

# 在线影响力最大化研究综述



孔 芳<sup>1</sup> 李奇之<sup>2</sup> 李 帅<sup>3</sup>

1 山东大学软件学院 济南 250101

2 西安电子科技大学计算机科学与技术学院 西安 710071

3 上海交通大学约翰·霍普克罗夫特计算机科学中心 上海 201100

(kongfang0801@foxmail.com)

**摘 要** 影响力最大化是指在给定的影响力传播模型下选取种子节点使其传播信息范围最广。此问题的应用场景十分广泛,包括推荐系统、病毒营销、信息扩散和链接预测等。在实际应用中,信息传播模型中的点对点传播概率通常是未知的,而在线学习算法可以在交互过程中自主学习未知参数,逐步逼近最优解。文中首先讨论了影响力最大化问题的定义,介绍了常用的影响力传播模型,归纳了常见的离线影响力最大化算法;随后介绍了经典的在线学习框架——多臂老虎机问题,分析了在线影响力最大化问题的研究现状,并通过实验对常见的在线影响力最大化算法在真实社交网络中的性能表现进行对比;最后总结了该课题面临的挑战并展望了未来的研究方向。

**关键词:** 影响力传播模型;影响力最大化;社交网络;在线学习算法;多臂老虎机

**中图法分类号** TP391

## Survey on Online Influence Maximization

KONG Fang<sup>1</sup>, LI Qi-zhi<sup>2</sup> and LI Shuai<sup>3</sup>

1 School of Software, Shandong University, Jinan 250101, China

2 School of Computer Science and Technology, Xidian University, Xi'an 710071, China

3 John Hopcroft Center for Computer Science, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 201100, China

**Abstract** Influence maximization is selecting seed nodes under a given influence propagation model to maximize the information spread. This problem has a wide range of application scenarios, including recommendation systems, viral marketing, information diffusion and link prediction. In practical applications, the node-to-node propagation probabilities in an information propagation model are usually unknown. Besides, online learning algorithms can automatically learn unknown parameters during the interaction process and gradually approach the optimal solution. The paper first discusses the definition of influence maximization problem, introduces commonly used influence propagation models, and summarizes the common offline influence maximization algorithms. Then it introduces the classic online learning framework, the multi-armed bandit setting, analyzes the research status of online influence maximization problem, and compares the performance of common online influence maximization algorithms in real social networks through experiments. Finally, the challenges and research directions of this subject in the future is prospected.

**Keywords** Influence propagation model, Influence maximization, Social network, Online learning algorithm, Multi-armed bandit

## 1 引言

社交网络作为传递信息的媒介,正变得越来越重要。病毒营销希望利用社交网络结构来传播对特定产品的接受性。例如,品牌方想要推广某款产品时,会为社交网络中有影响力的少数人(种子节点)提供免费的产品,并希望这部分人使用之后在朋友圈中进行宣传,吸引其他新用户接受这款产品;被吸引的新用户进一步在朋友圈中进行宣传,使得信息在社交网络上传播,吸引更多的用户接受和购买这款产品。品牌方对免费产品的数量有固定的预算,他们期望通过对社交网络中影响力传播的建模,选择最佳的投放用户群体(种子节点集

合),使得最终接受和购买产品的人数最多(影响力扩展度最大化)。

## 2 影响力最大化问题

### 2.1 问题定义

社交网络是影响力最大化问题的基础结构,由有向图  $G=(V,E)$  表示。图中节点集  $V$  表示社交网络中的用户集合,有向边集  $E$  表示用户之间的关系,边  $(u,v) \in E$  表示用户  $u$  对用户  $v$  的影响,即信息会从用户  $u$  传向用户  $v$ 。

在该问题中,使用  $\sigma_D(S)$  来表示种子节点集合  $S$  在影响力传播模型  $D$  下的影响力扩展度,即最终被影响节点的数量

的期望值。这里的期望是对传播过程中的所有随机性取期望。给定有向图  $G$ , 预算值  $1 \leq k \leq |V|$ , 影响力最大化问题期望找到一个大小不超过  $k$  的种子节点集合  $S^*$ , 使得该种子节点集合的影响力扩展度最大, 即  $S^* \in \arg \max_{S \subseteq V, |S| \leq k} \sigma_D(S)$ 。

## 2.2 影响力传播模型

Kempe 等<sup>[1]</sup>系统地总结了独立级联模型和线性阈值模型, 这两个模型是研究最深入、应用最广泛的基本模型。

独立级联模型和线性阈值模型均为递进性模型, 即在这类传播中, 一旦某个节点被激活(接受某个产品), 其只会进一步向邻居传播, 而不会再转化为未激活状态。

### 2.2.1 独立级联模型

在独立级联模型中, 有向图  $G$  的每一条边  $(u, v)$  关联一个权重  $p(u, v) \in [0, 1]$ , 该权重表示当用户  $u$  被激活时,  $u$  通过边  $(u, v)$  独立激活用户  $v$  的概率。

