

保护区种群迁移动力学优化算法

黄光球 陆秋琴

西安建筑科技大学管理学院 西安 710055



摘要 为了求解一些复杂优化问题的全局最优解,基于保护区种群迁移动力学模型,提出了一种新的群智能优化算法,简称PZPMDO算法。在该算法中,假设有很多生物种群生活在某生态系统中,该生态系统被分成两个区域,即非保护区和保护区,对生活在保护区内的生物种群实施各种保护。在非保护区与保护区之间存在种群迁移通道,若某区域内的某生物种群的密度过高,该生物种群就会自发地迁移到低密度区域,从而导致低密度区域内的生物种群受到迁移过来的生物种群的影响;若某生物种群的占比越大,该生物种群的影响也就越大;若某生物种群越强壮,该生物种群就越会将其优势传播给其他生物种群。不同区域内的各生物种群因生存竞争而相互影响,这种影响会体现在种群部分特征间的相互作用上,且该影响是随时间变化的。文中采用ZGI指数描述一个生物种群的强弱程度,利用保护区种群迁移动力学模型、种群迁移和相互影响关系构造算子。PZPMDO算法拥有8个算子,且演化时每次仅处理总变量数的 $1/1000\sim 1/100$,具有搜索速度快和全局收敛性的特点,适用于求解维数较高的全局优化问题。

关键词: 群智能优化算法;保护区种群迁移动力学;种群动力学优化算法;全局收敛性

中图分类号 TP301.6

Protected Zone-based Population Migration Dynamics Optimization Algorithm

HUANG Guang-qiu and LU Qiu-qin

School of Management, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China

Abstract To solve global optimum solutions of some complex optimization problems, a new swarm intelligence optimization algorithm, called PZPMDO, was proposed. In this algorithm, it is assumed that many biological populations live in an ecosystem, and the ecosystem is divided into two regions: non-protected zone and protected zone. All kinds of protection should be carried out for biological populations in the protected zone. There is a population migration channel between the non-protected zone and the protected zone. If the density of a biological population in a certain region is too high, the population will migrate to the low density region spontaneously, resulting in the influence on biological populations in the low density zone by the migrated biological population. The greater the proportion of a biological population, the greater the influence of the population. The stronger a biological population is, the more the biological population will spread its advantages to other biological populations. There is a mutual influence on the survival and competition of each population in different zones, which is reflected in the interaction among the features of biological populations, and the influence varies with time. The ZGI index is used to describe the strength of a biological population. The protected zone-based population migration dynamic model, population migration and interaction of biological populations are used to construct operators. PZPMDO has 8 operators, and only $1/1000\sim 1/100$ of total variables are dealt with at a time of evolution. The algorithm has the characteristics of fast search speed and global convergence, it is suitable for solving the global optimization problem with higher dimensions.

Keywords Swarm intelligence optimization algorithm, Protected zone-based population migration dynamics, Population dynamic optimization algorithm, Global convergence

到稿日期:2018-12-17 返修日期:2019-05-07 本文已加入开放科学计划(OSID),请扫描上方二维码获取补充信息。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(71874134);陕西省社会科学基金项目(2018S49,2017S035);陕西省自然科学基金基础研究计划重点项目(2019JZ-30);教育部人文社会科学研究规划基金项目(15YJA910002);陕西省教育厅哲学社会科学重点研究计划项目(18JZ036)

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(71874134), Project of Social Science Foundation of Shaanxi Province(2018S49,2017S035), Key Project of Natural Science Basic Research Plan of Shaanxi Province(2019JZ-30), Humanity and Social Science Programming Foundation of Ministry of Education of China(15YJA910002) and Key Research Base Project of Philosophy and Social Sciences of Shaanxi Provincial Department of Education(18JZ036).

通信作者:黄光球(huangnan93@163.com)

1 引言

工程中存在很多具有大量局部最优解的优化问题,求解此类优化问题的全局最优解的较好方法为群智能优化算法^[1]。群智能算法在求解多局部最优解优化问题时,会同时启动很多试探解实施迭代计算,这种“群起而攻之”的方法可求解一些非常困难的多峰优化问题。然而,不存在一种群智能优化算法可求解所有类型的优化问题^[2]。

迄今为止,已提出的群智能优化算法的变量处理策略分为两类:一类是全变量处理策略,即每次迭代将一个试探解的所有变量都进行更新;另一类是部分变量处理策略,即每次迭代只将一个试探解的极少部分变量进行更新。目前大部分群智能优化算法采用全变量处理策略,如 GA^[3], ACA^[4], PSO^[5], AFSA^[6]以及 AIA^[7]等,只有 DE^[8], BBO^[9], ABC^[10], SISA^[11], SIRQVA^[12]以及 AMO^[13]等算法采用的是部分变量处理策略。测试结果表明^[10-13],基于部分变量处理策略的群智能优化算法的性能要明显优于采用全变量处理策略的群智能优化算法,特别是当优化问题的维数很高时。

在群智能优化算法中,每个试探解被比喻成具有生物特征的个体。于是,一些特殊生物活动场景被用来构造群智能优化算法^[11-13]。然而,目前已提出的群智能优化算法源于的场景都很简单,且算法的数学基础较弱,如 GA, ACA, AFSA 和 BBO 等。如果一个生物进化场景能够用数学理论来描述,那么该场景极有利于构造群智能优化算法^[11-13],因为此类群智能优化算法将奠定在很好的数学基础之上,其性能易于被分析。

为此,本文提出了一种新的群智能优化算法,简称为 PZ-PMDO 算法。该算法既基于一种具有特殊性质的生物活动场景,且该场景能被严格的数学模型所描述,又能够确保每次演化计算只涉及极少量生物个体的特征(即优化问题的变量),还能够使得生物个体之间的相互作用具有明确的生物学含义。本文采用的生物活动场景为带保护区的种群迁移系统。该生态系统能很好地被保护区种群迁移动力学数学理论描述。

在带保护区的种群迁移系统中,种群间相互作用的方式很丰富,能够很容易地开发出演化算法,同时又使得算法的性能更佳。PZPMDO 算法具有 8 个演化算子,具有较快的收敛速度,可用于求解一些维数较高的复杂优化问题。

2 PZPMDO 算法的设计原理

设要解决的优化问题为:

$$\begin{cases} \min f(\mathbf{X}) \\ \mathbf{X} \in H \subset R^n \end{cases} \quad (1)$$

其中, R^n 是 n 维欧氏空间; $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 是一个 n 维解向量, x_i 为优化问题的待求变量, $i = 1 \sim N$; $f(\mathbf{X})$ 为目标函数,其数学表达式没有限制条件; H 为搜索空间。

2.1 算法场景的设计

由于现在社会工业化、城市化以及全球化,受温室气体排放、环境污染以及无节制的开发等因素的影响,许多生物的生长状况正在日益恶化,不少生物灭绝,更多的生物处于濒危状

态,若不立即采取有效的措施加以保护,后果将不堪设想。在种种保护措施中,设立生物保护区是被各国广泛采用的方法,并被证明是有效果的。当生物的内禀增长率大于扩散强度时,保护区的设立可以阻止种群灭绝;当条件较恶劣时,保护区即使不能阻止种群的灭绝,也可以减缓其灭绝的速度。

假设在某生态系统 E 中生活着 N 个生物种群,该生态系统分成两个区域,即非保护区 Ω_1 和保护区 Ω_2 ,在 Ω_2 内对种群禁止捕获。此外, Ω_2 内还设有一些保护措施,如在食物缺乏时进行投食;对残、弱、病个体和孤儿幼体进行救助;对流行病进行防治;对污染实施控制等。在 Ω_1 和 Ω_2 之间存在种群迁移通道,当某种群发现在某个区域不能生存时,会自发地迁移到另一个区域。

对种群 P_i 来说,在 Ω_1 中的部分为 $P_i^{\Omega_1}$,在 Ω_2 中的部分为 $P_i^{\Omega_2}$, $i = 1 \sim N$;对于在区域 u 中的种群 P_u^i ,其特征可表示为 $P_u^i = (f_{i,1}^u, f_{i,2}^u, \dots, f_{i,n}^u)$,其中, u 表示区域类型, $u \in \{\Omega_1, \Omega_2\}$, $f_{i,j}^u$ 就是种群 P_u^i 的特征 j , $i = 1 \sim N, j = 1 \sim n$ 。不同区域所有种群的特征总数均为 n 。

