计算机科学
COMPUTER SCIENCE
http://www.jsjkx.com
DOI:10.11896/jsjkx.200200052

分级论辩系统的逻辑研究

谭立兴[1,2]　王福俊[1]
1 南京航空航天大学计算机科学与技术学院　南京 211106
2 南京理工大学泰州科技学院　江苏 泰州 225300

摘　要　近年来,形式论证已逐渐成为人工智能领域的研究热点之一。自 Dung 于 1995 年提出抽象辩论框架起,学术界普遍认为论辩的核心任务是在各种基于外延的语义下对论点集进行评估,以确定其辩护状态。分级论辩系统(Graded Argumentation System,GAS)是对经典 Dung 型论辩系统(Dung-style Argumentation System,DAS)的推广,通过一般化 DAS 语义的两个核心性质,即无冲突性和可接受性,来提供更细化的论点状态概念。当前的论辩系统语义等效性研究主要集中在框架和论点层次上,可为其结构约简提供有力的保证。针对两个不同分级论辩系统中论点的语义等效问题,首先运用分级模态逻辑(Graded Modal Logic,GML)形式化分级论辩系统的片段,然后建立并证明了分级论辩系统基于外延的语义和 GML 公式之间的一一对应关系,最后定义分级互模拟关系并证明其蕴含分级论辩系统的 4 个重要的语义等价性。

关键词:形式论证;DAS;分级论辩系统;GML;分级互模拟
中图法分类号　TP181

On Logic of Graded Argumentation System

TAN Li-xing[1,2] and WANG Fu-jun[1]
1 College of Computer Science and Technology,Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,Nanjing 211106,China
2 Taizhou Institute of Science and Technology,Nanjing University of Science and Technology,Taizhou,Jiangsu 225300,China

Abstract　In recent years,formal argumentation has gradually become one of the research hotspots in the field of artificial intelligence. Since Dung put forward the abstract argumentation framework in 1995,it is generally accepted in the academic circles that the core task of argumentation is to evaluate a set of arguments under various extension-based semantics,so as to determine their justification status. Graded argumentation system(GAS) is a generalization of the classical Dung-style Argumentation System (DAS),which provides a more fine-grained notion of argument status by generalizing the two core principles of DAS semantics, conflict-free and acceptability. The current research on semantic equivalence of argumentation system mainly focuses on the framework and argument level,which can provide powerful support for its structural reduction. For the semantic equivalence of the arguments in two different graded argumentation systems,firstly,fragments of the graded argumentation system are formalized by using Graded Modal Logic (GML). Then,the one-to-one correspondence between the extension-based semantics and GML formula in graded argumentation system is established and proved. Finally,the graded bisimulation relation is defined and that it implies four prominent semantic equivalences of GAS is proved.

Keywords　Formal argumentation,DAS,Graded argumentation system,GML,Graded bisimulation

1　引言

形式论辩理论是哲学、人工智能、语言学、心理学和若干应用领域交叉的一个多学科领域[1-2]。自著名学者 Dung 提出开创性的抽象论辩框架[3](Abstract Argumentation Framework,AAF)以来,论辩系统逐渐成为人工智能领域的研究热点[4-5],并成为 *AI*,*IJAR* 和 *JAIR* 等顶级期刊以及 IJCAI,AAAI 和 KR 等顶级会议的重要主题,被广泛应用于法律推理[6]、医学[7]、电子政务[8]和工程设计[9]等领域。

论辩框架的计算模型主要分为 5 层,即结构层、关系层、对话层、评估层和修辞层[10],当前研究的热点主要集中在结构层[11]和评估层。评估层采用基于外延和基于标记两种方法对论辩框架的语义进行描述[12],如文献[13-15]对两个 DAS 的全局语义等价性进行了较为深入的研究,为 DAS 结构的约简提供了强有力的理论支撑。但是,研究两个论点(Argument)局部语义等价性的文献很少。例如,Grossi 引入模态逻辑中的互模拟(Bisimulation)概念来对论点局部语义等价性进行刻画,证明了如果两个论点的模型互模拟,则它们在无冲突(Conflict-Free)、可相容(Admissible)、完全(Complete)和稳定(Stable)等语义下不可区分[16-17]。

到稿日期:2020-02-11　返修日期:2020-04-15　本文已加入开放科学计划(OSID),请扫描上方二维码获取补充信息。
基金项目:国家自然科学基金(61602249)
This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (61602249).
通信作者:谭立兴(tanlixing@nuaa.edu.cn)

最近，Grossi 等将 DAS 的无冲突和可接受两个性质一般化，提出了 GAS[18]。针对模态逻辑不足以刻画 GAS 语义的问题，本文引入了分级模态逻辑[19]，提出了分级互模拟概念，并证明如果两个论点的模型分级互模拟，则它们在 GAS 语义下不可区分，如图 1 所示。

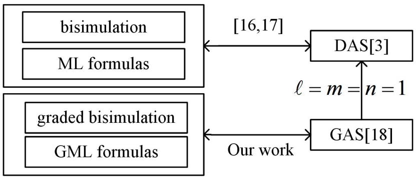

图 1　文献提纲

Fig. 1　Paper outline

本文第 2 节介绍了 DAS 和 GAS 的相关基本概念；第 3 节介绍了 GAS 的逻辑语言，主要包含论辩模型和分级模态逻辑；第 4 节首次引入分级模态逻辑对 GAS 片段进行刻画，证明了几个常见的 GAS 语义可以使用分级模态逻辑公式来表示，建立了 GAS 和 GML 公式之间的联系；第 5 节定义了论点间的分级互模拟关系，并证明了在该关系下常见的 GAS 语义不可区分。

