7]</sup>,基于标签传播的算法<sup>[8-9]</sup>,基于非负矩阵分解的算法<sup>[10]</sup>,基于局部随机游走的算法<sup>[11]</sup>,基于信息论的方法<sup>[12]</sup>。WU 等人利用重叠节点条件改进了层次性贪心算法和信息论随机游走算法,提出了基于重叠节点条件的 BGLL 算法<sup>[13]</sup>(BGLL-Condition for Overlapping Nodes

收稿日期:2019-02-15 返修日期:2019-04-21 本文受国家自然科学基金(61432010,61502363),西安科技大学博士后科研启动项目(2018QDJ049)资助。

付立东(1973—),男,博士,副教授,硕士生导师,主要研究方向为复杂网络、网络安全,E-mail:fulidong2005@163.com(通信作者);李丹(1994—),女,硕士,主要研究方向为复杂网络;李占利(1964—),男,博士,教授,博士生导师,主要研究方向为大数据分析。

Algorithm, BGLL-CONA)<sup>[14]</sup> 和基于重叠节点条件的 Info-Map 算法 (Infomap-Condition for Overlapping Nodes Algorithm, Infomap-CONA)<sup>[15]</sup>。CONA 不仅能够发现重叠节点,而且能够对非重叠社团发现中一些错误进行修正,给出更优的社团发现结果。Huang 等人提出了基于边划分的扩展边聚类 (Extended Link Clustering, ELC) 算法来检测重叠社团,获得了更合理的社区划分<sup>[16]</sup>。然而,结合重叠性与层次性的重叠社团检测算法仍相对较少。

2010 年, Ahn 等在 *Nature* 上发表的文章证明了层次性和重叠性是网络相同现象的两个方面<sup>[17]</sup>。他们发现许多真实网络同时具有分层组织结构和重叠社团结构,通过定义链接社团 (Link Communities) 将社团组织为层次结构,并说明了链接社团是网络中重叠和层级组织的基本构成单元,链接社团在揭示网络层次结构的同时自然地发现重叠社团结构。随后,社团重叠性和层次性的结合逐渐成为复杂网络社团研究的重点之一<sup>[18-19]</sup>。Bai 等人结合层次性提出了基于网络重构的非重叠社团检测算法,该算法重构并简化了网络,简化后的网络具有层次结构和良好的可视化效果<sup>[20]</sup>。本文利用领导度和从属度的概念,建立从属度树,通过划分树的方法来检测重叠社团,首先在人工网络上加以说明,然后在真实世界网络中加以验证。通过验证,该方法能够有效分层检测重叠社团,将重叠性与层次性在复杂网络社团检测中紧密结合。与已有的一些检测重叠社团算法相比,从属度树算法能发现已有算法不能发现的重叠节点。

## 2 模型定义

用  $G = \{V, E\}$  表示一个无向图,  $V$  表示  $n$  个节点的集合,  $E$  表示  $m$  条边的集合,  $\mathbf{A} = \{a_{ij} \mid 1 \leq i, j \leq n\}$  表示  $G$  的邻接矩阵。对于  $G$ , 若节点  $v_i$  和节点  $v_j$  之间存在一条边, 则  $a_{ij} = 1$ , 称  $v_i$  是  $v_j$  的邻居节点, 同时  $v_j$  也是  $v_i$  的邻居节点; 否则  $a_{ij} = 0$ 。特别地, 规定  $\{a_{ii} \mid 1 \leq i \leq n\} = 1$ 。  $N_i = \{v_j \mid \langle v_i, v_j \rangle \in E\}$  表示节点  $v_i \in V$  的所有邻居节点的集合。  $d(v_i) = \sum_{v_j \in N_i} a_{ij}$  表示  $v_i$  的度。