下面将上述场景与优化问题式(1)的全局最优解的求解过程联系起来。

在优化问题式(1)的 H 中随机挑选 $2N$ 个试探解,即 $\{\mathbf{X}_1^u, \mathbf{X}_2^u, \dots, \mathbf{X}_N^u\}$, $\mathbf{X}_i^u = \{x_{i,1}^u, x_{i,2}^u, \dots, x_{i,n}^u\}$, $u \in \{\Omega_1, \Omega_2\}$, $i = 1 \sim N$; H 与 E 相对应, E 中 N 个种群在区域 Ω_1 和 Ω_2 中的部分就与优化问题式(1)的 $2N$ 个试探解一一对应,即在区域 u 中的种群 P_u^i 与 \mathbf{X}_i^u 一一对应, $u \in \{\Omega_1, \Omega_2\}$, $i = 1 \sim N$;更进一步,种群 P_u^i 的特征 $f_{i,j}^u$ 与试探解 \mathbf{X}_i^u 的变量 $x_{i,j}^u$ 相对应。

综上,试探解与种群是完全等价的概念,以后不再区分。 E 中的每个种群在活动期,通过竞争,其生长状态不断发生改变,将该变化投射到优化问题式(1)的 H 中,相当于试探解从一个空间位置跳转到另一个位置。

假设种群 P_u^i ($u \in \{\Omega_1, \Omega_2\}$) 的当前状态为 c ,则相当于在 H 中所处的位置为 \mathbf{X}_c 。若种群 P_u^i 通过竞争后,从状态 c 演变到新状态 d ,则相当于在 H 中从位置 \mathbf{X}_c 转移到新位置 \mathbf{X}_d 。按优化问题式(1)计算,对于目标函数 $f(\mathbf{X})$,若 $f(\mathbf{X}_c) > f(\mathbf{X}_d)$,表明新位置 \mathbf{X}_d 比原位置 \mathbf{X}_c 更优,则认为种群 P_u^i 强壮;反之,若 $f(\mathbf{X}_c) \leq f(\mathbf{X}_d)$,表明新位置 \mathbf{X}_d 比原位置 \mathbf{X}_c 更差($f(\mathbf{X}_c) < f(\mathbf{X}_d)$),或没有什么差别($f(\mathbf{X}_c) = f(\mathbf{X}_d)$),则认为种群 P_u^i 虚弱。强壮的种群可以得到更高的生长几率,而虚弱的种群则可能不再生长。

种群 P_u^i 的强弱程度用 ZGI 指数来表示,种群 P_u^i 的 ZGI 指数的计算方法为:

$$ZGI(\mathbf{X}_i^u) = \begin{cases} \frac{1}{1+f(\mathbf{X}_i^u)}, & \text{若 } f(\mathbf{X}_i^u) > 0 \\ 1+|f(\mathbf{X}_i^u)|, & \text{若 } f(\mathbf{X}_i^u) \leq 0 \end{cases}, \quad (2)$$

$u \in \{\Omega_1, \Omega_2\}, i = 1 \sim N$

在 E 中,不同区域内各种群因相互竞争而相互影响,该影响会在种群部分特征间的相互作用上体现出来。该影响会表现在以下 4 个方面。

情况 1 若某区域内某种群的密度过高,则该种群就会自发地迁移到密度较低的区域,从而导致生活在低密度区域内的其他种群受到迁移过来的种群的影响。

情况 2 一个种群的占比越大,该种群在 E 中的影响也就越大,且会将其影响传播给其他种群。

情况 3 一个种群越强壮,越会将拥有的优势传播给其他种群。

情况 4 一个种群不仅强壮,且占比较大时,该种群会将其拥有的强势传播给其他种群。

若一个种群受到其他种群的影响,则该影响会在其特征上体现出来,而且该影响是随时间变化的。

种群间的相互影响影射到优化问题式(1)的搜索空间 H 中,就是一个试探解与其他若干试探解的相互作用。PZPM-DO 算法就是采用上述策略来求解优化问题式(1)的全局最优解。

2.2 保护区种群迁移动力学模型

设带保护区的生态系统中生物种群有 N 个,即 P_1, \dots, P_N ,在时期 t ,种群 P_i 在 Ω_1 和 Ω_2 中的密度分别为 $z_i(t)$ 与 $y_i(t)$, $z_i(t) \geq 0, y_i(t) \geq 0, i=1 \sim N$,则带保护区的种群迁移动力学模型^[14]为:

$$\begin{cases} \frac{dz_i(t)}{dt} = z_i(t)(a_i - b_i z_i(t)) - D_i(z_i(t) - y_i(t)) - E_i z_i(t) \\ \frac{dy_i(t)}{dt} = y_i(t)(a_i - b_i y_i(t)) + D_i(z_i(t) - y_i(t)) \end{cases},$$

$$i=1 \sim N \quad (3)$$

其中, E_i 为不利于种群 P_i 生长的综合因素度量, $E_i > 0$; b_i 为种群 P_i 的环境容纳量, $b_i > 0$; a_i 为种群 P_i 的内禀增长率, $a_i > 0$; D_i 为种群 P_i 在 Ω_1 和 Ω_2 之间的扩散效应系数, $D_i > 0$,扩散效应与 Ω_1 和 Ω_2 之间的生物种群密度差成正比。

时期 t ,种群 P_i^u 在区域 u 中的占比为 $r_i^u(t)$,即:

$$r_i^u(t) = \frac{z_i(t)}{\sum_{s=1}^N z_s(t)}, u \in \{\Omega_1, \Omega_2\}, i=1 \sim N \quad (4)$$

记时期 t 参数 D_i, a_i, b_i, E_i 的取值分别为 D_i', a_i', b_i', E_i' 。为方便快速计算,将式(3)改为如下离散化递推形式:

$$\begin{cases} z_i(t+1) = z_i(t) + z_i(t)(a_i' - b_i' z_i(t)) - D_i'(z_i(t) - y_i(t)) - E_i' z_i(t) \\ y_i(t+1) = y_i(t) + y_i(t)(a_i' - b_i' y_i(t)) + D_i'(z_i(t) - y_i(t)) \end{cases} \quad (5)$$

其中,参数 D_i', a_i', b_i', E_i' 的取值方法^[14]为 $D_i' = Rand(0.1, 0.6), a_i' = Rand(0.2, 0.4), b_i' = Rand(0.5, 0.8), E_i' = Rand(0.1, 0.8)$ 。 $Rand(A, B)$ 为在区间 $[A, B]$ 内产生满足均匀分布的随机数, A 和 B 为常数, $A \leq B$ 。

2.3 特征种群集的生成方法

在时期 t ,当前种群为 $P_i^u, u \in \{\Omega_1, \Omega_2\}$,特征种群集的生成方法如下。

(1)区域内高密度种群集 AS^u 的产生方法。从区域 u 的 N 个种群中随机挑出 L 个种群,形成集合 $AS^u = \{P_{s_1}^u, P_{s_2}^u, \dots, P_{s_L}^u\}$,其中, s_1, \dots, s_L 是这些种群的编号,使得对于任意的 $s \in \{s_1, \dots, s_L\}$,满足 $r_s^u(t) > r_i^u(t)$; L 称为施加影响的种群数。

(2)区域间高密度种群集 BS^v 的产生方法。从区域 v 的 N 个种群中随机挑出 L 个种群,形成集合 $BS^v = \{P_{q_1}^v, P_{q_2}^v, \dots, P_{q_L}^v\}$,其中, q_1, \dots, q_L 是这些种群的编号,使得对于任意的

$q \in \{q_1, \dots, q_L\}$,满足 $r_q^v(t) > r_i^u(t), u, v \in \{\Omega_1, \Omega_2\}, v \neq u$ 。

(3)优势种群集 PM^u 的产生方法。从区域 u 的 N 个种群中随机挑出 L 个种群,其 ZGI 指数比当前种群 P_i^u 高,形成集合 $PM^u = \{X_{g_1}^u(t), X_{g_2}^u(t), \dots, X_{g_L}^u(t)\}$,其中, g_1, \dots, g_L 是这些种群的编号, $u \in \{\Omega_1, \Omega_2\}$ 。

(4)强势种群集 SM 的产生方法。从两个区域中的所有种群中随机挑出 L 个种群,形成强势种群集 $SM = \{X_{h_1}(t), X_{h_2}(t), \dots, X_{h_L}(t)\}$,其中, h_1, \dots, h_L 是这些种群的编号,使得对于任意的 $s \in \{h_1, \dots, h_L\}$,有 $ZGI(X_s(t)) > \max(ZGI(X_{h_1}^{\Omega_1}(t)), ZGI(X_{h_2}^{\Omega_2}(t)))$,且占比 $r_s(t) > \max(r_i^{\Omega_1}(t), r_i^{\Omega_2}(t))$ 。其中, $\max(A, B)$ 表示在 A, B 中取最大者。