2　基本概念

本节回顾了 DAS 的相关基本概念和 GAS 的相关基本概念，本节所有定义及性质都来自文献[3,18]。为了更清晰地描述相关数学概念，约定 A，B 等大写字母表示集合，a，b 等小写字母表示集合里的元素。

定义 1　一个抽象辩论框架 AF 定义为一个二元组 $\langle A,\rightarrowtail\rangle$，记为 $AF=\langle A,\rightarrowtail\rangle$，其中：

(1) A 为非空有限论点集；

(2) $\rightarrowtail\subseteq A\times A$ 表示论点集 A 上的攻击关系。

2.1　DAS 语义

定义 2　给定一个抽象辩论框架 $AF=\langle A,\rightarrowtail\rangle$，设 $E\subseteq A$ 是一个论点集。AF 的防御函数 $\mathscr{D}:2^A\rightarrowtail 2^A$ 定义为：

$\mathscr{D}(E)=\{a\in A\mid \forall b\in A(b\rightarrowtail a\Rightarrow \exists c\in E(c\rightarrowtail b))\}$

定义 3　令 $AF=\langle A,\rightarrowtail\rangle$ 是一个抽象辩论框架，设 $E\subseteq A$ 是一个论点集。AF 的中立函数 $\mathscr{N}:2^A\rightarrowtail 2^A$ 定义为：

$\mathscr{N}(E)=\{a\in A\mid \nexists b\in E(b\rightarrowtail a)\}$

无冲突和可接受是 DAS 中两个既简单又重要的性质，可看作 DAS 语义必须满足的最低要求。

定义 4　给定一个抽象辩论框架 $AF=\langle A,\rightarrowtail\rangle$，设 $E\subseteq A$ 是一个论点集，则：

(1) E 是无冲突的，当且仅当 $E\subseteq\mathscr{N}(E)$。

(2) E 是自我防御的，当且仅当 $E\subseteq\mathscr{D}(E)$。

(3) E 是可相容集合，当且仅当 $E\subseteq\mathscr{N}(E)$ 且 $E\subseteq\mathscr{D}(E)$。

(4) E 是完全外延，当且仅当 $E\subseteq\mathscr{N}(E)$ 且 $E=\mathscr{D}(E)$。

(5) E 是稳定外延，当且仅当 $E=\mathscr{N}(E)$。

2.2　GAS 语义

GAS 语义本质上是对 DAS 语义的一般化，主要是将 DAS 的无冲突和可接受两个元性质弱化。为了更好地刻画攻击关系的个数，需要引入 Mostowski-基数量词[19] $\exists_{\geqslant i}$ $(i<\omega)$。

定义 5　给定一个抽象辩论框架 $AF=\langle A,\rightarrowtail\rangle$，设 $E\subseteq A$ 是一个论点集，m 和 n 是两个正整数，则 AF 的分级防御函数 $\mathscr{D}_n^m:2^A\rightarrowtail 2^A$ 定义为：

$\mathscr{D}_n^m(E)=\{a\in A\mid \nexists_{\geqslant m} b\in A(b\rightarrowtail a, \nexists_{\geqslant n} c\in E(c\rightarrowtail b))\}$

如果 $a\in\mathscr{D}_n^m(E)$，则论点 a 最多有 $m-1$ 个攻击者不被 E 中至少 n 个论点反击。如图 2 所示，令 $E=\{b,c,d\}$，则 a 的攻击者只有 b 不被 E 中至少 2 个论点反击。

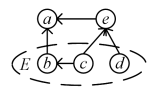

图 2　$a\in\mathscr{D}_2^2(E)$ 且 $a\in\mathscr{N}_2(E)$

Fig. 2　$a\in\mathscr{D}_2^2(E)$ and $a\in\mathscr{N}_2(E)$

定义 6　令 $AF=\langle A,\rightarrowtail\rangle$ 是一个抽象辩论框架，设 $E\subseteq A$ 是一个论点集，ℓ 是一个正整数。AF 的分级中立函数 $\mathscr{N}_\ell:2^A\rightarrowtail 2^A$ 定义为：

$\mathscr{N}_\ell(E)=\{a\in A\mid \nexists_{\geqslant\ell} b\in E(b\rightarrowtail a)\}$

如果 $a\in\mathscr{N}_\ell(E)$，则论点 a 最多有 $\ell-1$ 个攻击者在 E 中。如图 2 所示，因为 a 的其中一个攻击者 e 不在 E 中，所以此时 $\ell=2$。

GAS 语义本质上是一个函数 $\varepsilon_\sigma^g:AF\rightarrowtail 2^{2^A}$，本文主要考虑 4 种常见语义：$\ell$-无冲突、$\ell mn$-可相容集合、$\ell mn$-完全外延和 ℓmn-稳定外延，分别简写为 cf，ad，co 和 st。若无特别说明，下文统一约定 $\sigma\in\{cf,ad,co,st\}$。