### 2.1 共同邻居数量 $\delta(v_i, v_j)$

若节点  $v_z$  既是节点  $v_i$  的邻居节点, 又是节点  $v_j$  的邻居节点, 则称  $v_z$  是  $v_i$  和  $v_j$  的共同邻居节点。节点的共同邻居数量的定义如式(1)所示, 两个节点的共同邻居数量越多, 这两个节点的结构和影响力就越相似, 联系也就越紧密; 两个节点的共同邻居数量越少, 这两个节点之间的联系就越松散。

$$\delta(v_i, v_j) = \sum_{v_z \in N_i \cap N_j} a_{iz} a_{jz} \quad (1)$$

### 2.2 领导度 $L$ 和从属度 $F$

领导度  $L$  用于衡量节点的影响力。定义节点  $v_i$  只能领导其邻居节点中度不大于  $v_i$  的节点。例如, 在第 4 节人工网络实验的人工网络  $G_1$  中,  $v_1$  的邻居节点有  $v_2, v_3, v_4$ , 但由于  $d(v_4) > d(v_1)$ , 因此  $v_1$  只能领导  $v_2$  和  $v_3$ 。领导度越大的节点越可能成为中心节点。领导度  $L$  的定义如式(2)所示:

$$L(v_i) = \sum_{d(v_j) \leq d(v_i), v_j \in N_i} \delta(v_i, v_j) \quad (2)$$

从属度  $F$  用于表示某一节点与网络中其他节点的关系, 体现了该节点与其他节点关系的紧密性。从属度  $F$  值越大,

节点之间的联系越紧密, 它们越可能构成社团结构。定义节点  $v_i$  只能从属于领导度  $L$  不小于它的节点。例如, 在第 4 节人工网络实验的人工网络  $G_1$  中,  $L(v_1) = 8$ , 由于只有  $L(v_2), L(v_3), L(v_4)$  大于等于  $L(v_1)$ , 因此节点  $v_1$  只可能从属于节点  $v_2, v_3, v_4$ 。节点  $v_i$  对节点  $v_j$  的从属度大小取决于它们的共同邻居数量在节点  $v_i$  所有邻居中所占的比例, 具体定义如式(3)所示:

$$F(v_i, v_j) = \begin{cases} \frac{\delta(v_i, v_j)}{d(v_i)}, & L(v_j) \geq L(v_i) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

### 2.3 算法描述

在共同邻居数量  $\delta(v_i, v_j)$ 、领导度  $L$  和从属度  $F$  等概念的基础上, 本节提出从属度树检测重叠社团算法。算法分为 3 大步骤, 如算法 1—算法 3 所示。

#### 算法 1 计算 $L(v_i)$ 和 $F(v_i, v_j)$

输入: 无向网络  $G = \{V, E\}$

输出:  $L(v_i)$  和  $F(v_i, v_j)$

1. foreach ( $v_i \in V$ )
2.     return  $d(v_i)$ ;
3. foreach ( $v_i \in V, v_j \in V$ )
4.     if ( $a_{ij} = 1$ )
5.         List(Node)  $N_i$ . add( $v_j$ );
6. foreach ( $v_i \in V, v_j \in N_i$ )
7.     if ( $d(v_i) \geq d(v_j)$ )
8.          $\delta(v_i, v_j) = \sum_{v_z \in N_i \cap N_j} a_{iz} a_{jz}$ ;
9.     return  $L(v_i) = \sum \delta(v_i, v_j)$ ;
10. foreach ( $v_i \in V, v_j \in V$ )
11.     if ( $L(v_j) \geq L(v_i)$ )
12.         return  $F(v_i, v_j)$ ;
13.     else
14.         return 0.

#### 算法 2 建立从属度树 $T$

输入: 算法 1 得到的无向网络  $G$  的  $L(v_i)$  和  $F(v_i, v_j)$

输出: 从属度树  $T$

1. foreach ( $v_i \in V, v_j \in V$ )
2.      $F_{\max}(v_i) = \max(F(v_i, v_j))$ ;
3. foreach ( $F_{\max}(v_i)$ )
4.      $T$ . root = min( $F_{\max}(v_i)$ );
5.     List(T. node)  $TN$ . add( $T$ . root);
6. while( $T$ . node. count <  $n$ )
7.     foreach( $v_i \in V, v_j \in TN$ )
8.         if ( $\max(F(v_i, v_j))$ )
9.              $T$ . root =  $v_j$ ;
10.              $T$ . root. child. add( $v_i$ );
11.              $TN$ . add( $v_i$ );
12. return  $T$ .