对于任意时刻  $t \geq 0$ , 使用  $S_t$  表示该时刻处于激活状态的节点集合, 则独立级联模型中信息传播的过程如下。

(1) 在  $t=0$  时刻, 种子节点集合  $S_0$  中的节点被激活, 其他节点均处于未激活状态。

(2) 对于任意时刻  $t \geq 1$ , 上一时刻被激活的节点  $u \in S_{t-1} \setminus S_{t-2}$  (设  $S_{-1} = \emptyset$ ) 会以概率  $p(u, v)$  对处于未激活状态的出邻居  $v \in N^+(u) \setminus S_{t-1}$  进行一次激活尝试, 且与所有其他激活尝试事件相互独立。若尝试激活成功, 则节点  $v$  在时刻  $t$  被激活, 即  $v \in S_t \setminus S_{t-1}$ 。若节点  $v$  的所有入邻居  $u \in N^-(v) \cap (S_{t-1} \setminus S_{t-2})$  在  $t$  时刻对  $v$  尝试激活均失败, 则该节点仍处于未激活状态, 即  $v \in V \setminus S_t$ 。

(3) 直到不再有新的节点被激活, 传播结束。

独立级联模型描述了社交网络中用户之间独立影响的行为, 一个用户对另一个用户影响力的强弱与其他用户无关。通知消息在网络中的传播和新病毒在人群中的传播都比较符合独立传播的特性<sup>[2]</sup>。

### 2.2.2 线性阈值模型

在线性阈值模型中, 有向图  $G$  中每一条边  $(u, v)$  关联一个权重  $w(u, v) \in [0, 1]$ , 称其为用户  $u$  对用户  $v$  的影响权重。该权重反映了节点  $u$  在节点  $v$  所有入邻居中的影响力占比。线性阈值模型要求所有节点  $v$  满足  $\sum_{u \in N^-(v)} w(u, v) \leq 1$ 。在每次传播发生前, 每个节点  $v$  的被影响阈值  $\theta_v$  将在 0 到 1 的范围内均匀采样得到。该阈值一旦选定, 在传播过程中不再变化。

与独立级联模型类似, 对于任意时刻  $t \geq 0$ , 使用  $S_t$  表示该时刻处于激活状态的节点集合。线性阈值模型中信息传播的过程如下。

(1) 在  $t=0$  时刻, 种子节点集合  $S_0$  中的节点被激活, 其他节点均处于未激活状态。

(2) 在任意时刻  $t \geq 1$ , 对于处于未激活状态的所有节点  $v$ , 将根据其处于激活状态的入邻居的线性加权和来判断该节点在当前时刻是否被激活。若  $\sum_{u \in N^-(v) \cap S_{t-1}} w(u, v) \geq \theta_v$ , 则节点  $v$  在时刻  $t$  被激活, 即  $v \in S_t$ ; 否则节点  $v$  仍处于未激活状态, 即  $v \in V \setminus S_t$ 。

(3) 直到不再有新的节点被激活时, 传播结束。

线性阈值模型中每个节点  $v$  的被影响阈值  $\theta_v$  刻画了该节点对信息的接受倾向。节点的阈值越高, 该节点越不容易受到影响。在该模型中, 某一节点是受它的所有入邻居联合影响的, 这描述了社会场景中人类在面对复杂选择时经常会出现的从众行为<sup>[2]</sup>。

### 2.2.3 其他模型

除独立级联模型和线性阈值模型之外, Kempe 等<sup>[1]</sup>还提出了触发模型、通用级联模型和通用阈值模型等扩展模型。这些模型更复杂, 涵盖了更多的传播情形。由于篇幅限制, 不再着重介绍。

## 2.3 影响力最大化算法

Kempe 等<sup>[1]</sup>证明了影响力最大化问题在独立级联模型和线性阈值模型下都是 NP 难的, 且在多项式时间内无法得到精确解。一种常见的解决方法是寻找有理论保证的近似解。

文献[1]证明了两个模型下的影响力扩展度函数  $\sigma(\cdot)$  均满足单调性和次模性。单调性是指对于集合  $S \subseteq T$ ,  $\sigma(S) \leq \sigma(T)$ ; 次模性则反映了元素  $v$  在集合  $S$  基础上的增量效应随着  $S$  的增大而递减, 即对于集合  $S \subseteq T$ , 元素  $v \notin T$ ,  $\sigma(S \cup \{v\}) - \sigma(S) \geq \sigma(T \cup \{v\}) - \sigma(T)$ 。基于单调性和次模性, Kempe 等<sup>[1]</sup>提出了贪心算法, 为影响力最大化问题提供了近似比为  $(1 - \frac{1}{e})$  的近似最优解, 其中  $e$  为欧拉数。此算法每次选择一个使得种子节点集合影响力扩展度增量最大的节点加入种子节点集合, 直到种子节点的数量达到预算值为止。另外, 在具体的计算中, 每一次选择新节点都需要精确的影响力扩展度, 然而在独立级联模型下一般的有向无环图<sup>[3]</sup>和线性阈值模型下一般的有向图<sup>[4]</sup>中计算影响力扩展度都是 #P 难的, 因此可以使用蒙特卡洛模拟<sup>[1]</sup>来近似计算影响力扩展度。此蒙特卡洛贪心算法为影响力最大化问题提供了近似比为  $(1 - \frac{1}{e} - \epsilon)$  的近似最优解<sup>[5]</sup>。

由于每一次蒙特卡洛模拟的复杂度都与图的规模线性相关<sup>[5]</sup>, 且在大型社交网络中需要调用成千上万次模拟才能得到足够精确的结果, 因此上述蒙特卡洛贪心算法的实用性受到限制。为提高算法的运行效率, Leskovec 等提出了基于懒惰估值的 CELF (Cost-Effective Lazy Forward) 算法<sup>[6]</sup>, 其在维持  $\frac{1}{2}(1 - \frac{1}{e})$  近似比的情况下, 大幅减少了对候选节点的评估次数, 效率最大提升 700 倍。随后, Goyal 等又提出了改进的 CELF++ 算法<sup>[7]</sup>, 改进算法进一步减少了不必要的计算次数, 相比 CELF 算法实现了 35%~55% 的加速。此外, Kimura 等<sup>[8]</sup>和 Chen 等提出的 NewGreedy 算法<sup>[9]</sup>将批量估计与懒惰估值相结合, 达到近百倍的效率提升, 且保持了算法的准确性。