2.4 演化算子的设计

(1)迁移算子。该算子是对情况 1 的描述。将 AS^u 中 L 个种群的一个随机选择的特征 $f_{s,j}^u$ 的状态值经处理后传给种群 P_i^u 的对应特征 $f_{i,j}^u(u, v \in \{\Omega_1, \Omega_2\}, v \neq u)$,使种群 P_i^u 的特征受到 AS^u 中高密度种群的影响,即:

$$v_{i,j}^u(t+1) = \begin{cases} \sum_{s \in AS^u} \alpha_s x_{s,j}^u(t), & r_s^u(t) > r_i^u(t) \\ v_{i,j}^u(t), & r_s^u(t) = r_i^u(t) \\ \sum_{s \in CS^u} \alpha_s x_{s,j}^u(t), & r_s^u(t) < r_i^u(t) \end{cases} \quad (6)$$

$$v_{i,j}^v(t+1) = \begin{cases} \sum_{s \in AS^v} \alpha_s x_{s,j}^v(t), & r_s^v(t) > r_i^v(t) \\ v_{i,j}^v(t), & r_s^v(t) = r_i^v(t) \\ \sum_{s \in CS^v} \alpha_s x_{s,j}^v(t), & r_s^v(t) < r_i^v(t) \end{cases} \quad (7)$$

其中, $v_{i,j}^u(t+1)$ 和 $x_{s,j}^u(t)$ 分别为在时期 $t+1$ 和时期 t 在区域 u 中种群 P_i 的特征 j 的状态值; α_s 为迁移系数, $\alpha_s = Rand(0.4, 0.6)$ 。

(2)域内平衡算子。该算子是对区域内情况 2 的描述。将 AS^u 中各种群的一个随机选择的特征 $f_{s,j}^u$ 的状态值经处理后传给种群 P_i^u 的对应特征,使 P_i^u 也受到 AS^u 中高密度种群的影响,即:

$$v_{i,j}^u(t+1) = \begin{cases} \alpha x_{s_1,j}^u(t) + \beta(x_{s_2,j}^u(t) - x_{s_1,j}^u(t)), & |AS^u| \geq 3 \\ \alpha x_{s_1,j}^u(t) + \beta(x_{s_1,j}^u(t) - x_{s_2,j}^u(t)), & |AS^u| = 2 \\ x_{s_1,j}^u(t), & |AS^u| = 1 \\ x_{i,j}^u(t), & |AS^u| = 0 \end{cases},$$

$$u \in \{\Omega_1, \Omega_2\} \quad (8)$$

其中, $\alpha = Rand(0.4, 0.6), \beta = Rand(0.8, 0.9), s_1, s_2, s_3$ 在 AS^u 中随机选择,但要求 $s_1 \neq s_2 \neq s_3$ 。

(3)域间平衡算子。该算子是对区域间情况 2 的描述。将 BS^v 中各种群的一个随机选择的特征 $f_{s,j}^v$ 的状态值经处理后传给种群 P_i^u 的对应特征 $f_{i,j}^u(v \neq u)$,使得该种群受到 BS^v 中高密度种群的影响,即:

$$v_{i,j}^u(t+1) = \begin{cases} \alpha x_{q_1,j}^v(t) + \beta(x_{q_2,j}^v(t) - x_{q_1,j}^v(t)), & |BS^v| \geq 3 \\ \alpha x_{q_1,j}^v(t) + \beta(x_{q_1,j}^v(t) - x_{q_2,j}^v(t)), & |BS^v| = 2 \\ x_{q_1,j}^v(t), & |BS^v| = 1 \\ x_{i,j}^u(t), & |BS^v| = 0 \end{cases},$$

$$u, v \in \{\Omega_1, \Omega_2\}, v \neq u \quad (9)$$

其中, q_1, q_2, q_3 在 BS^v 中随机选择, 但要求 $q_1 \neq q_2 \neq q_3$ 。

(4) 域内优势传播算子。该算子是对区域内情况 3 的描述。将 PM^u 中一些优势种群的随机选择的特征 $f_{g,j}^u$ 的状态值经处理后传给种群 P_i^u 的对应特征 $f_{i,j}^u$, 即:

$$v_{i,j}^u(t+1) = \begin{cases} \alpha x_{g_1,j}^u(t) + \beta(x_{g_2,j}^u(t) - x_{g_3,j}^u(t)), & |PM^u| \geq 3 \\ \alpha x_{i,j}^u(t) + \beta(x_{g_1,j}^u(t) - x_{g_2,j}^u(t)), & |PM^u| = 2 \\ x_{g_1,j}^u(t), & |PM^u| = 1 \\ x_{i,j}^u(t), & |PM^u| = 0 \end{cases}, \quad u \in \{\Omega_1, \Omega_2\} \quad (10)$$

其中, g_1, g_2, g_3 在 PM^u 中随机选择, 但要求 $g_1 \neq g_2 \neq g_3$ 。

(5) 域间优势传播算子。该算子是对区域间情况 3 的描述。将 PM^v 中一些优势种群的随机选择的特征 $f_{r,j}^v$ 的状态值经处理后传给种群 P_i^u 的对应特征 $f_{i,j}^u (v \neq u)$, 即:

$$v_{i,j}^v(t+1) = \begin{cases} \alpha x_{r_1,j}^v(t) + \beta(x_{r_2,j}^v(t) - x_{r_3,j}^v(t)), & |PM^v| \geq 3 \\ \alpha x_{i,j}^v(t) + \beta(x_{r_1,j}^v(t) - x_{r_2,j}^v(t)), & |PM^v| = 2 \\ x_{r_1,j}^v(t), & |PM^v| = 1 \\ x_{i,j}^v(t), & |PM^v| = 0 \end{cases}, \quad u, v \in \{\Omega_1, \Omega_2\}, v \neq u \quad (11)$$

其中, r_1, r_2, r_3 在 PM^v 中随机选择, 但要求 $r_1 \neq r_2 \neq r_3$ 。

(6) 域内强势传播算子。该算子是对区域内情况 4 的描述。将 SM 中一些区域类型为 u 的强势种群的随机选择的特征 $f_{h,j}^u$ 的状态值经处理后传给种群 P_i^u 的对应特征 $f_{i,j}^u$, 即:

$$v_{i,j}^u(t+1) = \begin{cases} \alpha x_{h_1,j}^u(t) + \beta(x_{h_2,j}^u(t) - x_{h_3,j}^u(t)), & \text{SM 中区域类型为 } u \text{ 的种群数} \geq 3 \\ \alpha x_{i,j}^u(t) + \beta(x_{h_1,j}^u(t) - x_{h_2,j}^u(t)), & \text{SM 中区域类型为 } u \text{ 的种群数} = 2 \\ x_{h_1,j}^u(t), & \text{SM 中区域类型为 } u \text{ 的种群数} = 1 \\ x_{i,j}^u(t), & \text{SM 中区域类型为 } u \text{ 的种群数} = 0 \end{cases}, \quad u \in \{\Omega_1, \Omega_2\} \quad (12)$$

其中, h_1, h_2, h_3 在 SM 中随机选择, 但要求 $h_1 \neq h_2 \neq h_3$ 。

(7) 域间强势传播算子。该算子是对区域间情况 4 的描述。将 SM 中一些强势种群的随机选择的特征 $f_{c,j}$ 的状态值经处理后传给种群 P_i^u 的对应特征 $f_{i,j}^u$, 即:

$$v_{i,j}^u(t+1) = \begin{cases} \alpha x_{c_1,j}(t) + \beta(x_{c_2,j}(t) - x_{c_3,j}(t)), & |SM| \geq 3 \\ \alpha x_{i,j}(t) + \beta(x_{c_1,j}(t) - x_{c_2,j}(t)), & |SM| = 2 \\ x_{c_1,j}(t), & |SM| = 1 \\ x_{i,j}^v(t), & |SM| = 0 \end{cases}, \quad u, v \in \{\Omega_1, \Omega_2\}, v \neq u \quad (13)$$