定义 7　给定一个抽象辩论框架 $AF=\langle A,\rightarrowtail\rangle$，设 $E\subseteq A$ 是一个论点集，ℓ，m 和 n 是 3 个正整数，则：

(1) E 是 mn-自我防御的，当且仅当 $E\subseteq\mathscr{D}_n^m(E)$。

(2) E 是 ℓ-无冲突的(记为 $E\in\varepsilon_{cf}^g(AF)$)，当且仅当 $E\subseteq\mathscr{N}_\ell(E)$。

(3) E 是 ℓmn-可相容集合(记为 $E\in\varepsilon_{ad}^g(AF)$)，当且仅当 $E\in\varepsilon_{cf}^g(AF)$ 且 $E\subseteq\mathscr{D}_n^m(E)$。

(4) E 是 ℓmn-完全外延(记为 $E\in\varepsilon_{co}^g(AF)$)，当且仅当 $E\in\varepsilon_{cf}^g(AF)$ 且 $E=\mathscr{D}_n^m(E)$。

(5) E 是 ℓmn-稳定外延(记为 $E\in\varepsilon_{st}^g(AF)$)，当且仅当 $E=\mathscr{N}_n(E)=\mathscr{N}_m(E)\subseteq\mathscr{N}_\ell(E)$。

值得注意的是，当 $\ell=m=n=1$ 时，GAS 语义退化为 DAS 语义，即 DAS 语义是 GAS 语义的特例。

例 1　给定一个抽象辩论框架 $AF=\langle A,\rightarrowtail\rangle$，如图 3 所示，其中：

(1) $A=\{a,b,c,d,e,f,g\}$；

(2) $\rightarrowtail=\{(a,a),(a,b),(b,c),(c,d),(d,b),(c,e),(e,f),(f,e),(d,g),(g,g)\}$。

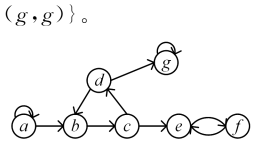

图 3　抽象辩论框架

Fig. 3　Abstract argumentation framework

若取 $\ell=m=n=1$，则该 AF 对应的 GAS 语义如下：

(1) $\varepsilon_{cf}^g(AF)=\{\varnothing,\{b\},\{c\},\{d\},\{e\},\{f\},\{b,e\},\{b,f\},\{c,f\},\{d,e\},\{d,f\}\}$；

(2) $\varepsilon_{ad}^g(AF)=\varepsilon_{co}^g(AF)=\{\varnothing,\{f\}\}$；

(3) $\varepsilon_{st}^g(AF)=\varnothing$。

3 GAS 的逻辑语言

GAS 基于外延的语义包含 3 个与攻击数目相关的参数，即 ℓ，m 和 n，3 个参数均是正整数。模态逻辑（Modal Logic，ML）无法区分任意状态的后继个数（如图 4 所示，$a \Vdash \Diamond\top$，当且仅当 $e \Vdash \Diamond\top$）。

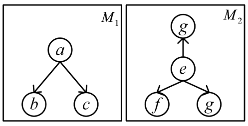

图 4 a 和 e 在 ML 下模态等价

Fig. 4 a and e are modal equivalent in ML

3.1 论辩模型

Grossi[16] 指出，如果将抽象辩论框架 AF 视为 Kripke 框架，那么在其基础上添加一个从标签集到论点集 A 子集的指派函数，就构成了一个 Kripke 模型。

定义 8[16] 给定一个原子命题集 ϕ，一个论辩模型 M 定义为一个二元组 $\langle AF,\mathscr{V}\rangle$，记为 $M=\langle AF,\mathscr{V}\rangle$，其中：

(1) $AF=\langle A,\rightarrow\rangle$ 是一个抽象辩论框架；

(2) $\mathscr{V}:\phi\rightarrow 2^A$ 是一个从 ϕ 到 A 子集的指派函数。

下文采用最常用的选择 $\phi=\{1,0,?\}$，其中标签 1 表示论点被显式接受，标签 0 表示论点被显式拒绝，标签 ? 表示该论点的接受状态尚未确定。

3.2 分级模态逻辑

Goble 首次提出分级模态逻辑[20]，引入了一个带固定数目的模态词 $\Diamond_i$，使得每个模态词 $\Diamond_i$ 和一个自然数 $i<\omega$ 对应。在分级论辩系统中，模态词 $\Diamond_i$ 可用于表达论点遭受攻击的程度。

3.2.1 语法和语义

定义 9 给定一个原子命题集 ϕ，分级模态逻辑公式的语言 $\mathscr{L}^{K^{GML}}$ 可递归定义为：

$\varphi::=p\mid(\neg\varphi)\mid(\varphi\wedge\varphi)\mid(\Diamond_i\varphi)$

其中，$p\in\phi$，其他逻辑连接词真（$\top$）、假（$\bot$）、析取（$\vee$）和蕴含（$\rightarrow$）可按标准方式由非（$\neg$）和合取（$\wedge$）定义，wff 表示所有分级模态逻辑公式组成的集合。

定义 10 给定一个论辩模型 $M=\langle AF,\mathscr{V}\rangle$，设 a 是 M 中的一个论点，则模型 (M,a) 满足公式 $\varphi\in wff$，记为 $M,a\Vdash\varphi$。其可递归定义为：