当图的规模很大时, 这些依靠懒惰估值与批量估计实现的百倍效率提升还不能满足蒙特卡洛模拟的需要。于是, 一些研究者提出了不依赖于蒙特卡洛模拟的启发式算法, 即通过利用影响力传播模型的特性来迅速估计种子节点集合的影响力扩展度, 使得算法的运行效率得到大幅度提升<sup>[3-4, 9]</sup>。其中, Chen 等<sup>[9]</sup>提出了 Degree Discount 算法, 根据已选种子节点的情况对候选节点的出度进行打折。之后, Wang 等<sup>[3]</sup>和

Chen等<sup>[4]</sup>扩展了 Degree Discount 算法的思想:在独立级联模型中,Wang等将图中某节点影响力的传播转化为该节点附近的树结构,得到了 PMIA 算法<sup>[3]</sup>;在线性阈值模型中,Chen等将图中某节点影响力的传播转化为该节点附近的有向无环图结构,得到了 LDAG 算法<sup>[4]</sup>。相比蒙特卡洛贪心算法,这些算法实现了近千倍的运算速度提升,且均保持了与之接近的影响力效果。

此后,也有一些新的启发式算法针对传播模型的特点在运行效率方面做了进一步改进。Goyal等提出的针对线性阈值模型的 SimPath 算法<sup>[10]</sup>,通过枚举从种子节点到附近其他节点的简单路径来近似计算种子节点的影响力扩展度。Jung等提出的针对独立级联模型的 IRIE 算法<sup>[11]</sup>利用置信传播算法来加快种子节点的选取,解决了 PMIA 算法占用较多内存的问题。Kim等提出的 IPA 算法<sup>[12]</sup>,将种子节点集合的影响力视为若干条独立路径的叠加,且通过并行处理提高了运行效率。除此之外,Wang等引入社区划分的方法<sup>[13]</sup>,Jiang等借助模拟退火的元启发式算法<sup>[14]</sup>,对影响力最大化求解进行了尝试。

这些不依赖于蒙特卡洛模拟的启发式算法虽大幅提升了算法的运行效率,但并不存在算法有效性的理论保证。Borgs等提出的基于反向影响力采样(Reverse Influence Sampling, RIS)的算法<sup>[15]</sup>在保持准确性的同时,显著提升了运行效率。Tang等对该算法加以改进,并提出了 TIM/TIM+算法<sup>[16]</sup>和 IMM算法<sup>[17]</sup>,进一步减少了算法需要的采样次数。其中,IMM算法利用折半猜测的方法来估计最优种子节点集合影响力扩展度的下界,比 TIM/TIM+ 算法的估计方法更准确,减少了反向可达集数目,加快了运行速度。Chen指出了 IMM算法分析中的一个不足并给出了弥补方案<sup>[18]</sup>,该方案保证了算法的理论正确性与运行高效性。之后,Nguyen等提出了 SSA/D-SSA 算法<sup>[19]</sup>来改进 IMM。其中,SSA算法通过停止和注视策略来减少反向可达集的数量,D-SSA算法基于 SSA进行了动态参数调整,但是这两种算法尚没有严格的复杂度分析。随后,为避免生成只包含根节点本身的反向可达集,Nguyen等进一步对 RIS进行改进,并提出了将改进后的 RIS与 D-SSA相结合的 SKIS算法<sup>[20]</sup>,实现了比 D-SSA更高的运行效率。

这些基于反向可达集的算法显著提升了运行效率。但是,由于需要将计算中用到的反向可达集存储起来用于之后的节点选择,当反向可达集数目较大时,算法会产生很大的内存消耗。

以上算法简单地假设影响力传播模型及边上的传播概率已知,其中边上的传播概率通常被指定为常量,从均匀分布中随机采样获取。然而,这些关于传播模型及其参数过于简化的假设与实际应用并不相符,信息在社交网络中传播的诸多特性被忽略了,这些问题将在在线影响力最大化中得到解决。

### 3 在线影响力最大化

在线影响力最大化就是在影响力传播模型参数未知或者缺失的社交网络中求解影响力最大化问题,即使用在线学习

的方法自主学习传播模型的未知参数,在与社交网络的交互中逐步逼近参数的真实值并找到最优的种子节点集合,最大化多轮交互过程中影响力扩展度的总和。

#### 3.1 在线学习

在线影响力最大化问题基于在线学习中多臂老虎机与组合多臂老虎机的研究。

多臂老虎机(Multi-Armed Bandit, MAB)是一个经典的机器学习问题:玩家在与环境的互动中不断学习,向最优目标逼近。假设多臂老虎机共有  $m$  条臂,记为动作集  $A = [m] := \{1, 2, 3, \dots, m\}$ 。通常,每条臂的奖励值有一个固定但玩家未知的分布,臂被选择时,从此分布中抽样产生一个随机的奖励值。玩家在每一轮  $t = 1, 2, 3, \dots, T$  选择并拉动一个臂  $A_t$ ,随后收到该臂的奖励值  $X_t$ ,再根据此反馈更新策略进行下一轮的选择。

