

角度域任意功率谱 MIMO 信道特征计算

陈 钱¹ 周 杰¹ 邵根富²

1 南京信息工程大学电子与信息工程学院 南京 210044

2 杭州电子科技大学自动化学院 杭州 310018

(chenqin_127@163.com)

摘 要 针对任意散射环境信道,文中提出基于角度域任意功率谱 PDF 的基函数采样近似拟合算法,并以小角度扩展拟合等效大角度域扩展,计算并导出各种拟合以及实测数据情况下的无线信道衰落相关性(Spatial Fading Correlation, SFC)特征,重建了 MIMO 多输入多输出系统的信道参数模型。首先,研究小角度扩展功率谱 PDF 在 Sinc 分布、高斯分布以及拉普拉斯分布下的 SFC 闭合表达式,以基于任意角度域采样拟合方法来简化近似评估模型;然后,以常见的信道 Von Mises 分布数据为参考,拟合获取其在角度域下 MIMO 多天线 SFC 近似简化解;最后,通过计算和仿真实验得出近似算法在特定条件下具有很好的拟合度,详细讨论了大角度扩展模型中的基函数采样数目和加权系数的选取依据及其拟合精度。结果表明,文中所提计算方法可准确地拟合对 MIMO 多天线系统分析时的适用性和计算效率,能降低理论计算的复杂性,可满足实际信道建模及 Massive MIMO 阵列设计的精度需求,且可提高性能和计算效率。

关键词: MIMO;功率谱 PDF;信道衰落相关性;近似拟合法;小角度扩展/大角度扩展

中图分类号 TN911

MIMO Channels with Arbitrary AoA Power Spectrum for Various Wireless Environments

CHEN Qian¹, ZHOU Jie¹ and SHAO Gen-fu²

1 School of Electronic and Information, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China

2 School of Automation, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China

Abstract For wireless environments, this paper proposes an approximate algorithm for the arbitrary AoA power spectrum, which is to expand for the large-angle AoA PDF with small angles approximation, calculates and derives the fading correlation of wireless channel in the case of various fittings and measured data, then reconstructs the channel model of the MIMO for special environments, by using spatial fading correlation (SFC). Firstly, it investigates in depth the approximate algorithm and its complexity in SFC of multi-antenna arrays with small AoA angles under Gaussian and Laplace distributions, which are capable of Macrocell and Microcell. Secondly, the common channel Von Mises distribution data are used as a reference to obtain their MIMO multi-antenna SFC approximation simplifications in the angular domain. The calculation and simulation experiments show that the approximate method has a good fitting under certain conditions. The selection of the number of samples and the weighting coefficient in the large-angle expansion model and its fitting accuracy are discussed in detail. Furthermore, a method is used to quantify the applicability and calculation efficiency while analyzing the massive MIMO antenna array. Therefore, the proposed method has a good approximation, and can greatly reduce computational complexity.

Keywords MIMO, Power spectrum, Fading channel correlation, Approximate algorithm, Angle spread

1 引言

在无线通信资源日趋紧张的情况下,多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)多天线收发技术已经实现了在固定宽带无线接入中的应用,并快速向 Massive MIMO 系统应用扩展^[1-3]。由于 MIMO 多天线技术可通过 OFDM 等复用技术明显提高信道数据传输速率和分集性能,

在理想状态下可成倍地提高信道容量,且不需要额外占用信道频谱,使得 MIMO 在商业中逐步得到开发和研究,并逐步向 Massive MIMO 发展。Massive MIMO 多天线收发技术已经得到广泛应用,并将成为未来 5G 系统的关键核心技术^[4-6]。贝尔实验室的科学家 Marzetta 针对时分双工 TDD 系统,在各基站配置无限根天线的条件下,研究了多用户 MIMO 技术,并提出了 Massive MIMO 的概念。相比传统的

到稿日期:2019-05-06 返修日期:2019-07-19 本文已加入开放科学计划(OSID),请扫描上方二维码获取补充信息。

基金项目:国家自然科学基金面上项目(61771248,61471153);江苏省信息与通信工程优势学科建设项目

This work was supported by the General Program of National Natural Science Foundation of China(61771248,61471153); a project funded by the priority academic program development of the Jiangsu higher education institutions.