(1) $M,a\Vdash p$，当且仅当 $a\in\mathscr{V}(p)$；

(2) $M,a\Vdash\neg\varphi$，当且仅当 $M,a\nVdash\varphi$；

(3) $M,a\Vdash\varphi_1\wedge\varphi_2$，当且仅当 $M,a\Vdash\varphi_1$ 且 $M,a\Vdash\varphi_2$；

(4) $M,a\Vdash_i\Diamond\varphi$，当且仅当 $\exists_{\geqslant i}b\in A\ (b\rightarrow a,M,b\Vdash\varphi)$。

公式 φ 在模型 M 中永真，记为 $M\Vdash\varphi$，当且仅当对任意的 $a\in A$ 有 $M,a\Vdash\varphi$。论点 a 属于模型 M 中公式 φ 的外延，即 $a\in[\![\varphi]\!]_M$，当且仅当 $M,a\Vdash\varphi$。

定理 1 给定一个论辩模型 $M=\langle AF,\mathscr{V}\rangle$，设 a 是 M 中的一个论点，ℓ，m 和 n 是 3 个正整数，则以下结论成立：

(1) $M,a\Vdash\neg\Diamond_\ell\varphi\Leftrightarrow a\in\mathscr{N}_1([\![\varphi]\!]_M)$；

(2) $M,a\Vdash\Box_m\Diamond_n\varphi\Leftrightarrow a\in\mathscr{D}_n^m([\![\varphi]\!]_M)$。

证明：(1) $M,a\Vdash\neg\Diamond_\ell\varphi$

$\Leftrightarrow M,a\nVdash\Diamond_\ell\varphi$

$\Leftrightarrow\exists_{\geqslant\ell}b\in A(b\rightarrow a,M,b\Vdash\varphi)$

$\Leftrightarrow a\in\mathscr{N}_\ell([\![\varphi]\!]_M)$

(2) $M,a\Vdash\Box_m\Diamond_n\varphi$

$\Leftrightarrow M,a\Vdash\neg\Diamond_m\neg\Diamond_n\varphi$

$\Leftrightarrow\exists_{\geqslant m}b\in A(b\rightarrow a,M,b\Vdash\neg\Diamond_n\varphi)$

$\Leftrightarrow\exists_{\geqslant m}b\in A(b\rightarrow a,\exists_{\geqslant n}c(c\rightarrow b,c\in[\![\varphi]\!]_M))$

$\Leftrightarrow a\in\mathscr{D}_n^m([\![\varphi]\!]_M)$

3.2.2 公理和规则

分级模态逻辑公理化如下，其中 i 是一个正整数。

(1) 公理

1) $\alpha\rightarrow(\alpha\rightarrow\beta)$

2) $(\alpha\rightarrow(\beta\rightarrow\gamma))\rightarrow((\alpha\rightarrow\beta)\rightarrow(\alpha\rightarrow\gamma))$

3) $(\alpha\wedge\beta)\rightarrow\alpha$

4) $(\alpha\wedge\beta)\rightarrow\beta$

5) $\alpha\rightarrow(\beta\rightarrow(\alpha\wedge\beta))$

6) $\alpha\rightarrow(\alpha\vee\beta)$

7) $\beta\rightarrow(\alpha\vee\beta)$

8) $(\alpha\rightarrow\gamma)\rightarrow((\beta\rightarrow\gamma)\rightarrow((\alpha\vee\beta)\rightarrow\gamma))$

9) $(\alpha\rightarrow\beta)\rightarrow((\alpha\rightarrow\neg\beta)\rightarrow\neg\alpha)$

10) $\alpha\rightarrow(\neg\beta\rightarrow\alpha)$

11) $\alpha\vee\neg\alpha$

(K) $\Box_i(\alpha\rightarrow\beta)\rightarrow(\Box_i\alpha\rightarrow\Box_i\beta)$

(Dual) $\Diamond_i\alpha\leftrightarrow\neg\Box_i\neg\alpha$

(2) 规则

(MP) $\dfrac{\alpha,\alpha\rightarrow\beta}{\beta}$

(G) $\dfrac{\alpha}{\Box_i\alpha}$

(Substitution) $\dfrac{\alpha}{\alpha^*}$，其中 α^* 是通过将 α 中的原子命题统一替换为任意公式获得。

4 分级模态逻辑中的论辩

分级模态逻辑足以刻画 GAS 的几个基本概念，如 mn-自我防御、ℓ-无冲突、ℓmn-可相容集合、ℓmn-完全外延和 ℓmn-稳定外延。下面定义几个 GML 公式并建立它们和 GAS 语义之间的联系。

定义 11 给定一个论辩模型 $M=\langle AF,\mathscr{V}\rangle$，设 $\varphi,\psi\in wff$，ℓ，m 和 n 是 3 个正整数，则：

(1) $mnDef(\varphi,\psi)=\varphi\rightarrow\Box_m\Diamond_n\psi$；

(2) $Formula_{cf}^g(\varphi)=\varphi\rightarrow\neg\Diamond_\ell\varphi$；

(3) $Formula_{ad}^g(\varphi)=\varphi\rightarrow(\neg\Diamond_\ell\varphi\wedge\Box_m\Diamond_n\varphi)$；

(4) $Formula_{co}^g(\varphi)=(\varphi\rightarrow\neg\Diamond_\ell\varphi)\wedge(\varphi\leftrightarrow\Box_m\Diamond_n\varphi)$；