#### 算法 3 划分社团

输入: 算法 2 得到的从属度树  $T$

输出: 社团集合  $C$  和重叠节点集合  $ON$

1. while(每棵树根节点的  $F$  值  $\geq k$  & & 每个社团的节点数量  $> 1$ )
2.      $C$ . add( $T$ );

3. delete(min(F(v<sub>i</sub>, T.root).edge);
4. delete(min(F(v<sub>i</sub>, T.root)));
5. T is divided to T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub>;
6. C.delete(T);
7. C.add(T<sub>1</sub>);
8. C.add(T<sub>2</sub>);
9. if(min(F(v<sub>1</sub>, T.root)) = F(v<sub>1</sub>, T.root) = F(v<sub>2</sub>, T.root))
10. ON.add(T.root);
11. T.root = T<sub>1</sub>.root; (重复算法 3)
12. T.root = T<sub>2</sub>.root; (重复算法 3)
13. return C, ON.

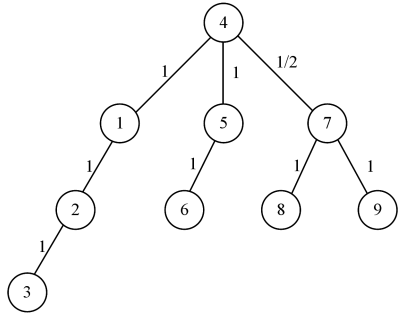


图 2 G<sub>1</sub> 的从属度树

Fig. 2 Following-degree tree of G<sub>1</sub>

算法 3 中,  $k$  为划分阈值,  $0 \leq k \leq 1$ 。在真实网络实验中, 一般将  $k$  值设为  $1/2$ , 因为本文算法的划分依据是节点之间的从属关系, 当复杂网络的社团结构未知时, 若一个节点对另一个节点的从属度大于或等于  $1/2$ , 认为这两个节点属于同一个社团; 若一个节点对另一个节点的从属度小于  $1/2$ , 认为这两个节点不属于同一个社团。  $k$  值不同, 划分网络的层次不同, 得到的重叠节点和重叠社团的结构也不同。

### 3 时间复杂度

假设网络中有  $n$  个节点和  $m$  条边, 则计算的时间复杂度为  $O(n)$ , 计算共同邻居节点数量的时间复杂度为  $O(n^2/2)$ , 计算领导度和从属度的时间复杂度均为  $O(n)$ , 建立从属度树的时间复杂度为  $O(n) + O(m)$ 。 综上, 从属度树算法的时间复杂度为  $O(n^2)$ 。