玩家收集到关于各个臂的反馈时应该选取迄今为止观察到的表现最佳的臂以保持较高的收益(开发, exploitation),还是选取尚未足够了解的臂以发现潜在的具有更高回报的臂(探索, exploration)?如何平衡这两者的关系是多臂老虎机算法需要考虑的核心问题。多臂老虎机算法的目标是最大化  $T$  轮游戏中的累积期望奖励值,或是最小化  $T$  轮游戏中的累积遗憾值。累积遗憾定义为玩家的  $T$  轮累积奖励值的期望与  $T$  轮始终选取最佳臂的期望奖励之间的距离,其中期望来自每个臂服从的分布和玩家策略可能的随机性。

若直接将上述多臂老虎机框架应用到在线影响力最大化问题中,我们需要将社交网络中每  $k$  个节点的组合视为老虎机的一个臂,这将产生指数多个臂。算法要在有限时间内探索和开发这些臂并不现实,因此需要利用组合多臂老虎机(Combinatorial Multi-Armed Bandit, CMAB)模型求解该问题。

在组合多臂老虎机模型中,玩家在每一轮拉动的不再是单纯的一个臂,而是多个臂的组合。为了与前述的多臂老虎机进行区分,在该模型中,每个臂被称为基础臂,而包含多个臂的组合被称为超级臂。组合多臂老虎机的常见反馈类型有3种:全信息反馈、半强盗反馈和强盗反馈<sup>[21]</sup>。全信息反馈是指每一轮不论选择何种超级臂,所有基础臂的奖励信息都可以观察到;半强盗反馈是指玩家只能观察到所选超级臂中包含的基础臂的奖励信息;强盗反馈则指玩家只能观察到超级臂整体的奖励信息,例如推荐平台可以观察到用户是否购买一个度假产品组合,但无法观察到用户是否对组合中包含的某个项目感兴趣。

#### 3.2 在线影响力最大化框架

Lei等首先提出了在线影响力最大化的研究框架<sup>[22]</sup>。该框架的输入为开展影响力运动的轮数  $T$ 、种子节点集合的大小  $k$ ,以及有向图  $G = (V, E)$ ,输出为每一轮  $t = 1, 2, 3, \dots, T$  选择的种子节点集合  $S_t$ 。

在每一轮  $t = 1, 2, 3, \dots, T$ ,算法需要在有向图  $G$  中选取由  $k$  个种子节点组成的集合  $S_t$ ,选定之后在真实的社交网络中将  $S_t$  中的节点设为激活状态。信息将从  $S_t$  出发,在社交网络中进行传播。我们将种子节点集合  $S_t$  在网络中的一轮信息传播称为一次影响力运动。传播结束后,我们将观察到

此次影响力运动的全部反馈数据,继而根据反馈对传播模型进行更新。在下一轮( $t+1$ 轮),算法使用更新后的传播模型来选取种子节点集合  $S_{t+1}$ ,然后重复上述过程。在线影响力最大化的目标是  $T$  轮影响力扩展度的总和最大,即  $\sum_{t=1}^T \sigma(S_t)$  最大。

已有的在线影响力最大化工作研究了理想化的边缘层面的半强盗反馈模型、更为实际的节点层面的反馈模型,以及其他较弱的反馈情况。节点层面的反馈数据通常包括最终被激活的节点集合或最终被激活的节点数量;边缘层面的反馈数据则描述了信息在每一个激活节点的每一条出边上的传播状态。

### 3.3 研究现状分析

#### 3.3.1 基于边缘层面半强盗反馈模型的算法

Chen 等首先提出了在线影响力最大化问题并对此展开了研究。他们将该问题视作带随机触发臂的随机组合多臂老虎机(CMAB with probabilistically Triggered arms, CMAB-T)的实例,并在独立级联模型下基于边缘层面半强盗反馈模型对问题进行了分析<sup>[23]</sup>。之后,该课题的一些研究工作也基于这个模型展开。

在 CMAB-T 模型中,社交网络中的每条边对应组合多臂老虎机中的基础臂,基础臂的奖励值为信息在这条边上的传播状态,基础臂的期望为独立级联模型下该边的激活概率。玩家在每一轮  $t=1,2,3,\dots,T$  可选择的动作是由  $k$  个种子节点组成的集合  $S_t$ ,每一轮的奖励为一次传播之后  $S_t$  的影响力扩展度。该模型的反馈信息包含了所有被拉动的基础臂的奖励值,即信息在从  $S_t$  出发所能到达的节点  $u$  的所有出边( $u, v$ )上的传播状态。在每一轮  $t=1,2,3,\dots,T$ ,信息从  $S_t$  出发,  $S_t$  所有出边将被拉动,且随着信息在独立级联模型下的传播,将会有更多的基础臂被随机触发,所以在线影响力最大化问题是 CMAB-T 的实例。

Chen 等<sup>[23]</sup>给出了 CMAB-T 模型上的 CUCB(Combinatorial Upper Confidence Bound)算法,具体如算法 1 所示。

#### 算法 1 CUCB 算法

1. 初始化:  $T_i=0; \hat{\mu}_i=1/*$  对于所有基础臂  $i \in [m] /*$
2.  $t \leftarrow 0$
3. while true do
4.  $t \leftarrow t+1$
5.  $\bar{\mu}_i = \min\{\hat{\mu}_i + \sqrt{3 \ln t / 2 T_i}, 1\}$
6.  $S = \text{Oracle}(\bar{\mu}_1, \bar{\mu}_2, \dots, \bar{\mu}_m)$
7. 执行动作  $S$ , 观察到所有被触发的基础臂  $i$ , 更新  $T_i$  和  $\hat{\mu}_i$
8. end while