(5) $Formula_{st}^g(\varphi)=(\varphi\rightarrow\neg\Diamond_\ell\varphi)\wedge(\varphi\leftrightarrow\neg\Diamond_m\varphi)\wedge(\varphi\leftrightarrow\neg\Diamond_n\varphi)$。

定理 2 令 $M=\langle AF,\mathscr{V}\rangle$ 是一个论辩模型，设 φ 是分级模态公式，ℓ，m 和 n 是 3 个正整数，则 $[\![\varphi]\!]_M\in\varepsilon_\sigma^g(AF)$，当且仅当 $M\Vdash Formula_\sigma^g(\varphi)$。

证明：

情形 1 $\sigma=cf$。($\Rightarrow$) 令 $[\![\varphi]\!]_M\in\varepsilon_{cf}^g(AF)$。假设 $a\in[\![\varphi]\!]_M$，下面将证明 $M,a\Vdash\neg\Diamond_\ell\varphi$。因为 $[\![\varphi]\!]_M\in\varepsilon_{cf}^g(AF)$，所以由定

义 7 可知$\llbracket\varphi\rrbracket_M\subseteq\mathscr{N}_\ell(\llbracket\varphi\rrbracket_M)$，进而有 $a\in\mathscr{N}_\ell(\llbracket\varphi\rrbracket_M)$。由定理 1 可知 $M,a\Vdash\neg\Diamond_\ell\varphi$，即 $M\Vdash Formula^g_{cf}(\varphi)$。$(\Leftarrow)$令 $M\Vdash Formula^g_{cf}(\varphi)$。假设 $a\in\llbracket\varphi\rrbracket_M$，只需证明 $a\in\mathscr{N}_\ell(\llbracket\varphi\rrbracket_M)$。因为 $M\Vdash\varphi\rightarrow\neg\Diamond_\ell\varphi$，所以 $M,a\Vdash\neg\Diamond_\ell\varphi$。由定理 1 可知 $a\in\mathscr{N}_\ell(\llbracket\varphi\rrbracket_M)$，进而有$\llbracket\varphi\rrbracket_M\subseteq\mathscr{N}(\llbracket\varphi\rrbracket_M)$，即$\llbracket\varphi\rrbracket_M\in\varepsilon^g_{cf}(AF)$。

情形 2 $\sigma=ad$。$(\Rightarrow)$令$\llbracket\varphi\rrbracket_M\in\varepsilon^g_{ad}(AF)$。假设 $a\in\llbracket\varphi\rrbracket_M$，只需验证 $M,a\Vdash\neg\Diamond_\ell\varphi\wedge\Box_m\Diamond_n\varphi$。因为$\llbracket\varphi\rrbracket_M\in\varepsilon^g_{ad}(AF)$，所以由定义 7 可知$\llbracket\varphi\rrbracket_M\subseteq\mathscr{N}(\llbracket\varphi\rrbracket_M)$且$\llbracket\varphi\rrbracket_M\subseteq\mathscr{D}^m_n(\llbracket\varphi\rrbracket_M)$，进而有$a\in\mathscr{N}_\ell(\llbracket\varphi\rrbracket_M)\cap\mathscr{D}^m_n(\llbracket\varphi\rrbracket_M)$。由定理 1 可知 $M,a\Vdash\neg\Diamond_\ell\varphi\wedge\Box_m\Diamond_n\varphi$，即 $M\Vdash Formula^g_{ad}(\varphi)$。$(\Leftarrow)$令 $M\Vdash Formula^g_{ad}(\varphi)$。假设 $a\in\llbracket\varphi\rrbracket_M, a\in\mathscr{N}_\ell(\llbracket\varphi\rrbracket_M)$，证明过程和情形 1 相同，只需验证 $a\in\mathscr{D}^m_n(\llbracket\varphi\rrbracket_M)$。因为 $M\Vdash\varphi\rightarrow\Box_m\Diamond_n\varphi$，所以 $M,a\Vdash\Box_m\Diamond_n\varphi$。由定理 1 可知 $a\in\mathscr{D}^m_n(\llbracket\varphi\rrbracket_M)$，即$\llbracket\varphi\rrbracket_M\in\varepsilon^g_{ad}(AF)$。

情形 3 $\sigma=co$。$(\Rightarrow)$令$\llbracket\varphi\rrbracket_M\in\varepsilon^g_{co}(AF)$。假设 $a\in\llbracket\varphi\rrbracket_M$，只需验证 $M,a\Vdash\neg\Diamond_\ell\varphi\wedge\Box_m\Diamond_n\varphi$，其余部分证明和情形 2 相同。假设 $M,b\Vdash\Box_m\Diamond_n\varphi$，由定理 1 可知 $b\in\mathscr{D}^m_n(\llbracket\varphi\rrbracket_M)$。因为$\llbracket\varphi\rrbracket_M\in\varepsilon^g_{co}(AF)$，所以由定义 7 可知$\llbracket\varphi\rrbracket_M=\mathscr{D}^m_n(\llbracket\varphi\rrbracket_M)$，进而有 $M,b\Vdash\varphi$，即 $M\Vdash\Box_m\Diamond_n\varphi\rightarrow\varphi$。$(\Leftarrow)$令 $M\Vdash Formula^g_{co}(\varphi)$。只需验证$\llbracket\varphi\rrbracket_M\supseteq\mathscr{D}^m_n(\llbracket\varphi\rrbracket_M)$，其余部分的证明与情形 2 相同。假设 $b\in\mathscr{D}^m_n(\llbracket\varphi\rrbracket_M)$，由定理 1 可知 $M,b\Vdash\Box_m\Diamond_n\varphi$。因为 $M\Vdash\Box_m\Diamond_n\varphi\rightarrow\varphi$，所以 $b\in\llbracket\varphi\rrbracket_M$，进而有$\llbracket\varphi\rrbracket_M\supseteq\mathscr{D}^m_n(\llbracket\varphi\rrbracket_M)$。