其中, c_1, c_2, c_3 在 SM 中随机选择, 但要求 $c_1 \neq c_2 \neq c_3$ 。

(8) 生长算子。该算子描述的是种群的生长, 即对于

$u \in \{\Omega_1, \Omega_2\}$, 有:

$$\mathbf{X}_i^u(t+1) = \begin{cases} \mathbf{V}_i^u(t+1), & \text{若 } ZGI(\mathbf{V}_i^u(t+1)) > ZGI(\mathbf{X}_i^u(t)) \\ \mathbf{X}_i^u(t), & \text{其他} \end{cases}, \quad i=1 \sim N \quad (14)$$

其中, $\mathbf{X}_i^u(t) = (x_{i,1}^u(t), x_{i,2}^u(t), \dots, x_{i,n}^u(t))$, $\mathbf{V}_i^u(t+1) = (v_{i,1}^u(t+1), v_{i,2}^u(t+1), \dots, v_{i,n}^u(t+1))$ 。

2.5 PZPMDO 方法的构造

步骤 1 初始化。1) 令 $t=0$ 。演化周期数 G 、误差要求 ϵ 、在 Ω_1 和 Ω_2 内的种群数 N 、生物种群受到影响的最大概率 Q_0 、施加影响的种群数 L 等参数的取值请参考第 4 节。2) 在 Ω_1 和 Ω_2 内分别随机选择 N 个种群对应的试探解 $\{\mathbf{X}_1^{\Omega_1}(0), \mathbf{X}_2^{\Omega_1}(0), \dots, \mathbf{X}_N^{\Omega_1}(0)\}, \{\mathbf{X}_1^{\Omega_2}(0), \mathbf{X}_2^{\Omega_2}(0), \dots, \mathbf{X}_N^{\Omega_2}(0)\}$ 。3) 在区间 $[0, 1]$ 内分别随机确定 Ω_1 和 Ω_2 内的 N 个种群的初始密度 $\{z_1(0), \dots, z_N(0)\}, \{y_1(0), \dots, y_N(0)\}$; 随机选择初始全局最优解 \mathbf{Y}^* 。

步骤 2 执行下列操作。

```
FOR t=0 TO G
    计算:  $D_i^t = \text{Rand}(0.1, 0.6)$ ,  $a_i^t = \text{Rand}(0.2, 0.4)$ ;  $b_i^t = \text{Rand}(0.5, 0.8)$ ,  $E_i^t = \text{Rand}(0.1, 0.8)$ ,  $i=1 \sim N$ ;
    按式(4)计算  $r_i^u(t)$ ,  $u \in \{\Omega_1, \Omega_2\}$ ,  $i=1 \sim N$ ;
    FOR i=1 TO N
        生成集合  $AS^u, BS^u, PM^u, SM$ ,  $u \in \{\Omega_1, \Omega_2\}$ ;
        FOR  $u \in \{\Omega_1, \Omega_2\}$ 
            按式(5)计算  $z_i(t+1), y_i(t+1)$ ;
            FOR j=1 TO n
                 $p = \text{Rand}(0, 1)$ ,  $p$  为种群特征受到影响的概率;
                IF  $p \leq Q_0$  THEN
                     $q_0 = \text{Rand}(0, 1)$ ,  $q_0$  为各算子被执行的概率;
                    IF  $q_0 \leq 1/7$  THEN
                        按式(6)、式(7)执行迁移算子, 得到  $v_{i,j}^u(t+1)$ ;
                    ELSE IF  $1/7 < q_0 \leq 2/7$  THEN 则
                        按式(8)执行域内平衡算子, 得到  $v_{i,j}^u(t+1)$ ;
                    ELSE IF  $2/7 < q_0 \leq 3/7$  THEN
                        按式(9)执行域间平衡算子, 得到  $v_{i,j}^u(t+1)$ ;
                    ELSE IF  $3/7 < q_0 \leq 4/7$  THEN
                        按式(10)执行域内优势传播算子, 得到  $v_{i,j}^u(t+1)$ ;
                    ELSE IF  $4/7 < q_0 \leq 5/7$  THEN
                        按式(11)执行域间优势传播算子, 得到  $v_{i,j}^u(t+1)$ ;
                    ELSE IF  $5/7 < q_0 \leq 6/7$  THEN
                        按式(12)执行域内强势传播算子, 得到  $v_{i,j}^u(t+1)$ ;
                    ELSE IF  $6/7 < q_0 \leq 1$  THEN
                        按式(13)执行域间强势传播算子, 得到  $v_{i,j}^u(t+1)$ ;
                    END IF
                ELSE
                     $v_{i,j}^u(t+1) = x_{i,j}^u(t)$ ;
                END IF
            END FOR
            按式(14)执行生长算子, 得到  $\mathbf{X}_i^u(t+1)$ ;
        END FOR
    END FOR
    按式(14)执行生长算子, 得到  $\mathbf{X}_i^u(t+1)$ ;
END FOR
IF  $|\mathbf{X}^{*t+1} - \mathbf{Y}^*| < \epsilon$  THEN
```

保存 \mathbf{X}^{*+1} ;
 转(S3);
 END IF
 $\mathbf{Y}^* = \mathbf{X}^{*+1}$
 END FOR

步骤 3 结束。

2.6 PZPMDO 算法的特点

(1)时间复杂度。PZPMDO 算法的时间复杂度如表 1 所列。

表 1 PZPMDO 算法的时间复杂度

Table 1 Time complexity of PZPMDO algorithm

操作	时间复杂度	最多循环次数
初始化	$O(2n+4nN+n(6+7N))+2N(n^2+3n+5)$	1
迁移算子	$O((N+4L)nQ_0)$	$2GN$
域内和域间平衡算子	$O((N+5L)nQ_0)$	$2GN$
域内和域间优势传播算子	$O((N+5L)nQ_0)$	$2GN$
域内和域间强势传播算子	$O((N+5L)nQ_0)$	$2GN$
状态保持	$4+2n$	GN
目标函数计算	$O(n^2)$	$2GN$
生长算子	$O(3n)$	$2GN$
结果输出	$O(n)$	1

(2)Markov 特性。从迁移算子、区域内和域间平衡算子、区域内和域间优势传播算子、区域内和域间强势传播算子的定义式(6)一式(13)可知,任意一个新试探解的生成只与其当前状态有关,而与其如何演变到当前状态的历程无关,这表明 PZPMDO 算法的演化过程具有 Markov 特性。

(3)“步步不差”特性。由生长算子的定义式(14)可知,在时期 $t+1$ 的任一种群的 ZGI 指数永远不会低于其在时期 t 的 ZGI 指数, PZPMDO 算法的演变过程具有“步步不差”特性。

2.7 PZPMDO 算法的优势

定理 1 若一个群智能优化算法所拥有的算子越多,且各算子被随机独立调度执行,则该算法的性能越优良。

证:假设一个群智能优化算法有 n 个算子,当该算法求解

优化问题 W 时,这 n 个算子求解优化问题 W 成功的概率分别为 p_1, p_2, \dots, p_n 。因每个算子在求解优化问题 W 时均是被随机独立调度执行的,因此该算法在其 n 个算子的联合作用下求解优化问题 W 成功的概率 q 为:

$$q = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_i)$$

因 $0 < p_i < 1$, 故 $0 < 1 - p_i < 1, i = 1 \sim n$ 。当 n 越大时,

$\prod_{i=1}^n (1 - p_i)$ 越小,而 q 则越大。此结论表明,若一个群智能优化算法的算子越多,则该算法求解一个优化问题时成功的概率越大。因此,算子越多,算法的性能越优良。

PZPMDO 算法拥有 8 个算子,且每个算子均是被随机调度执行的,因此 PZPMDO 算法满足定理 1 的条件,故 PZPMDO 算法具有优良的性能。

3 PZPMDO 算法的全局收敛性证明

由 PZPMDO 算法可知,生态系统 E 与搜索空间 H 等价,将 Ω_1 内的 N 个种群 $\{\mathbf{X}_1^{\Omega_1}(0), \mathbf{X}_2^{\Omega_2}(0), \dots, \mathbf{X}_N^{\Omega_N}(0)\}$ 和在 Ω_2 内的 N 个种群 $\{\mathbf{X}_1^{\Omega_2}(0), \mathbf{X}_2^{\Omega_2}(0), \dots, \mathbf{X}_N^{\Omega_2}(0)\}$ 重新排列成 $2N$ 个种群,形成新的种群序列 $\mathbf{X}_1^t, \mathbf{X}_2^t, \dots, \mathbf{X}_{2N}^t$,新种群序列的种群数为 $2N$,每个种群是优化问题式(1)的一个试探解,其目标函数值按式(1)计算为 $f(\mathbf{X}_i^t)$,所有种群的状态所形成的集合为:

$$F = \{f(\mathbf{X}_i^t) | \mathbf{X}_i^t \in H\}$$

进一步地,令:

$$F = \{F_1, F_2, \dots, F_{2N}\}, F_1 \leq F_2 \leq \dots \leq F_{2N} \quad (15)$$