该算法与 UCB 算法<sup>[24]</sup>类似,为每一个基础臂  $i$  维护一个由触发次数  $T_i$  和经验均值  $\hat{\mu}_i$  决定的置信上界。在每一轮  $t=1,2,3,\dots,T$ ,算法将所有臂的置信上界作为实际激活概率送入离线的影响力最大化算法(通常称为离线神谕(Oracle))中,得到近似最优种子节点集合  $S_t$ 。随后,在本轮执行动作  $S_t$ ,观察该动作的反馈,进而更新每条边的置信上界,用于下一轮种子节点集合  $S_{t+1}$  的选取。文献<sup>[23]</sup>给出了对 CUCB 的分析,该算法可以达到关于轮数  $T$  的次线性累积遗憾,但

是存在一个可能与问题规模呈指数关系的因子。之后,文献<sup>[25]</sup>通过引入受触发概率调制的有界平滑性条件改进了对该算法累积遗憾的分析,使其不再包含与问题规模指数相关的因子。

CUCB 算法假设所有边之间相互独立,忽略了社交网络的结构特性。Wen 等<sup>[26]</sup>和 Wu 等<sup>[27]</sup>基于与 CUCB 同样的影响力传播与反馈模型,通过引入信息在社交网络中传播的某些特性对在线影响力最大化问题进行了更加深入的研究。Wen 等提出了允许线性泛化的 IMLinUCB(Influence Maximization Linear UCB)算法,该算法假设每条边  $e$  的激活概率可以由一个未知的全局系数向量  $\theta^*$  和已知的该边的特征向量  $x_e$  线性拟合而成。由于所有边共享参数  $\theta^*$ ,该算法获得了更快的学习速率,且能达到与 CUCB 类似的累积遗憾上界。Wu 等基于影响力最大化问题中的网络分类性质,提出了 IMFB(Influence Maximization with Factorization-Bandits)算法,将每条边  $e$  的激活概率分解为起点的影响因子和终点的接收因子两部分的内积。在大型社交网络中,由于有向边的数量远远超过节点的数量,因此 IMFB 相比 IMLinUCB 算法大大降低了计算和采样的复杂度,且该算法的累积遗憾上界优于 CUCB 和 IMLinUCB 算法。

#### 3.3.2 基于节点层面反馈模型的算法

上述工作均通过边缘层面的反馈数据对模型参数进行更新,但在实际应用中,这是一种过于理想化的假设。Vaswani 等基于 CMAB-T 模型研究了更为实际的反馈——节点层面的反馈情况<sup>[28]</sup>。其假设每一轮影响力运动之后可以观察到所有节点的激活状态,并给出了将节点反馈转化为边反馈的 3 种方法。经过分析,相比直接利用边缘反馈数据来更新工参数,利用节点层面反馈数据来更新模型参数所带来的误差能够被约束。但是,该工作未能给出在节点层面反馈模型下在线影响力最大化算法的性能分析。

Bao 等考虑了另一种节点层面的反馈信息<sup>[29]</sup>,假设每一轮影响力运动结束后只能观察到被激活节点的数量,而不能观察到被激活节点的身份。在此模型中,算法不再对边上的激活概率进行估计,而是将每个节点作为多臂老虎机模型中的臂,使用贪心算法逐步加入能够带来最大影响力扩展度增益的节点。该算法由于忽略了对具体传播过程的建模,也不再受限于某一特定的影响力传播模型。

#### 3.3.3 基于更弱的反馈模型的算法

Vaswani 等在另一工作中<sup>[30]</sup>研究了更弱的反馈情况——信息在任意两节点间的可达性,提出了 DILinUCB(Diffusion-Independent Linear UCB)算法。该算法假设一次传播结束后,可以通过反向追踪观察到信息从任意种子节点到其他节点的传播情况,并利用此反馈数据对任意两点间的可达概率进行更新。由于将信息在网络中的传播情况过程简化为任意节点对之间的可达性,该算法独立于具体的影响力传播模型,仅通过采样随机变量有向边激活情况的二进制编码来描述一次传播过程。实验证明,DILinUCB 算法对不同的影响力传播模型更具有鲁棒性。

除此之外,Carpentier 等<sup>[31]</sup>和 Lugosi 等<sup>[32]</sup>研究了局部反馈信息的情况。Carpentier 等假设社交网络的结构信息未

知,学习者通过观察种子节点直接影响的邻居的身份,逐步获取社交网络的结构信息。但该工作仅考虑了局部的影响力扩展度,未对全局的影响情况进行分析。Lugosi 等假设一轮影响力运动结束后,学习者仅可以观察到种子节点的出度信息,并表明这种局部观测值足以在两个特定的随机图模型中最大化全局影响力。基于这个结论,Lugosi 等给出了旨在最大化局部影响力,进而最大化全局影响力的老虎机算法。