通信作者:周杰(zhoujie@nuist.edu.cn)

MIMO 技术, Massive MIMO 的好处主要体现在: 1) 与传统 MIMO 相比, 大规模 MIMO 的空间分辨率显著增强, 能深度挖掘空间维度资源; 2) 大规模 MIMO 可将波束集中在非常窄的范围内, 从而大幅度降低干扰; 3) 当天线数足够大时, 简单的线性检测器也可获得接近最优的性能, 且噪声和不相关干扰可忽略不计。正是由于这些优势, 在 5G 系统中, Massive MIMO 的应用被寄予厚望, 可成为支撑新一代宽带绿色无线系统的核心技术之一^[7-9]。

无线信道是移动通信系统研究的基础, 也给研究中的系统链路级仿真、样机测试以及标准制定提供了理论基础, 因此无线信道的建立需要尽量符合实际数据。大量研究表明, MIMO 多天线系统的性能取决于其多径信道矩阵的秩, 而信道矩阵的秩依赖于天线端口处信号的空间衰落相关性。随着移动通信技术的发展以及 Macrocell 和 Microcell 等宏区和微区的实际应用, 很多研究在单一簇信号波达信号分布函数^[10]的基础上, 采用射线追踪算法和包算法等进行信道建模。但是无线信道环境更加具有多样性和复杂性, 近年空间散射体分布模型下的信道模型得到了广泛关注^[11-18], 其能够完整地描述物理传播信道, 使之更利于拟合多种复杂的实际信道环境。因此, 已有大量关于无线信道环境对 MIMO 多天线阵元衰落 SFC 的影响的研究。文献^[11-13]研究了波达信号的功率谱 PDF 为均匀分布和拉普拉斯分布等情况下的线阵阵 (Uniform Linear Array, ULA) 或矩形阵的多径衰落信号 SFC, 对建立 MIMO 多系统模型具有重要的实际意义。文献^[14-16]分析了分集接收中的分集增益效果与空间衰落相关性的关系, 以及相关的小角度扩展近似拟合。文献^[17-18]利用了级数以及复杂积分来计算 Massive MIMO 紧凑空间阵元系统的衰落相关性。以上研究均以假设功率谱 PDF 确定式来拟合 Macrocell 和 Microcell 区, 而现实情况下的复杂组合以及在任意功率谱 PDF 分布拟合算法等还缺乏相关的分析和研究。现有的关于多类簇组合波达信号功率谱 PDF 分布以及以实测环境信道数据为依据的 MIMO 衰落相关性的数值计算与仿真研究更是少之又少。因此, 针对这些问题, 本文提出基于角度域任意功率谱 PDF 的近似拟合算法, 并以小角度扩展拟合等效大角度域扩展, 计算并导出各种拟合以及实测数据情况下的无线信道衰落相关性 SFC, 重建了 MIMO 信道参数模型。本文的主要贡献有: 1) 导出小角度扩展功率谱 PDF 在 Sinc、高斯分布以及拉普拉斯分布下的 SFC 闭合表达式, 以基于任意角度域基函数采样拟合方法来简化近似评估模型; 2) 以实际中常用的 Von Mises 分布作为参考标准, 拟合获取其在角度域下 MIMO 多天线 SFC 近似简化解; 3) 计算和仿真了近似算法, 得出在特定条件下近似算法具有很好的拟合度, 并详细讨论了大角度扩展模型中的采样基函数数目和加权系数的选取依据以及其拟合精度。结果表明, 本文提出的计算方法可准确地拟合对 MIMO 多天线系统分析时的适用性和计算效率, 能极大地降低理论计算复杂性, 未来可满足实际信道建模的精度需求。

2 MIMO 衰落空间相关性理论

无线通信系统性能的最优化实现以及各种空时信号处理算法和调制解调的效率都可能极大地依赖于应用场景的信道

特征。早期对 MIMO 信道的研究通常假设是独立同分布的 Rayleigh 衰落, 但是如前所述通常移动终端设备空间受限或传播环境散射不充分会使得阵元间接受信号具有空间相关性 SFC 且不可忽视, 甚至受到互耦效应的影响。多天线系统性能直接受空间结构以及波达信号功率谱 PDF 概率分布影响, 且通常假设 PDF 为 Sinc 分布、高斯分布以及拉普拉斯分布。为简化分析, 本文仅考虑二维方位平面, 多天线系统和波达信号功率谱均在方位角平面中, 其原理如图 1 所示。

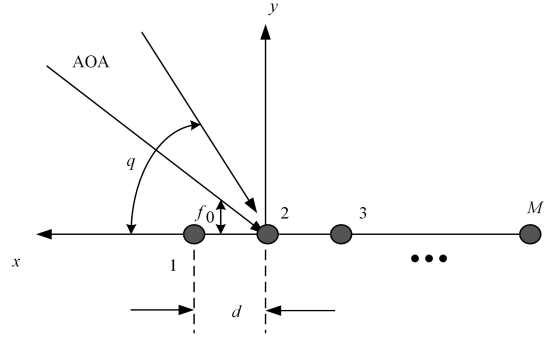


图 1 MIMO ULA 均匀线性阵列

Fig. 1 MIMO ULA uniform linear array

MIMO 阵列的空间结构可以是任意的, 按照阵元在空间分布形式的不同, 可以将 MIMO 阵列分为均匀线阵 ULA、圆形阵 UCA 或矩形阵 URA 等。线阵 ULA 结构简单, 圆形阵和矩形阵列具有全方向性特性, 3 种阵列均在移动通信领域应用较多, 但由于空间域受限, 其任意两阵元间接收信号均具有衰落相关性。如果在图 1 所示阵列中忽略单元方向性与互耦影响, MIMO 阵列中任意距离为 d 的两接收阵元的衰落空间相关性 SFC 可表示为^[11-13]:

$$\rho(d) = \int_{-\pi}^{\pi} p(\alpha) e^{j2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \alpha} d\alpha \quad (1)$$