### 4 人工网络实验

本节以人工网络  $G_1$  为例 (如图 1 所示) 来说明怎样建立从属度树并分层检测重叠社团。

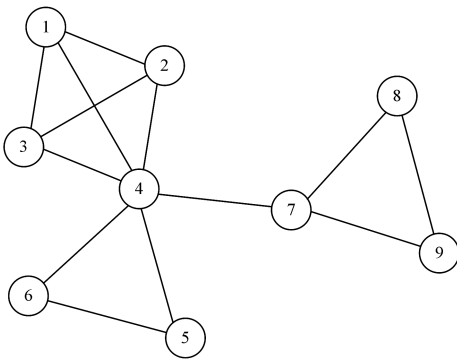


图 1 人工网络  $G_1$

Fig. 1 Artificial network  $G_1$

图 1 是一个包含 9 个节点的人工网络  $G_1$ 。  $\min(F_{\max}) = 0$  对应节点 4, 因此选择 4 作为根节点来建立从属度树。 图 2 是  $G_1$  的从属度树。 图 3 根据从属度树算法进行社团划分,  $k$  值设为 1。 首先, 断开最小  $F$  值对应的边, 即  $1/2$  对应的边,  $G_1$  被划分为两个社团, 分别包含节点 1, 2, 3, 4, 5, 6 和节点 7, 8, 9。 在此基础上, 将  $G_1$  划分为 3 个社团, 此时一棵树不能继续划分, 另一棵树可以继续划分, 其根节点 4 的最小  $F$  值对应的边有两条, 根据算法, 节点 4 为重叠节点。

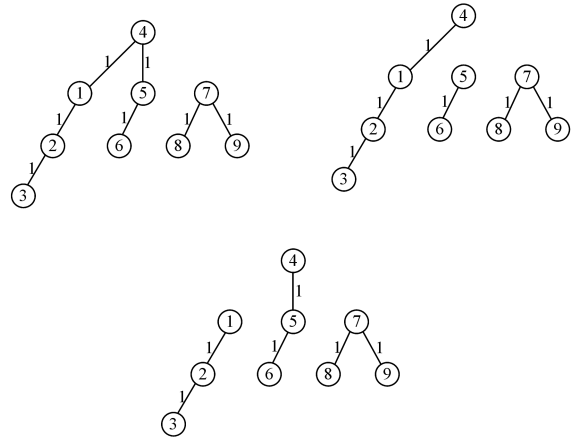


图 3  $G_1$  划分为 3 个社团

Fig. 3  $G_1$  is divided into 3 communities

### 5 对应真实世界网络实验

Dolphin Social Network 和 Karate Club Network 是复杂网络社团检测中的经典实验数据集, 在人工网络上验证了算法的可行性后, 选用这两个真实世界的复杂网络数据集来验证从属度算法检测重叠社团的有效性。 Dolphin Social Network 是 Lusseau 等人经过 7 年的时间观察新西兰海峡 62 只海豚群体的交流情况而得到的海豚社会关系网络, 该网络具有 62 个节点和 159 条边, 其中节点表示海豚个体, 边表示海豚间的频繁接触。 Karate Club Network 是社会学家 Zachary 用两年时间观察美国一所大学空手道俱乐部的 34 名成员间的社会关系得到的社会关系网络, 该网络有 34 个节点和 78 条边, 其中节点表示俱乐部中的成员, 边表示成员之间存在的友谊关系。

#### 5.1 Dolphin 网络实验

用每个社团的根节点名称来表示该社团。 Dolphin Social Network 社团分层划分检测到的重叠节点如表 1 所列。

表 1 Dolphin 网络社团的划分结果

Table 1 Division results of Dolphin social network communities

社团数量	$k$	EQ 值	社团名称	重叠节点
2	0.5	0.3577	Grin, Web	7, 19, 39
3	0.4	0.4469	Grin, Web, Topless	7, 19, 39, 0, 8, 20, 36, 44, 61
4	0.3	0.5010	Grin, Web, Topless, Kringel	7, 19, 39, 0, 8, 20, 36, 44, 61

扩展模块度值  $EQ$  (an extended measure of quality of modularity) 是重叠社团划分结果的评价指标,其取值范围为  $0 \sim 1$ , 值越大说明重叠结构越好。 $EQ$  的定义如式(4)所示:

$$EQ = \frac{1}{2m} \sum_{ij} \frac{1}{O_i O_j} (A_{ij} - \frac{d_i d_j}{2m}) \delta(C_i, C_j) \quad (4)$$

其中,  $m$  表示网络中边的条数,  $O_i$  表示节点  $i$  属于社团的数量,  $A_{ij}$  为邻接矩阵,  $d_i$  为节点  $i$  的度。如果节点  $i$  和节点  $j$  在同一个社团, 则  $\delta(C_i, C_j)$  值为 1, 否则为 0。