### 3.3.4 其他

与前述研究工作不同,Bao 等<sup>[29]</sup>抛弃了社交网络保持不变的假设,讨论了实际生活中常见的用户间关系随时间变化的情况,提出了 RSB (Randomized Sequential Multi-armed Bandit Algorithm for Non-Stationary Networks) 算法。该算法根据对抗老虎机模型中 Exp3 算法<sup>[33]</sup>的思想为每个节点维持一个开发与探索的分量,每一轮逐一选择节点加入种子节点集合,选择该节点的奖励是该节点作为种子节点带来的影响力扩展度的增加值。实验将 RSB 与适用于固定环境下的 OG-UCB 算法<sup>[34]</sup>进行对比,结果表明 RSB 算法在社交网络发生动态变化的环境下表现更优。

另外,Sun 等<sup>[35]</sup>拓展了在线影响力最大化的目标,将最大化轮影响力扩展度之和转变为最大化在  $T$  轮中至少被影响一次的节点数量之和,使得在不同轮被多次激活的节点不再重复计数,即多轮影响力最大化问题 (Multi-Round Influence Maximization, MRIM)。

## 4 实验

与文献<sup>[27-28]</sup>中的实验方法类似,本文对比了常见的在线影响力最大化算法在真实社交网络中的性能表现。

### 4.1 数据集

选择真实世界的 Flickr 数据集 (包含 105 938 个节点, 2316948 条边), 从该数据集中采样出 13 372 个节点, 将这些节点与节点间相连的 130 590 条边组成的有向图作为实验用社交网络。

关于社交网络中每条边的实际激活概率的设置, 本文采用了与文献<sup>[27]</sup>同样的方法, 即将每条边的激活概率设置为起点影响因子与终点接收因子的内积。由于 Flickr 数据集中不同节点关联边的数量差别较大, 若从同样的分布中采样所有节点的影响和接收因子, 会使得学习任务较为简单。为增加任务难度, 本实验采用了一种较为复杂的采样方式。首先根据硬度 (定义为节点所有出边的数量) 大小将所有节点划分为 10 组, 硬度由大到小的 10 组节点组将分别从 10 个期望值从低到高的均匀分布 ( $U(0, 0.1)$ ,  $U(0.1, 0.2)$ ,  $\dots$ ,  $U(0.9, 1.0)$ ) 中采样其影响和接收因子, 以实现所有节点间软度 (定义为节点所有出边的激活概率之和) 的平衡, 最终通过 L2 范数进行归一化<sup>[27]</sup>。

### 4.2 算法

本文评估了 CUCB, IMLinUCB, IMFB 和 DILinUCB 算法在 Flickr 数据集上的性能表现。

在算法的输入特征方面, 本文使用 4.1 节在真实世界中采样的起点影响因子和终点接收因子两部分的外积作为 IMLinUCB 算法需要输入的每条边的特征; 使用在真实世界

中为每个节点采样的接收因子作为 DILinUCB 算法需要输入的目标特征。由于真实世界中每条边的激活概率也是由起点影响因子和终点接收因子生成, 通过这种方式构造的输入特征使得算法能够发挥其最佳性能。

### 4.3 反馈模型

原论文中 CUCB, IMLinUCB 和 IMFB 算法均假设可以观察到边缘层面的反馈<sup>[23, 26-27]</sup>。但在实际应用中, 边缘层面的反馈数据往往不可获得, 因此本文考虑了节点层面的反馈情况。对于节点层面的反馈, 本文采用文献<sup>[28]</sup>中的频率方法将其转化为边层面的反馈数据, 然后基于转化后的数据对传播模型参数进行更新。

本文分别评估了 CUCB, IMLinUCB 和 IMFB 算法在原反馈 (边层面反馈) 与节点层面反馈两种反馈模型下的性能表现。由于 DILinUCB 算法本身使用节点对之间的影响可达性作为反馈信息, 不再对比其基于节点层面反馈信息的性能表现。

### 4.4 参数设置、评价指标及离线神谕的选取

在所有实验中, 将每一轮种子节点的数量设置为 300, 所有向量参数的维数设置为 10, 运行每种算法 600 轮。

在评价指标方面, 本文采用平均期望奖励值 (累积奖励值/当前轮数) 作为算法的性能评价标准, 其中每一轮的奖励值为该轮所选取种子节点集合的影响力扩展度大小。为减小实验误差, 采用 8 次实验的平均结果作为最终结果, 并绘制了 8 次样本的标准差。

在离线神谕的选取方面, 统一选择 DegreeDiscountIC 算法<sup>[9]</sup>作为 CUCB, IMLinUCB 和 IMFB 的离线神谕。对于 DILinUCB, 由于该算法的影响力最大化目标函数被另一个启发式函数替代, 我们保留了原文献<sup>[30]</sup>实验中采用的贪心算法作为其离线神谕。

### 4.5 结果及分析

4.2 节提到的 4 种算法基于各自的原反馈模型在在线学习过程中的表现如图 1 所示。CUCB 和 DILinUCB 算法的学习过程较为缓慢, 而 IMFB 和 IMLinUCB 算法的学习过程则快得多, 这是因为后两种算法通过共享参数来学习激活概率。4 种算法中, IMFB 的表现最优, DILinUCB 的表现最差。

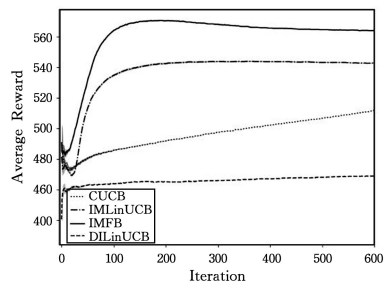


图 1 原反馈模型

Fig. 1 Original feedback model

图 2 比较了 CUCB, IMLinUCB 和 IMFB 算法在节点层面反馈模型下的表现。将其与图 1 进行横向对比可以看出 3 种算法在这两种反馈模型下的表现差异。由于频率方法<sup>[28]</sup>随机选取节点作为激活某节点的入邻居, 与实际激活该点的入邻居存在误差, 因此算法性能较原反馈模型有所下降, 并且