不失一般性,令 F_1 为所求的全局最优解。由式(15)的下标形成的集合为:

$$U = \{1, 2, \dots, 2N\}$$

$\forall i \in U, i$ 就是种群 P_i 执行随机搜索时可能的状态。假设在时期 t 种群 P_i 搜索到的最好目标函数值为 F_i ,其对应的状态为 i 。显然,由式(15)知,在时期 $t+1$ 种群 P_i 进行搜索时,若向更优的状态 k 转移,则应满足 $k < i$;相反,若向更差的状态 k 转移,则应满足 $k > i$,如图 1 所示。

全局最优状态(X^*)	←向更优的状态转移			中间状态	向更差的状态转移→			全局最差状态
1	2	...	$i-1$	i	$i+1$...	$2N$	
	$k < i$			当前状态	$k > i$			

图 1 PZPMDO 算法随机搜索时的状态转移

Fig. 1 State transition in random search of PZPMDO algorithm

$\forall \mathbf{X} \in H$, 有 $F_1 \leq F(\mathbf{X}) \leq F_{2N}$, 将 H 划分为如下非空子集:

$$X_s^i = \{\mathbf{X} | \mathbf{X} \in H \text{ 且 } F(\mathbf{X}) = F_i\}, i = 1, 2, \dots, 2N$$

显然,在 X_s^i 中进行状态切换并不能改变目标函数值。另外,显然有:

$$\sum_{i=1}^{2N} |X_s^i| = 2N; \forall i \in \{1, 2, \dots, 2N\}, X_s^i \neq \emptyset; \forall i \neq j, X_s^i \cap X_s^j = \emptyset, \bigcup_{i=1}^{2N} X_s^i = H$$

令 $\mathbf{X}^{i,j} (i = 1, 2, \dots, 2N, j = 1, 2, \dots, |X_s^i|)$ 表示 X_s^i 中的第 j 个状态。种群在演化过程中,从一个状态 (i, j) 转移到另一个状态 (k, l) 可表示为 $\mathbf{X}^{i,j} \rightarrow \mathbf{X}^{k,l}$ 。假如从 $\mathbf{X}^{i,j}$ 到 $\mathbf{X}^{k,l}$ 的转移概率为 $p_{ij,kl}$, 从 $\mathbf{X}^{i,j}$ 到 X_s^k 中任一状态的转移概率为 $p_{ij,k}$,

从 X_s^i 中任一状态到 X_s^k 中任一状态的转移概率为 $p_{i,k}$, 则有:

$$p_{ij,k} = \sum_{l=1}^{|X_s^k|} p_{ij,kl}, \sum_{k=1}^{2N} p_{ij,k} = 1, p_{i,k} \geq p_{ij,k}$$

因 $p_{i,k} \geq p_{ij,k} \rightarrow \sum_{k=1}^{2N} p_{i,k} \geq \sum_{k=1}^{2N} p_{ij,k} = 1$, 而 $0 \leq \sum_{k=1}^{2N} p_{i,k} \leq 1$, 故有:

$$\sum_{k=1}^{2N} p_{i,k} = 1 \quad (16)$$

引理 1 在 PZPMDO 算法中, $\forall \mathbf{X}^{i,j} \in X_s^i, i = 1, 2, \dots, 2N, j = 1, 2, \dots, |X_s^i|$, 满足:

$$\forall k > i, p_{i,k} = 0 \quad (17)$$

$$\exists k < i, p_{i,k} > 0 \quad (18)$$

(1)引理 1 中式(17)的证明:设状态 i 为时期 t 种群 P_i 的状态,其在 H 中对应的位置为 X^t ,由 2.6 节知,PZPMDO 算

法的随机搜索过程具有“步步不差”的特性,故在时期 $t+1$,种群 P_i 不会转移到任何更差的状态上去,如图 1 所示,故有:

$$f(X^{t+1}) \leq f(X^t) \Rightarrow \forall k > i, p_{ij,kl} = 0 \Rightarrow \forall k > i, p_{ij,k} = \sum_{l=1}^{|X_k^t|} p_{ij,kl} = 0 \Rightarrow \forall k > i, p_{i,k} = 0$$

(2)引理 1 中式(18)的证明:设状态 i 为时期 t 种群 P_i 的状态,在时期 $t+1$,种群 P_i 随机选择迁移算子、域内和域间平衡算子、域内和域间优势传播算子、域内和域间强势传播算子进行演化以便转移到更好的状态 k 上。此时,存在如下两种情况。

1)若状态 i 就是全局最优状态,即 $i=1$,则下一步转移仍留在原状态,即 $k=i=1$,这是因为由 2.6 节知,种群 P_i 不会转移到比原状态 i 更差的其他状态上,故必以概率 $p_{1,1}=1$ 留在原状态 i 上。因 $p_{1,1}=1 > 0$,命题得证。

2)若状态 i 不是全局最优状态,则在状态 1 和当前状态 i 之间必至少存在一个中间状态 k ,如图 1 所示,使得 $F_1 \leq F_k < F_i$,即 $1 \leq k < i$,此时种群 P_i 可以从当前状态 i 转移到更优的新状态 k 上,即 $p_{i,k} > 0$ 。命题得证。

综上所述,可得 $\exists k < i, p_{i,k} > 0$ 。证毕。

定理 2^[15] 设 P' 是一个 n 阶可归约随机矩阵,即通过相同的行和列变换后可得到 $P' = \begin{bmatrix} C & \cdots & 0 \\ R & \cdots & T \end{bmatrix}$,其中 C 是 m 阶本原随机矩阵,且 $T \neq 0, R \neq 0$,则有:

$$P'^{\infty} = \lim_{k \rightarrow \infty} P'^k = \lim_{k \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} C^k & \cdots & 0 \\ \sum_{i=1}^{k-1} T^i R C^{k-i} & \cdots & T^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^{\infty} & \cdots & 0 \\ R^{\infty} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

上述矩阵是一个稳定随机矩阵, $P'^{\infty} = 1' P'^{\infty}, P'^{\infty} = P'^0 P'^{\infty}$ 唯一确定且与初始分布无关, P'^{∞} 满足条件:

$$P'^{\infty} = [p_{ij}]_{n \times n}, \begin{cases} p_{ij} > 0, & 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m \\ p_{ij} = 0, & 1 \leq i \leq n, m < j \leq n \end{cases}$$

定理 2 的证明过程可参见文献[15]。

定理 3 PZPMDO 算法具有全局收敛性。

证明:由 2.6 节知,PZPMDO 算法的搜索过程具有 Markov 特性。每个 $X_i^t (i=1,2,\dots,2N)$ 可看作是有限 Markov 链上的一个状态,根据引理 1 中式(17)的结论可得,该 Markov 链的状态转移矩阵为:

$$P' = \begin{bmatrix} p_{1,1} & 0 & \cdots & 0 \\ p_{2,1} & p_{2,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{2N,1} & p_{2N,2} & \cdots & p_{2N,2N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ R & T \end{bmatrix}$$

由式(16)知, P' 中每行的概率之和等于 1。又根据引理 1 中式(18)的结论可得:

$$p_{2,1} > 0, R = (p_{2,1}, p_{3,1}, p_{4,1}, \dots, p_{2N,1})^T,$$

$$T = \begin{bmatrix} p_{2,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{2N,2} & \cdots & p_{2N,2N} \end{bmatrix} \neq 0, C = (p_{1,1}) = (1) \neq 0$$

由以上可知, P' 是一个 $2N$ 阶可归约随机矩阵,即 Markov 状态转移矩阵,其满足定理 2 的条件,故有:

$$P'^{\infty} = \lim_{k \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} C^k & \cdots & 0 \\ \sum_{i=1}^{k-1} T^i R C^{k-i} & \cdots & T^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^{\infty} & \cdots & 0 \\ R^{\infty} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