使用  $EQ$  评价 Dolphin 网络社团划分的结果如表 1 所列。从中可以看出, 从属度树算法将 Dolphin 网络分别划分为 2 个社团、3 个社团、4 个社团时的  $EQ$  值均符合社团存在的特点, 即取值在 0.3 到 0.7 之间。在划分为 3 个社团和 4 个社团时, 从属度树算法得到的  $EQ$  值 0.4469 和 0.5010 大于 Xie 等人提出的拓展标签传播算法 (Speaker-listener Label Propagation Algorithm, SLPA)<sup>[21]</sup> 得到的  $EQ$  值 0.4358, 说明从属度树算法划分重叠社团的效果较好。通过比较 Dolphin 网络分别划分为 2 个社团、3 个社团、4 个社团时的  $EQ$  值, 发现 Dolphin 网络在划分为 4 个社团时的  $EQ$  值最大, 说明采用从属度树分层检测重叠社团的算法可以找到最优的社团划分情况。

下文通过与其他算法的比较来验证文中所提算法的有效性和准确性。不同算法划分 Dolphin 网络得到的重叠节点如表 2 所列。从属度树算法找到的重叠节点中, 除了节点 20 (Kringel), 其余节点均是已有算法中发现的重叠节点。而节点 20 在从属度树算法划分为 3 个社团时同时属于社团 Grin 和 Topless, 这说明了从属度树算法能够找到其他算法不能发现的重叠节点, 图 4 为节点 20 及其邻居节点。在从属度树算法中, 节点 20 对社团 Grin 和社团 Topless 的从属度值均为  $3/10$ 。节点 20 的邻居节点中 16, 38 和 50 属于社团 Grin; 18, 28 和 47 属于社团 Topless; 8, 36 和 44 为 Grin 和 Topless 的重叠节点。

表 2 不同算法划分 Dolphin 网络得到的重叠节点  
Table 2 Overlapping nodes of different algorithms by dividing Dolphin social network

从属度树	BGLL-CONA	ELC
7,19,39,0,	7,19,39,0,8,	7,39,36,44,
8,36,20,44,61	36,3,59,2,28	61,28,30,50,47

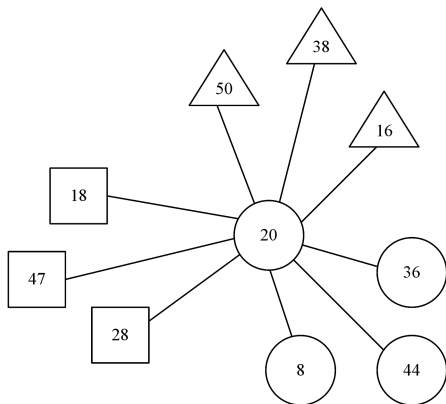


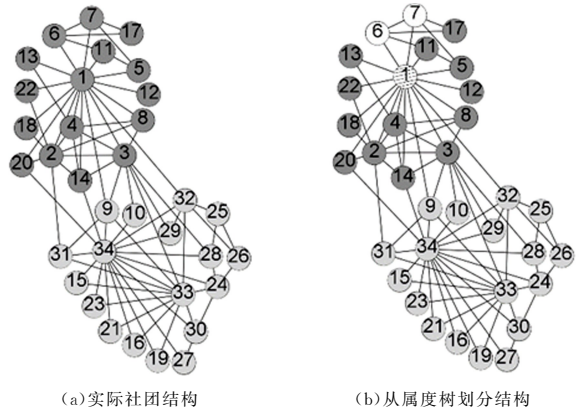
图 4 节点 20 及其邻居节点

Fig. 4 Node 20 and its neighbor nodes

从属度树算法和 BGLL-CONA 均能发现重叠节点 7, 19, 39, 0, 8, 36, 而其中的 0, 8, 19 这 3 个节点没有被 ELC 算法发现。另外, 从属度树算法和 ELC 算法均能发现重叠节点 44, 61, 而 BGLL-CONA 不能发现这两个节点。