收敛速度变慢。其中,IMLinUCB算法在两个反馈模型下的性能表现差异最大,而IMFB算法由于通过节点层面的参数来估计激活概率,在节点层面的反馈模型下仍能保持较好的性能,甚至收敛之后的累积奖励优于原反馈模型。

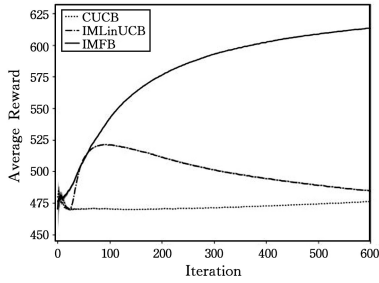


图2 节点层面的反馈模型

Fig. 2 Node-level feedback model

## 5 挑战与未来研究方向

就在线影响力最大化的研究现状来看,未来仍有很多方面有待进一步研究。

(1)利用更实际的反馈信息完成对传播模型的更新。目前的研究工作大多是基于边层面反馈数据已知的假设,基于节点层面的反馈情况尚未被深入研究。但节点层面的反馈情况是一种更为实际的反馈模型,这在产品推广的场景中直观表示为每个用户是否购买这款产品。然而,利用节点层面的反馈数据对传播模型进行更新将具有更大的挑战性,因为我们无法得知最终被激活的节点是由哪个入邻居在传播过程中的哪个时刻被激活成功的。

(2)更好地利用社交网络的结构和影响力传播的性质实现在线影响力的最大化。当前的算法通常基于固定的传播模型,使用影响力最大化算法作为离线神谕,通过与社交网络交互来获取反馈数据,并没有更好地将社交网络的结构与影响力传播的其他性质利用起来。文献[31]引入了网络的分类性,将每条边的激活概率分解为起点的影响倾向与终点的接受倾向,大大降低了计算和采样的复杂度,使得每条边的概率更容易被学习。这种激活概率的表示方式也更具现实意义。在求解在线影响力最大化问题时,社交网络与影响力传播的其他性质是否可以被更好地利用,还需继续探索。

(3)在其他影响力传播模型上求解在线影响力最大化问题。已有的研究工作绝大多数是基于独立级联模型展开,那么在其他模型上如何求解在线影响力最大化问题?模型的参数如何选取,以及如何利用反馈数据对模型参数进行更新?这些问题仍需进一步探讨。从更通用的角度来看,可以考虑不再基于某个特定的影响力传播模型,而设计能够在未知影响力传播模型的情况下求解在线影响力最大化问题的算法并对其进行分析。

(4)对已有的算法及其分析进行改进。已有的算法设计是否还有改进的空间?算法的遗憾值上界能否通过对算法分析的改进而进一步降低?这些问题仍待深入研究。

**结束语** 本文首先介绍了常用的影响力传播模型,归纳了离线情形常见的影响力最大化算法;随后,给出了在线学习的框架,讨论了基于此框架的在线影响力最大化问题,详述了

近些年该问题的研究进展,并在实验中对比了常见的在线影响力最大化算法。相比离线情形,在线影响力最大化考虑了更加实际的情况,也有着更为广泛的应用场景。作为一个活跃的研究领域,该课题仍有很多方向有待深入探索和研究。

## 参考文献

- [1] KEMPE D, KLEINBERG J M, TARDOS É. Maximizing the spread of influence through a social network[J]. *Theory of Computing*, 2015, 11(4): 105-147.
- [2] CENTOLA D, MACY M. Complex contagion and the weakness of long ties[J]. *American Journal of Sociology*, 2007, 113(3): 702-734.
- [3] WANG C, CHEN W, WANG Y. Scalable influence maximization for independent cascade model in large-scale social networks[J]. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 2012, 25(3): 545-576.
- [4] CHEN W, YUAN Y, ZHANG L. Scalable influence maximization in social networks under the linear threshold Model[C]// *Proceedings of the 10th IEEE International Conference on Data Mining (ICDM)*. 2010: 88-97.
- [5] CHEN W, LAKSHMANAN L V S, CASTILLO C. Information and Influence Propagation in Social Networks[M]. Morgan & Claypool Publishers, 2013.
- [6] LESKOVEC J, KRAUSE A, GUESTIN C, et al. Cost-effective outbreak detection in networks[C]// *Proceedings of the 13th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD)*. 2007: 420-429.
- [7] GOYAL A, LU W, LAKSHMANAN L V S. CELF++: Optimizing the greedy algorithm for influence maximization in social networks (poster entry)[C]// *Proceedings of the 20th International World Wide Web Conference (WWW)*. 2011: 47-48.
- [8] KIMURA M, SAITO K, NAKANO R. Extracting influential nodes for information diffusion on a social network[C]// *Proceedings of the 22nd AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI)*. 2007: 1371-1376.
- [9] CHEN W, WANG Y, YANG S. Efficient influence maximization in social networks[C]// *Proceedings of the 15th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD)*. 2009: 199-208.
- [10] GOYAL A, LU W, LAKSHMANAN L V S. SIMPATH: An efficient algorithm for influence maximization under the linear threshold model[C]// *Proceedings of the 11th IEEE International Conference on Data Mining (ICDM)*. 2011: 211-220.
- [11] JUNG K, HEO W, CHEN W. IRIE: Scalable and robust influence maximization in social networks[C]// *Proceedings of the 12th IEEE International Conference on Data Mining (ICDM)*. 2012: 918-923.
- [12] KIM J, KIM S K, YU H. Scalable and parallelizable processing of influence maximization for large-scale social networks[C]// *Proceedings of the 29th IEEE International Conference on Data Engineering (ICDE)*. 2013: 266-277.
- [13] WANG Y, CONG G, SONG G, et al. Community-based greedy algorithm for mining top-K influential nodes in mobile social networks[C]// *Proceedings of the 16th ACM SIGKDD Interna-*