因 $C^{\infty} = C = (1), T^{\infty} = 0$,故必有 $R^{\infty} = (1, 1, \dots, 1)^T$,这是因为 P' 中任意一行的概率之和为 1,故有:

$$P'^{\infty} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

且 P'^{∞} 为稳定随机阵。该矩阵表明,当 $k \rightarrow \infty$ 时, $p_{i,1} = 1, i = 1, \dots, 2N$,即无论各种群初始状态如何,其最后都能以概率 1 转移到全局最优状态 1 上。于是有:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p\{f(X_t^i) \rightarrow f(X^*)\} = 1, i = 1, 2, \dots, 2N$$

因此,PZPMDO 算法具有全局收敛性。证毕。

4 PZPMDO 算法的参数选择

PZPMDO 算法的参数包括两部分,一部分是带保护区的种群生长动力学模型参数,该部分参数为算法内置参数,无须用户再进行设置;另一部分是 PZPMDO 算法的运行控制参数,此类参数需要用户根据情况进行设置。

(1)带保护区的种群生长动力学模型的参数确定方法。该动力学模型参数的选择依据是确保式(5)中的 $z_i(t+1)$ 和 $y_i(t+1)$ 具有足够的随机性。文献[14]中带保护区的种群生长动力学模型理论所建议的参数取值经随机化后,即可作为 PZPMDO 算法内置参数,这部分参数不需要用户另行设置。

(2)算法的运行控制参数的设置方法。PZPMDO 算法的运行控制参数有:演化时期数 G 、全局最优解的计算误差 ϵ 、生物种群受到影响的最大概率 Q_0 、施加影响的种群数 L 以及在 Ω_1 和 Ω_2 内的种群数 N 。 G 和 ϵ 是两个互补参数,只需满足一个即可。 ϵ 由所求解的工程问题决定,通常可取 $\epsilon = 10^{-5} \sim 10^{-8}$; G 由计算设备性能决定,可取充分大,不妨设 $G = 10^8 \sim 10^{10}$ 。PZPMDO 算法的关键参数只有 Q_0, L, N ,建议 $Q_0 = 1/1000 \sim 1/100, L = 3 \sim 5, N = 100 \sim 200$ 。

5 PZPMDO 算法与其他算法的比较

CEC2013^[16] 是国际上通用的智能优化算法测试包,其中包括 28 个精心设计的基准函数优化问题。本文采用其中 6 个难度最大的复合函数优化问题来测试 PZPMDO 算法的性能,结果如表 2 所列。

表 2 6 个基准函数优化问题

Table 2 Six benchmark function optimization problems

复合函数编号	基准函数名称	理论全局最优解	全局最优目标函数值
F23	Composition Function 3	未知	-2721.4763
F24	Composition Function 4	未知	631.2470
F25	Composition Function 5	未知	1200.0000
F26	Composition Function 6	未知	294.1417
F27	Composition Function 7	未知	1600.0000
F28	Composition Function 8	未知	-4756.7068

搜索范围 $[-100, 100]^n$

F23—F28 的理论全局最优解目前尚未发现,表 2 中的全

局最优目标函数值是由本文算法发现的迄今为止最好的目标函数值。本文用 PZPMDO 算法去求解表 2 中的 6 个函数优化问题,其参数设置为 $N=200, n=50, G=10^7, \epsilon=10^{-7}, Q_0=1/200, L=3$ 。与 PZPMDO 算法进行比较的 7 种智能优化算法均选自国际著名期刊近期刊登的算法,这些算法的终止运行条件为:进化代数 $G=10^7$ 或者最优解误差 $\epsilon=10^{-7}$ 。7 种算法的具体参数设置如表 3 所列。

表 3 中各参数的含义可参见相关文献。针对表 2 中的各个基准函数优化问题,用 PZPMDO 算法和表 3 中列出的 7 种算法进行求解,每种算法均独立求解 51 次。表 4 列出了 8 种算法所求得的最优目标函数值的平均值、标准差、中值、最小值、最大值以及适应度评价次数。

表 3 各对比智能优化算法的参数设置

Table 3 Parameter setting of intelligent optimization algorithms participating in comparisons

智能优化算法	参数设置
RCGA ^[17]	$k_{max}=100, pr=0.5, \varphi_0=0.5, \lambda=0.5, C_I=200$
DASA ^[18]	$b=10, m=38, \rho=0.24, s_+=0.025, s_-=0.015, \epsilon=1.0 \times 10^{-16}$
NP-PSO ^[19]	$N=200$
MpBBO ^[20]	$k=100, elit=4, m_{max}=0.01, R_m=\text{round}(0.5k, k), T=\{\text{LCR}, \text{ECR}, \text{ICR}, \text{ILCR}, \text{LCR}\}, E=I=1$
MDE-LiGO ^[21]	$N=200, \rho=10, SU=5, c=0.1, \mu_{C_i}=0.5, \mu_F=0.5, \mu_{B_i}=0.5$
SLADE ^[22]	$N=200, \theta_{CR}=0.5, a=0.1, \mu_F=0.5$
ABC ^[10]	$Bees=200, Tr_{rys}=200n, q=0.15$

表 4 PZPMDO 算法与 7 种对比算法求解表 2 所列优化问题时所得的最优解

Table 4 Optimum solutions obtained by PZPMDO and 7 compared algorithms when solving optimization problems listed in Table 2