### 5.2 Karate 网络实验

从属度树算法划分 Karate 网络社团的结果如图 5 所示。从属度树算法将 Karate 网络划分为 3 个社团, 找到重叠节点 1, 如果将较小的两个社团看成一个大社团, 则两个大社团的节点构成与 Karate 网络的实际社团结构完全一致, 这再次说明了从属度树算法划分社团的合理性。



(a) 实际社团结构 (b) 从属度树划分结构

图 5 Karate 网络社团划分

Fig. 5 Karate network community division

从属度树算法和参数  $k$  取值为 3 时派系过滤算法 (Cluster Percolation Method, CPM)<sup>[22]</sup> 对 Karate 网络的划分结果如表 3 所列。CPM 找到了重叠节点 1 和 32, 但是丢失了节点 10 和 12, 与实际社团结构相比, 其划分的社团结构不是非常合理。从属度树算法没有丢失节点, 找到了重叠节点 1, 将实际社团结构作为基准, 划分结果要优于 CPM 的划分结果。从属度树算法与 CPM 都将 Karate 网络划分为 3 个社团, 都找到了重叠节点 1, 但以 Karate 网络的实际社团结构为基准, 从属度树算法的社团划分结果更好。

表 3 Karate 网络社团的划分结果

Table 3 Division results of Karate network communities

社团	从属度树	CPM
1	1,6,7	1,5,6,7,11,17
2	1,2,3,4,5,8,11,12,13,14 17,18,20,22	1,2,3,4,8,9,13,14,15,16 18,19,20,21,22,23,24,27 28,29,30,31,32,33,34
3	9,10,15,16,19,21,23,24 25,26,27,28,29,30,31,32 33,34	25,26,32

表 4 列举了从属度树算法、CPM 和 Infomap-CONA 在 Karate 网络和 Dolphin 网络上的实验对比, 其中  $CN$  表示社团划分个数,  $CR$  表示节点覆盖率,  $UN$  表示未覆盖节点数。可以看出, 在划分社团数相同的情况下, 从属度树算法的  $CR$  和  $UN$  指标都优于 CPM。Infomap-CONA 在 Dolphin 网络上发现了 6 个社团, 其中包含一些很小的社团, 如存在于两个真实社团之间的小社团, 其包含节点 7, 19, 28, 30。对于复杂网络结构来说, 我们希望检测有意义的社团结构, 这种较小的社团结构的实际意义不大。

表4 3种算法的对比

Table 4 Comparison of three algorithms

网 络	从属度树			CPM			Infomap-CONA		
	CN	CR/%	UN	CN	CR/%	UN	CN	CR/%	UN
Karate	3	100	0	3	94	2	3	100	0
Dolphin	4	100	0	4	74	16	6	100	0

**结束语** 本文基于从属度概念,提出从属度树检测重叠社团算法,紧密结合重叠性和层次性,分层检测重叠社团。首先在人工网络上验证了其可行性,随后在真实网络上证明了从属度树算法分层检测重叠社团的有效性。在与已有算法的比较中,从属度树算法表现出了较好的社团划分能力和重叠节点检测能力,并能发现一些已有算法不能发现的重叠节点。在接下来的研究中,由于有向网络的入度能反映节点的领导度,出度能反映节点的从属度,我们考虑将从属度树算法扩展应用于有向网络。