- tional Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD). 2010:1039-1048.
- [14] JIANG Q, SONG G, CONG G, et al. Simulated annealing based influence maximization in social networks[C]// Proceedings of the 25th AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI). 2011:127-132.
- [15] BORGS C, BRAUTBAR M, CHAYES J, et al. Maximizing social influence in nearly optimal time[C]// Proceedings of the 25th ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA). 2014:946-957.
- [16] TANG Y, XIAO X, SHI Y. Influence maximization: near-optimal time complexity meets practical efficiency[C]// Proceedings of ACM SIGMOD Conference (SIGMOD). 2014:75-86.
- [17] TANG Y, SHI Y, XIAO X. Influence maximization in near-linear time: A martingale approach[C]// Proceedings of ACM SIGMOD Conference (SIGMOD). 2015:1539-1554.
- [18] CHEN W. An issue in the martingale analysis of the influence maximization algorithm IMM[J]. arXiv:1808.09363, 2018.
- [19] NGUYEN H T, THAI M T, DINH T N. Stop-and-Stare: Optimal sampling algorithms for viral marketing in billion-scale networks[C]// Proceedings of the 2016 International Conference on Management of Data (SIGMOD). 2016:695-710.
- [20] NGUYEN H T, NGUYEN T P, PHAN N H, et al. Importance sketching of influence dynamics in billion-scale networks[C]// Proceedings of the 2017 IEEE International Conference on Data Mining (ICDM). 2017.
- [21] AUDIBERT J-Y, BUBECK S, LUGOSI G. Minimax policies for combinatorial prediction games[C]// Proceedings of the 24th Annual Conference on Learning Theory (COLT). 2011.
- [22] LEI S, MANIU S, MO L, et al. Online influence maximization [C]// Proceedings of the 21th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD). 2015:645-654.
- [23] CHEN W, WANG Y, YUAN Y, et al. Combinatorial multi-armed bandit and its extension to probabilistically triggered arms [J]. Journal of Machine Learning Research, 2016, 17(50):1-33.
- [24] AUER P, CESA-BIANCHI N, FISCHER P. Finite-time analysis of the multiarmed bandit problem[J]. Machine Learning Journal, 2002, 47(2/3):235-256.
- [25] WANG Q, CHEN W. Improving regret bounds for combinatorial semi-bandits with probabilistically triggered arms and its applications[C]// Proceedings of the 30th Annual Conference on Neural Information Processing Systems (NeurIPS). 2017.
- [26] WEN Z, KVETON B, VALKO M, et al. Online influence maximization under independent cascade model with semi-bandit feedback[C]// Proceedings of the 30th Annual Conference on Neural Information Processing Systems (NeurIPS). 2017.
- [27] WU Q Y, LI Z G, WANG H Z, et al. Factorization Bandits for Online Influence Maximization [C]// Proceedings of the 25th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD). 2019: 636-646.
- [28] VASWANI S, LAKSHMANAN L V S, SCHMIDT M. Influence maximization with bandits[C]// NIPS Workshop on Networks in the Social and Information Sciences. 2015.
- [29] BAO Y X, WANG X K, WANG Z, et al. Online influence maximization in non-stationary social networks [C]// IEEE/ACM 24th International Symposium on Quality of Service (IWQoS). 2016.
- [30] VASWANI S, KVETON B, WEN Z, et al. Diffusion independent semi-bandit influence maximization[C]// Proceedings of the 34th International Conference on Machine Learning (ICML). 2017.
- [31] CARPENTIER A, VALKO M. Revealing graph bandits for maximizing local influence[C]// International Conference on Artificial Intelligence and Statistics. 2016.
- [32] LUGOSI G, NEU G, OLKHOVSKAYA J. Online influence maximization with local observations[C]// Proceedings of the 30th International Conference on Algorithmic Learning Theory. 2019:557-580.
- [33] AUER P, CESA-BIANCHI N, FREUND Y, et al. The non-stochastic multi-armed bandit problem[J]. SIAM Journal on Computing, 2002, 32(1):48-77.
- [34] LINT, LI J, CHEN W. Stochastic Online Greedy Learning with Semi-bandit Feedbacks [C]// Proceedings of the 28th Annual Conference on Neural Information Processing Systems (NeurIPS). 2015:352-360.
- [35] LICHAO S, WEIRAN H, PHILIP S Y, et al. Multi-Round Influence Maximization [C]// Proceedings of the 24th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD). 2018: 2249-2258.



**KONG Fang**, born in 1998, undergraduate. Her main research interests include online influence maximization and so on.



**LI Shuai**, born in 1988, Ph.D, assistant professor. Her main research interests include multi-armed bandit, online learning, statistical learning, reinforcement learning, machine learning and bioinformatics.