情形 4 $\sigma=st$。详细证明过程见 OSID 码。

引理 1 给定一个论辩模型 $M=\langle AF,\mathscr{V}\rangle$，设 ℓ，m 和 n 是 3 个正整数。如果 $M\Vdash Formula^g_{st}(\varphi)$，那么 $M\Vdash Formula^g_{co}(\varphi)$。

证明：令 $M\Vdash Formula^g_{st}(\varphi)$。根据定义 11，要证明 $M\Vdash Formula^g_{co}(\varphi)$，只需验证 $M\Vdash\varphi\leftrightarrow\Box_m\Diamond_n\varphi$。先证 $M\Vdash\varphi\rightarrow\Box_m\Diamond_n\varphi$。令 $M\Vdash\varphi$，(反证法)假设$\exists a(M,a\Vdash\varphi, M,a\Vdash\neg\Box_m\Diamond_n\varphi)$。根据定义 10 可推出$\exists_{\geqslant m}b\in A\ (b\rightarrow a, M,b\Vdash\neg\Diamond_n\varphi)$。因为 $M\Vdash\varphi\leftrightarrow\neg\Diamond_n\varphi$，所以 $M,b\Vdash\varphi$，进而有 $M,a\Vdash\Diamond_m\varphi$；又因为 $M\Vdash\varphi\leftrightarrow\neg\Diamond_m\varphi$，所以 $M,a\Vdash\neg\varphi$。这与 $M,a\nVdash\varphi$ 相矛盾。再证 $M\Vdash\Box_m\Diamond_n\varphi\rightarrow\varphi$。(反证法)假设$\exists a(M,a\Vdash\Box_m\Diamond_n\varphi, M,a\nVdash\varphi)$。根据定义 10 可知$\exists_{\geqslant m}b\in A(b\rightarrow a, M,b\Vdash\neg\Diamond_n\varphi)$。因为 $M\Vdash\varphi\leftrightarrow\neg\Diamond_n\varphi$，所以 $M,b\Vdash\varphi$，进而有 $M,a\Vdash\neg\Diamond_m\varphi$。因为 $M\Vdash\varphi\leftrightarrow\neg\Diamond_m\varphi$，所以 $M,a\Vdash\varphi$。这与 $M,a\nVdash\varphi$ 相矛盾。综上所述，$M\Vdash Formula^g_{co}(\varphi)$。

推论 1 给定一个论辩模型 $M=\langle AF,\mathscr{V}\rangle$，设 ℓ，m 和 n 是 3 个正整数。如果 $M\Vdash Formula^g_{st}(\varphi)$，那么 $M\Vdash Formula^g_{ad}(\varphi)$。

证明：由引理 1 和定义 11 可直接得到结论。

定义 12 给定一个论辩模型 $M=\langle AF,\mathscr{V}\rangle$，设 $\varphi,\psi\in wff$，ℓ，m 和 n 是 3 个正整数。我们称 ψ 是 φ 的语义后承(记为 $\varphi\Vdash\psi$)，当且仅当"如果 $M\Vdash\varphi$，那么 $M\Vdash\psi$"。

定义 11 和定理 2 建立了 GAS 语义和 GML 公式之间的对应关系，每个 GAS 语义都对应一个 GML 公式。由定义 12、引理 1、推论 1 可知，GAS 语义之间的包含关系对应于 GML 公式之间的后承关系，如图 5 所示。

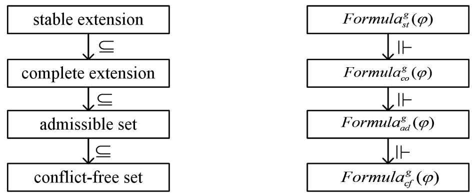

图 5 GAS 语义和 GML 公式分层

Fig. 5 GAS semantics and GML formula layering

5 GAS 中论点的不可区分性

在模型层次上，De Rijke 提出的分级互模拟(Graded Bisimulation)[21]是研究分级模态逻辑的重要工具。在分级论辩系统中引入该工具有助于定义论点间的互模拟关系。如果两个论点分级互模拟，则它们在 ℓ-无冲突、ℓmn-可相容、ℓmn-完全和 ℓmn-稳定等 GAS 语义下不可区分。

5.1 论点的 GAS 语义等价

第 4 节建立了 GAS 的 4 个基于外延的语义和 GML 公式之间的对应关系。因此，根据定理 2，两个论点的语义等价需要建立在以 φ 为特征公式的前提下。

定义 13 令 M_1 和 M_2 是两个论辩模型，如果"对任意的 $\alpha\in wff$ 和 $M_1,a_1\Vdash\alpha$，当且仅当 $M_2,a_2\Vdash\alpha$"，则称论点 a_1 和 a_2 分级模态等价，记为 $M_1,a_1\underline{\leftrightsquigarrow}_g M_2,a_2$。