### 参 考 文 献

- [1] FU L D, NIE J J. Dynamic Community Detection Based on Evolutionary Spectral Method [J]. *Computer Science*, 2018, 45(2): 171-174. (in Chinese)  
付立东, 聂靖靖. 基于进化谱方法的动态社团检测[J]. *计算机科学*, 2018, 45(2): 171-174.
- [2] PALLA G, DERÉNYI I, FARKAS I, et al. Uncovering the overlapping community structure of complex networks in nature and society [J]. *Nature*, 2005, 435(7043): 814-818.
- [3] FARKAS I, ÁBEL D, PALLA G, et al. Weighted network modules [J]. *New Journal of Physics*, 2007, 9(6): 180.
- [4] LANCICHINETTI A, FORTUNATO S, KERTÉSZ J. Detecting the overlapping and hierarchical community structure of complex networks [J]. *New Journal of Physics*, 2009, 11(3): 19-44.
- [5] ZHANG J P, DING X Y, YANG J. Revealing the role of node similarity and community merging in community detection [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2019, 165: 407-419.
- [6] LANCICHINETTI A, FORTUNATO S. Benchmarks for testing community detection algorithms on directed and weighted graphs with overlapping communities [J]. *Physical Review E*, 2009, 80(1): 016118.
- [7] ELYASI M, MEYBODI M, REZVANIAN A, et al. A fast algorithm for overlapping community detection [C] // Eighth International Conference on Information and Knowledge Technology. Hamedan, Iran: IEEE, 2016.
- [8] DENG K, LI W P, YU F H, et al. Overlapping community detection in complex networks based on multi kernel label propagation [J]. *Journal on Communications*, 2017, 38(2): 53-66. (in Chinese)  
邓琨, 李文平, 余法红, 等. 基于多核心标签传播的复杂网络重

- 叠社区识别方法[J]. *通信学报*, 2017, 38(2): 53-66.
- [9] WANG Y, YANG Y, ZHENG Z, et al. An overlapping community detection algorithm based on hierarchical label of semantic [C] // International Conference on Future Information Engineering. Beijing, China: IERI Procedia, 2014.
- [10] JIN H, YU W, LI S J. Graph regularized nonnegative matrix tri-factorization for overlapping community detection [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2019, 515(C): 376-387.
- [11] LI X M, XU G Q, TANG M H. Community detection for multi-layer social network based on local random walk [J]. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2018, 57: 91-98.
- [12] ZHOU H F, ZHANG Y, LI J. An overlapping community detection algorithm in complex networks based on information theory [J]. *Data & Knowledge Engineering*, 2018, 117: 183-194.
- [13] BLONDEL V D, GUILLAUME J L, LAMBIOTTE R, et al. Fast unfolding of communities in large networks [J]. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2008, 2008(10): P10008.
- [14] WU Z, LIN Y, WAN H, et al. Efficient overlapping community detection in huge real-world networks [J]. *Physica A Statistical Mechanics & Its Applications*, 2012, 391(7): 2475-2490.
- [15] WU Z H, LIN Y F, WAN H Y, et al. An efficient method to find overlapping communities in networks [J]. *Journal of Computational Information Systems*, 2011, 7(16): 5650-5659.
- [16] HUANG L, WANG G, WANG Y, et al. Link Clustering with Extended Link Similarity and EQ Evaluation Division [J]. *Plos One*, 2013, 8(6): e66005.
- [17] AHN Y Y, BAGROW J P, LEHMANN S. Link communities reveal multiscale complexity in networks [J]. *Nature*, 2010, 466(7307): 761.
- [18] MA X, SUN P G, ZHANG Z Y. An integrative framework for protein interaction network and methylation data to discover epigenetic modules [J]. *IEEE/ACM Transactions on Computational Biology & Bioinformatics (Early Access)*, 2018, PP(99): 1-1.
- [19] MA X, SUN P, QIN G. Identifying condition-specific modules by clustering multiple networks [J]. *IEEE/ACM Transactions on Computational Biology & Bioinformatics*, 2018, 15(5): 1636-1648.
- [20] BAI L, LIANG J, DU H, et al. A novel community detection algorithm based on simplification of complex networks [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2018, 143: 58-64.
- [21] XIE J, SZYMANSKI B K, LIU X. SLPA: Uncovering Overlapping Communities in Social Networks via a Speaker-Listener Interaction Dynamic Process [C] // 2011 11th IEEE International Conference on Data Mining Workshops. Vancouver, Canada: IEEE Computer Society, 2011.