基准优化问题	PZPMDO	RCGA	DASA	NP-PSO	MpBBO	MDE-LiGO	SLADE	ABC	
F23	平均值	-2.72×10^3	-7.42×10^2	-2.52×10^3	-2.71×10^3	-2.52×10^3	-2.36×10^3	-2.51×10^3	-2.66×10^3
	中值	-2.72×10^3	-7.42×10^2	-2.52×10^3	-2.71×10^3	-2.52×10^3	-2.36×10^3	-2.51×10^3	-2.66×10^3
	标准差	2.80×10^{-5}	3.04×10^{-5}	3.07×10^{-5}	3.17×10^{-5}	3.19×10^{-5}	3.06×10^{-5}	3.32×10^{-5}	2.84×10^{-5}
	最小值	-2.72×10^3	-7.42×10^2	-2.52×10^3	-2.71×10^3	-2.52×10^3	-2.36×10^3	-2.51×10^3	-2.66×10^3
	最大值	-2.72×10^3	-7.42×10^2	-2.52×10^3	-2.71×10^3	-2.52×10^3	-2.36×10^3	-2.51×10^3	-2.66×10^3
	适应度评价次数	5.92×10^6	1.08×10^6	1.34×10^6	1.91×10^5	3.51×10^6	3.15×10^5	1.13×10^6	1.04×10^6
	排名 1	1	8	4	2	5	7	6	3
排名 2	1	8	4	2	5	7	6	3	
F24	平均值	1.20×10^3	1.20×10^3	1.20×10^3	1.06×10^3	1.20×10^3	1.12×10^3	6.31×10^2	7.10×10^2
	中值	1.20×10^3	1.20×10^3	1.20×10^3	1.06×10^3	1.20×10^3	1.12×10^3	6.31×10^2	7.10×10^2
	标准差	3.29×10^{-2}	3.55×10^{-2}	3.02×10^{-2}	2.82×10^{-2}	3.34×10^{-2}	2.79×10^{-2}	1.54×10^{-3}	3.25×10^{-3}
	最小值	1.20×10^3	1.20×10^3	1.20×10^3	1.06×10^3	1.20×10^3	1.12×10^3	6.31×10^2	7.10×10^2
	最大值	1.20×10^3	1.20×10^3	1.20×10^3	1.06×10^3	1.20×10^3	1.12×10^3	6.31×10^2	7.10×10^2
	适应度评价次数	3.88×10^6	4.01×10^5	6.52×10^5	1.48×10^5	4.80×10^5	1.68×10^5	1.05×10^6	7.77×10^5
	排名 1	7	8	6	3	5	4	1	2
排名 2	7	8	6	3	5	4	1	2	
F25	平均值	1.25×10^3	1.28×10^3	1.29×10^3	1.27×10^3	1.30×10^3	1.26×10^3	1.29×10^3	1.27×10^3
	中值	1.25×10^3	1.28×10^3	1.29×10^3	1.27×10^3	1.30×10^3	1.26×10^3	1.29×10^3	1.27×10^3
	标准差	2.90×10^{-2}	3.28×10^{-2}	2.67×10^{-2}	3.15×10^{-2}	3.12×10^{-2}	2.67×10^{-2}	3.30×10^{-2}	3.33×10^{-2}
	最小值	1.25×10^3	1.28×10^3	1.29×10^3	1.27×10^3	1.30×10^3	1.26×10^3	1.29×10^3	1.27×10^3
	最大值	1.25×10^3	1.28×10^3	1.29×10^3	1.27×10^3	1.30×10^3	1.26×10^3	1.29×10^3	1.27×10^3
	适应度评价次数	2.06×10^6	2.47×10^5	2.92×10^3	3.35×10^5	3.62×10^5	4.41×10^5	2.44×10^5	7.94×10^5
	排名 1	1	5	7	3	8	2	6	4
排名 2	1	5	7	3	8	2	6	4	
F26	平均值	2.95×10^2	2.95×10^2	1.50×10^3	2.95×10^2	3.78×10^2	2.95×10^2	2.95×10^2	2.95×10^2
	中值	2.95×10^2	2.95×10^2	1.50×10^3	2.95×10^2	3.78×10^2	2.95×10^2	2.95×10^2	2.95×10^2
	标准差	3.38×10^{-3}	3.19×10^{-3}	3.11×10^{-2}	3.05×10^{-3}	3.07×10^{-3}	3.34×10^{-3}	2.88×10^{-3}	3.35×10^{-3}
	最小值	2.95×10^2	2.95×10^2	1.50×10^3	2.95×10^2	3.78×10^2	2.95×10^2	2.95×10^2	2.95×10^2
	最大值	2.95×10^2	2.95×10^2	1.50×10^3	2.95×10^2	3.78×10^2	2.95×10^2	2.95×10^2	2.95×10^2
	适应度评价次数	1.17×10^6	1.80×10^5	1.02×10^5	5.52×10^5	1.80×10^5	9.89×10^5	2.37×10^5	4.30×10^5
	排名 1	1	4	8	2	7	5	6	3
排名 2	1	4	8	2	7	5	6	3	
F27	平均值	1.60×10^3	1.62×10^3	1.60×10^3	1.61×10^3	1.61×10^3	1.61×10^3	1.64×10^3	1.60×10^3
	中值	1.60×10^3	1.62×10^3	1.60×10^3	1.61×10^3	1.61×10^3	1.61×10^3	1.64×10^3	1.60×10^3
	标准差	2.92×10^{-2}	3.17×10^{-2}	3.03×10^{-2}	2.90×10^{-2}	2.86×10^{-2}	3.07×10^{-2}	3.43×10^{-2}	3.41×10^{-2}
	最小值	1.60×10^3	1.62×10^3	1.60×10^3	1.61×10^3	1.61×10^3	1.61×10^3	1.64×10^3	1.60×10^3
	最大值	1.60×10^3	1.62×10^3	1.60×10^3	1.61×10^3	1.61×10^3	1.61×10^3	1.64×10^3	1.60×10^3
	适应度评价次数	3.59×10^6	1.38×10^6	8.60×10^5	4.86×10^5	3.90×10^4	1.10×10^6	3.83×10^5	1.07×10^6
	排名 1	3	7	1	4	5	6	8	2
排名 2	3	7	1	4	5	6	8	2	
F28	平均值	-4.76×10^3	7.84×10^3	3.98×10^3	-2.49×10^3	4.03×10^3	3.07×10^3	3.03×10^3	4.12×10^3
	中值	-4.76×10^3	7.84×10^3	3.98×10^3	-2.49×10^3	4.03×10^3	3.07×10^3	3.03×10^3	4.12×10^3
	标准差	2.87×10^{-2}	3.21×10^{-2}	3.25×10^{-2}	3.07×10^{-5}	2.61×10^{-2}	3.02×10^{-2}	3.43×10^{-2}	3.14×10^{-2}
	最小值	-4.76×10^3	7.84×10^3	3.98×10^3	-2.49×10^3	4.03×10^3	3.07×10^3	3.03×10^3	4.12×10^3
	最大值	-4.76×10^3	7.84×10^3	3.98×10^3	-2.49×10^3	4.03×10^3	3.07×10^3	3.03×10^3	4.12×10^3
	适应度评价次数	3.99×10^6	3.15×10^6	1.44×10^6	2.72×10^6	1.28×10^6	2.02×10^6	1.55×10^6	9.18×10^5
	排名 1	1	8	5	2	6	4	3	7
排名 2	1	8	5	2	6	4	3	7	
总排名 1 得分	14	40	31	16	36	28	30	21	
总排名 2 得分	14	40	31	16	36	28	30	21	
最终总排名 1	1	8	6	2	7	4	5	3	
最终总排名 2	1	8	6	2	7	4	5	3	

表 4 中,排名 1 是这些算法基于平均最优目标函数值的排名,排名 2 是这些算法基于平均最优目标函数值和适应度评价次数的排名;最终排名 1 和最终排名 2 分别是基于排名 1 和排名 2 所得到的排名。

非参数 Friedman 检验^[23-24]是 PZPMDO 算法所得结果与 7 种对比算法所得结果之间的非参数检验,以确定 PZPMDO 算法产生的结果是否与 7 种对比算法所获得的结果有显著不同。Friedman 检验的结果如表 5 所列,其中显著性=1 表示 PZPMDO 算法的性能与对比算法具有 99% 的差异,显著性=0 表示 PZPMDO 算法的性能与对比算法的性能没有显著差异。表 5 中,显著性=1 的案例数和显著性=0 的案例数分别表示 PZPMDO 算法与 7 种对比算法显著不同和没有显著差异地求解基准函数优化问题的数目。

从表 4 可以看出,PZPMDO,RCGA,DSDA,NP-PSO,MpBBO,MDE-LiGO,SLADE 以及 ABC 算法按平均最优目标函数值的精度以及按平均最优目标函数值的精度和适应度评价次数的综合进行排序所得的结果均如下:

$$PZPMDO > NP-PSO > ABC > MDE-LiGO > SLADE > DSDA > MpBBO > RCGA$$

由表 5 可知,PZPMDO 算法求解 6 个基准函数优化问题的有显著差异的案例总数为 42,明显大于没有显著差异的案例总数 0,这表明 PZPMDO 算法的性能明显优于 7 种对比算法。

图 2 给出了 PZPMDO,RCGA,DSDA,NP-PSO,MpBBO,MDE-LiGO,SLADE 以及 ABC 算法求解表 2 所列的 6 个基准函数优化问题时的样本收敛曲线,其中水平轴和垂直轴采

用对数刻度。从表 4 可以看出,当 PZPMDO 算法求解 F23—F28 时,均能发现质量最好的全局最优解。综合看来,PZPMDO 算法的综合性能要优于 7 种对比算法,其求解精度更高且计算速度更快。

表 5 PZPMDO 算法与 7 种对比算法所得结果的 Friedman 检验结果比较($\alpha=0.01$)

Table 5 Comparison of Friedman test results between PZPMDO and 7 compared algorithms ($\alpha=0.01$)

基准优化问题	PZPMDO 算法 vs.						
	RCGA	DSDA	NP-PSO	MpBBO	MDE-LiGO	SLADE	ABC
F23 (Asymp. Sig.)	0	0	0	0	0	0	0
显著性	1	1	1	1	1	1	1
F24 (Asymp. Sig.)	0	0	0	0	0	0	0
显著性	1	1	1	1	1	1	1
F25 (Asymp. Sig.)	0	0	0	0	0	0	0
显著性	1	1	1	1	1	1	1
F26 (Asymp. Sig.)	0	0	0	0	0	0	0
显著性	1	1	1	1	1	1	1
F27 (Asymp. Sig.)	0	0	0	0	0	0	0
显著性	1	1	1	1	1	1	1
F28 (Asymp. Sig.)	0	0	0	0	0	0	0
显著性	1	1	1	1	1	1	1
显著性=1 案例数	6	6	6	6	6	6	6
显著性=0 案例数	0	0	0	0	0	0	0