定义 14 令 M_1 和 M_2 是两个论辩模型，设 $\varphi\in wff$。如果"$M_1,a_1\Vdash\varphi\wedge Formula^g_\sigma(\varphi)$，当且仅当 $M_2,a_2\Vdash\varphi\wedge Formula^g_\sigma(\varphi)$"，则称论点 a_1 和 a_2 关于语义 σ 等价，记为 $M_1,a_1\overline{\sim}_\sigma M_2,a_2$。

引理 2 令 M_1 和 M_2 是两个论辩模型，设 $a_1\in M_1$ 和 $a_2\in M_2$ 是两个论点。如果 $M_1,a_1\underline{\leftrightsquigarrow}_g M_2,a_2$，则 $M_1,a_1\overline{\sim}_\sigma M_2,a_2$。

证明：根据$\underline{\leftrightsquigarrow}_g$ 和$\overline{\sim}_\sigma$ 的定义可直接得到结论。

5.2 分级互模拟

为了更好地描述 GAS 中分级互模拟的概念，如果论点集 E 中的每一个论点都攻击论点 a，那么将其标记为 $E\rightarrow a$。

定义 15 令 $M_1=\langle A_1,\rightarrow_1,\mathscr{V}_1\rangle$ 和 $M_2=\langle A_2,\rightarrow_2,\mathscr{V}_2\rangle$ 是两个论辩模型。M_1 和 M_2 之间的分级互模拟关系是一个元组 $Z=\langle Z_1,Z_2,\cdots,Z_i,\cdots\rangle(i<\omega)$，满足以下条件：

(1)$Z_1\neq\emptyset$；

(2)$Z_i\subseteq 2^{A_1}\times 2^{A_2}$；

(3)如果 $E_1Z_iE_2$，则$|E_1|=|E_2|=i$；

(4)如果$\{a_1\}Z_1\{a_2\}$，则对所有原子命题 $p\in\phi$，$a_1\in\mathscr{V}_1(p)$，当且仅当 $a_2\in\mathscr{V}_2(p)$；

(5)如果$\{a_1\}Z_1\{a_2\}$且 $E_1\rightarrow_1 a_1(|E_1|=i\geqslant 1)$，则$\exists E_2\in 2^{A_2}(E_2\rightarrow_2 a_2, E_1Z_iE_2)$；

(6)如果$\{a_1\}Z_1\{a_2\}$且 $E_2\rightarrow_2 a_2(|E_2|=i\geqslant 1)$，则$\exists E_1\in 2^{A_1}(E_1\rightarrow_1 a_1, E_1Z_iE_2)$；

(7)如果 $E_1Z_iE_2$，则：

1)$\forall a_1\in E_1\exists a_2\in E_2(\{a_1\}Z_1\{a_2\})$；

2)$\forall a_2\in E_2\exists a_1\in E_1(\{a_1\}Z_1\{a_2\})$。

如果 M_1 和 M_2 之间存在一个分级互模拟关系 Z 且$\{a_1\}$

$Z_1\{a_2\}$，则称论点 a_1 和 a_2 互模拟，记为 $Z:M_1,a_1\sim_g M_2,a_2$。

定理 3 令 $M_1=\langle A_1,\to_1,\mathscr{V}_1]$和 $M_2=[A_2,\to_2,\mathscr{V}_2]$是两个论辩模型，设 $a_1\in M_1$ 和 $a_2\in M_2$ 是两个论点。如果 M_1，$a_1\sim_g M_2,a_2$，则 $M_1,a_1 \leftrightsquigarrow_g M_2,a_2$。

证明：令 $M_1,a_1\sim_g M_2,a_2$ 且 $\varphi\in wff$。关于公式 φ 的结构复杂度归纳证明。根据 φ 的 BNF 范式，主要有以下形式：$p,\neg\alpha,\alpha\wedge\beta,\Diamond_i\alpha$。

情形 1 $\varphi=p,M_1,a_1\Vdash p\Leftrightarrow a_1\in\mathscr{V}_1(p)\Leftrightarrow a_2\in\mathscr{V}_2(p)\Leftrightarrow M_2,a_2\Vdash p$。

情形 2 $\varphi=\neg\alpha,M_1,a_1\Vdash\neg\alpha\Leftrightarrow M_1,a_1\nVdash\alpha\Leftrightarrow(\mathrm{IH})M_2,a_2\nVdash\alpha\Leftrightarrow M_2,a_2\Vdash\neg\alpha$。

情形 3 $\varphi=\alpha\wedge\beta,M_1,a_1\Vdash\alpha\wedge\beta\Leftrightarrow M_1,a_1\Vdash\alpha$ 且 $M_1,a_1\Vdash\beta\Leftrightarrow(\mathrm{IH})M_2,a_2\Vdash\alpha$ 且 $M_2,a_2\Vdash\beta\Leftrightarrow M_2,a_2\Vdash\alpha\wedge\beta$。