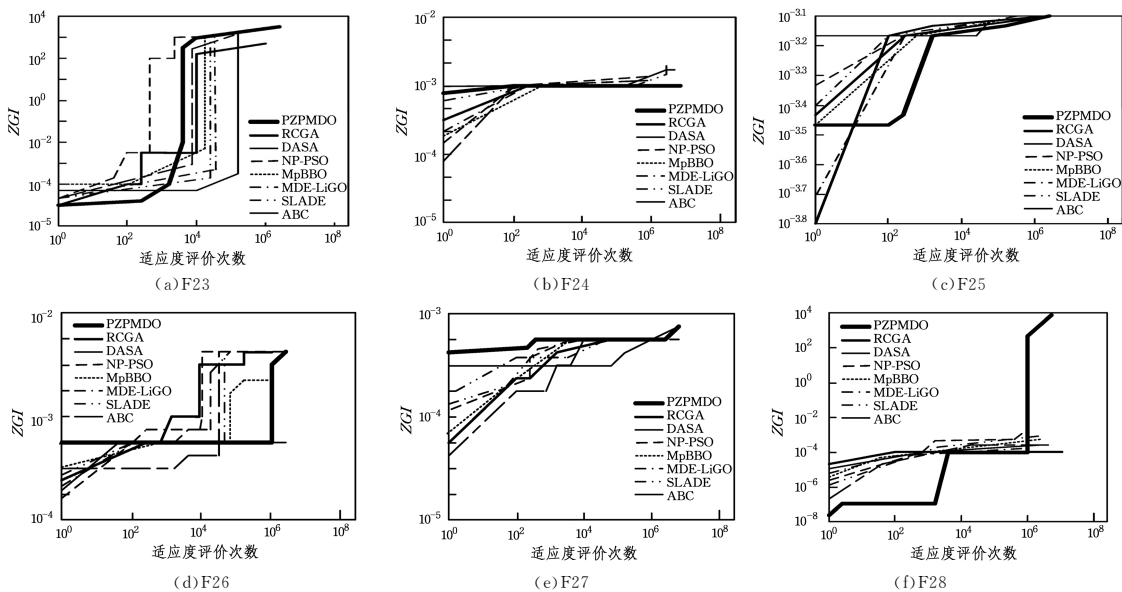


图 2 8 种算法求解 6 个基准函数优化问题时的样本收敛曲线

Fig. 2 Sample convergence curves of 8 algorithms for 6 benchmark function optimization problems

结束语 PZPMDO 算法具有如下特点。

(1) PZPMDO 算法包括迁移算子、域内和域间平衡算子以及域内和域间优势传播算子以及域内和域间强势传播算子,这些算子可增加其搜索能力。

(2) 采用随机方法确定保护区种群迁移动力学模型中的参数和各算子中的相关参数,既能使模型更能表达实际情况,又能大幅减少输入参数的个数。

(3) PZPMDO 算法所涉及的生物种群迁移过程体现了不同区域间生物种群复杂的迁移现象,也体现了不同区域中不利因素的综合效应以及区域间的种群扩散效应。

(4) PZPMDO 算法中涉及各算子是利用保护区种群迁移动力学理论以及种群间相互作用的关系来构造的,不需要与所求解的优化问题相关,因此 PZPMDO 算法具有很好的普适性。

(5) PZPMDO 算法在进行迭代计算时,每次只处理优化问题变量数的 $1/1000 \sim 1/100$,从而降低计算时间复杂度,因此 PZPMDO 算法适用于求解维数较高的优化问题。

PZPMDO 算法的应用前景如下:1)云计算环境下维数较高的复杂优化问题的求解;2)大数据挖掘分析中高维优化问题的求解;3)工程中高度非线性优化问题的求解,其模型中的数学表达式无任何限制条件。

PZPMDO 算法未来的改进方向如下:1)利用保护区种群迁移动力学模型来优化 PZPMDO 算法的相关参数,使得这些参数的设置更合理;2)深入研究迁移算子、域内和域间平衡算子、域内和域间优势传播算子以及域内和域间强势传播算子的动态特征;3)深入研究 PZPMDO 算法求解过程中各种群的动态特征。

参 考 文 献

- [1] IZTOK F, ANDRES I, AKEMI G. Novelty search for global optimization [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2019, 347(4):865-881.
- [2] WOLPERT D H, MACREADY W G. No Free Lunch Theorems for Optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1997, 1(1):67-82.
- [3] LUAN J, YAO Z, ZHAO F T. novel method to solve supplier selection problem: Hybrid algorithm of genetic algorithm and ant colony optimization[J]. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2019, 156:294-309.
- [4] ZHANG Q, XIONG S W. Routing optimization of emergency grain distribution vehicles using the immune ant colony optimization algorithm[J]. *Applied Soft Computing*, 2018, 71(6):917-925.
- [5] BISWAJIT J, SUMAN M, SRIYANKAR A. Repository and Mutation based Particle Swarm Optimization (RMPSO): A new PSO variant applied to reconstruction of Gene Regulatory Network [J]. *Applied Soft Computing*, 2019, 74:330-355.
- [6] ZHU X H, NI Z W, CHENG M Y. Selective ensemble based on extreme learning machine and improved discrete artificial fish swarm algorithm for haze forecast [J]. *Applied Intelligence*, 2018, 48(7): 1757-1775.
- [7] GUO J H, LI H C, YANG H D. A collaborative detection approach for internal steam leakage of tyre vulcanization workshop with artificial immune algorithm[J]. *Computational & Applied Mathematics*, 2018, 37(4):4219-4236.
- [8] HUANG Q J, ZHANG K, SONG J C. Adaptive differential evolution with a Lagrange interpolation argument algorithm[J]. *Information Sciences*, 2019, 472:180-202.
- [9] HUANG G Q, LIU Q C, LU Q Q. Metapopulation Biogeography-Inspired Optimization[J]. *Journal of System Simulation*, 2014, 26(6):1217-1224.
- [10] MERNIK M, LIU S H, KARABOGA D, et al. On clarifying misconceptions when comparing variants of the Artificial Bee Colony Algorithm by offering a new implementation[J]. *Information Sciences*, 2015, 291:115-127.
- [11] HUANG G Q. SIS epidemic model-based optimization[J]. *Journal of Computational Science*, 2014, 5:32-50.
- [12] HUANG G Q. Function optimization algorithm based on SIRQV epidemic dynamic model[J]. *Journal of Computation Science*, 2015, 8:62-92.
- [13] HUANG G. Artificial memory optimization [J]. *Applied Soft Computing*, 2017, 61:497-526.
- [14] 陈兰荪, 孟新柱, 焦建军. 生物动力学[M]. 北京: 科学出版社, 2009:77-155.
- [15] IISUFESCU M. Finite Markov Processes and Their Applications [M]. Wiley:Chichester, 1980.
- [16] LIANG J J, QU B Y, SUGANTHAN P N, et al. Problem Definitions and Evaluation Criteria for the CEC 2013 Special Session on Real-Parameter Optimization[R/OL]. Nanyang Technological University, Tech. Rep., 2013. http://www.ntu.edu.sg/home/epsugan/index_files/cec-2013/Definitions_of_CEC_13_benchmark_suite_0117.pdf.
- [17] CHUANG Y C, CHEN C T, HWANG C. A simple and efficient real-coded genetic algorithm for constrained optimization[J]. *Applied Soft Computing*, 2016, 38:87-105.
- [18] KOROŠEC P, ŠILC J, FILIPIC B. The differential ant-stigmergy algorithm[J]. *Information Sciences*, 2012, 192:82-97.
- [19] BEHESHTI Z, SHAMSUDDIN S M. Non-parametric particle swarm optimization for global optimization [J]. *Applied Soft Computing*, 2015, 28:345-359.
- [20] AL-ROOMI A R, EL-HAWARY M E. Metropolis biogeography-based optimization[J]. *Information Sciences*, 2016, 360:73-95.
- [21] MUKHERJEE R, DEBCHOUDHURY S, DAS S. Modified differential evolution with locality induced genetic operators for dynamic optimization [J]. *European Journal of Operational Research*, 2016, 253:337-355.
- [22] ZHAO Z W, YANG J M, HU Z Y, et al. A differential evolution algorithm with self-adaptive strategy and control parameters based on symmetric Latin hypercube design for unconstrained optimization problems[J]. *European Journal of Operational Research*, 2016, 250(1):30-45.
- [23] ČREPINŠEK M, LIU S H, MERNIK M. Replication and comparison of computational experiments in applied evolutionary computing; Common pitfalls and guidelines to avoid them [J]. *Applied Soft Computing*, 2014, 19:161-170.
- [24] DERRAC J, GARCÍA S, MOLINA D, et al. A practical tutorial on the use of nonparametric statistical tests as a methodology for comparing evolutionary and swarm intelligence algorithms [J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2011, 1:3-18.



HUANG Guang-qiu, born in 1964, Ph.D., professor, Ph.D supervisor. His main research interests include Petri-net theory and application, system dynamics, swarm intelligent optimization algorithm and computer simulation.



LU Qiu-qin, born in 1966, Ph.D., professor. Her main research interests include Petri-net theory and application, swarm intelligent optimization algorithm and numerical simulation.