情形 4 $\varphi=\Diamond_i\alpha,M_1,a_1\Vdash\Diamond_i\alpha\Leftrightarrow\exists_{\geqslant i}b_1\in A_1(b_1\to_1 a_1,M_1,b_1\Vdash\alpha)\Leftrightarrow(\mathrm{IH})\exists_{\geqslant i}b_2\in A_2(b_2\to_2 a_2,M_2,b_2\Vdash\alpha)\Leftrightarrow M_2,a_2\Vdash\Diamond_i\alpha$。

推论 2 令 M_1 和 M_2 是两个论辩模型，设 $a_1\in M_1$ 和 $a_2\in M_2$ 是两个论点。如果 $M_1,a_1\sim_g M_2,a_2$，则 $M_1,a_1\eqsim_\sigma M_2,a_2$。

证明：由引理 2 和定理 3 可直接得到结论。

结束语 本文从论辩系统的论点出发，研究基于外延的语义等效问题，主要贡献如下：

(1)首次引入 GML，形式化 GAS 的几个基本概念，即 mn-自我防御、ℓ-无冲突、ℓmn-可相容集合、ℓmn-完全外延和 ℓmn-稳定外延，如定义 11 所示。

(2)定理 1 建立了分级防御函数 $\mathscr{D}_n^m$、分级中立函数 $\mathscr{N}_\ell$ 和 GML 公式$\Box_m\Diamond_n\varphi$、$\neg\Diamond_\ell\varphi$ 之间的联系，进而在定理 2 中建立了定义 11 定义的 $Formula_\sigma^g(\varphi)$ 和 GAS 语义之间的对应关系。

(3)定义 15 给出了任意两个论辩模型之间的分级互模拟关系。由推论 2 可知：如果两个论点互模拟，则它们在 cf，ad，co 和 st 语义下不可区分。

未来，我们将结合 μ 演算和高阶逻辑来进一步研究 GAS 的 ℓmn-优先外延(preferred extension)、ℓmn-基外延(grounded extension)和 ℓmn-半稳定外延(semi-stable extension)等其他语义。

参 考 文 献

[1] GAGGL S A, LINSBICHLER T, MARATEA M, et al. Design and Results of the Second International Competition on Computational Models of Argumentation[J]. Artificial Intelligence, 2020, 279: 103193.

[2] FERMÉ E, SIMARI G R. Introduction to the special issue on belief revision, argumentation, ontologies, and norms[J]. Annals of Mathematics and Artificial Intelligence, 2019, 87(3): 185-186.

[3] DUNG P M. On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming and n-person games[J]. Artificial Intelligence, 1995, 77(2): 321-357.

[4] BENCH-CAPON T J M, DUNNE P E. Argumentation in artificial intelligence[J]. Artificial Intelligence, 2007, 171(10/11/12/13/14/15): 619-641.

[5] LIAO B S. Dynamics of Argumentation Systems and Its Research Development[J]. Journal of Software, 2012, 23(11): 2871-2884.

[6] PRAKKEN H, SARTOR G. Law and logic: A review from an argumentation perspective[J]. Artificial Intelligence, 2015, 227: 214-245.

[7] HUNTER A, WILLIAMS M. Aggregating evidence about the positive and negative effects of treatments[J]. Artificial Intelligence in Medicine, 2012, 56(3): 173-190.

[8] SCHNEIDER J, GROZA T, PASSANT A. A review of argumentation for the social semantic web[J]. Semantic Web, 2013, 4(2): 159-218.

[9] BARONI P, ROMANO M, TONI F, et al. Automatic evaluation of design alternatives with quantitative argumentation[J]. Argument & Computation, 2015, 6(1): 24-49.

[10] ATKINSON K, BARONI P, GIACOMIN M, et al. Towards artificial argumentation[J]. AI Magazine, 2017, 38(3): 25-36.

[11] BESNARD P, GARCIA A, HUNTER A, et al. Introduction to structured argumentation[J]. Argument & Computation, 2014, 5(1): 1-4.

[12] BARONI P, CAMINADA M, GIACOMIN M. An introduction to argumentation semantics[J]. The Knowledge Engineering Review, 2011, 26(4): 365-410.

[13] OIKARINEN E, WOLTRAN S. Characterizing strong equivalence for argumentation frameworks[J]. Artificial intelligence, 2011, 175(14/15): 1985-2009.

[14] BAUMANN R, DVOČÁK W, LINSBICHLER T, et al. A general notion of equivalence for abstract argumentation[J]. Artificial Intelligence, 2019, 275: 379-410.

[15] BAUMANN R. Normal and strong expansion equivalence for argumentation frameworks[J]. Artificial Intelligence, 2012, 193: 18-44.

[16] GROSSI D. On the logic of argumentation theory [C]// Proceedings of the 9th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems. 2010: 409-416.

[17] GROSSI D. Abstract argument games via modal logic[J]. Synthese, 2013, 190(1): 5-29.

[18] GROSSI D, MODGIL S. On the graded acceptability of arguments in abstract and instantiated argumentation[J]. Artificial Intelligence, 2019, 275: 138-173.

[19] MA M H. Toward Model-Theoretic Modal Logics[J]. Studies in Logic, 2009, 2(1): 62-77.

[20] GOBLE L F. Grades of modality[J]. Logique et Analyse, 1970, 13(51): 323-334.

[21] DE RIJKE M. A note on graded modal logic[J]. Studia Logica, 2000, 64(2): 271-283.

TAN Li-xing, born in 1987, Ph. D student, lecturer. His main research interests include artificial intelligence and logic in computer science.