其中, $p(\alpha)$ 为到达波的功率谱 PDF, λ 表示到达波信号波长。为提高计算效率, 本研究对任意角度域功率谱 PDF 进行采样。假设采样间隔为 Δ_s , 采样基函数脉冲持续间隔为 $2\Delta_s$, 则衰落空间相关性 SFC 可表示为:

$$\rho_s(d) = \sum_{n=1}^N \tilde{\omega}_n \rho_{s,n}(d) \quad (2)$$

其中, N 表示采样脉冲数目; $\tilde{\omega}_n$ 为加权系数; $\rho_{s,n}(d)$ 为每个采样基函数脉冲的衰落空间相关系数 SFC, 可计算为:

$$\rho_{s,n}(d) = \int_{\theta_n - 2\Delta_s}^{\theta_n + 2\Delta_s} g_n(\alpha - \theta_n) e^{j2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \alpha} d\alpha \quad (3)$$

其中, θ_n 表示各脉冲角度均值, $g_n(\alpha)$ 表示概率面积归一化的角度域采样基函数脉冲。

3 任意角度域功率谱近似计算模型

5G 移动通信网络是一个无所不在的移动信息网络, 其数据传输无线信道极大程度地依赖于其工作环境, 因此将存在大量不同种类的需要表述特征的信道, 且必须多以高维度信道建模与估计为主要研究对象。针对 MIMO 的现实需求, 波达信号功率谱呈现多类簇以及全方位 2π 分布, 且分布具有大扩展角, 使得系统分析和研究的难度增加。本节将讨论如何以基函数小角度扩展拟合等效大角度域扩展, 计算并导出各种基函数拟合情况下的无线信道衰落相关性 SFC。

3.1 加权系数计算法

由于采样基函数前后功率谱 PDF 的累计概率面积需保持不变,因此式(2)中归一化加权系数应为:

$$\bar{\omega}_n = \frac{P(\theta_n)}{\sum_{n=1}^N P(\theta_n)} \quad (4)$$

其中, $P(\theta_n)$ 为各脉冲中心角离散化概率。将式(4)代入式(2),得到任意角度域空间相关性模型:

$$\rho_s(d) = \sum_{n=1}^N \frac{P(\theta_n)}{\sum_{n=1}^N P(\theta_n)} \rho_{s,n}(d) \quad (5)$$

3.2 基函数脉冲下的阵元衰落空间相关性

针对任意理论式的信号功率谱分布,文中采用角度域基函数采样法拟合原分布函数。其基函数可分别由式(6)、式(12)和式(14)表示,其分布如图2所示。

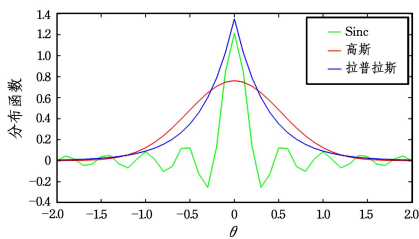


图2 基函数脉冲

Fig. 2 Base function pulse

(1)当基函数采样脉冲为 Sinc 分布时,ULA 阵元衰落空间相关性 SFC 可表示为:

$$g_n(\alpha - \theta_n) = k \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi(\alpha - \theta_n)}{2\Delta_s}\right) \quad (6)$$

其中, k 是归一化因子,且 $k = \pi/4\Delta_s \operatorname{Si}(\pi)$, $\operatorname{Si}(\pi)$ 表示正弦积分函数^[19]:

$$\begin{aligned} \operatorname{Si}(ax) &= \int_0^x a \operatorname{sinc}(ax) dx \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(ax)^{2n+1}}{(2n+1)(2n+1)!} \end{aligned} \quad (7)$$

将式(6)代入式(3),并令 $\beta = \alpha - \theta_n$,经数学推导可得^[6]:

$$\rho_{s,n}(d) = k e^{j2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta_n} \cdot \int_{-2\Delta_s}^{2\Delta_s} e^{j2\pi \frac{d}{\lambda} \beta \cos \theta_n} \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi\beta}{2\Delta_s}\right) d\beta \quad (8)$$

如果将式(8)中的积分项记作 $X(d)$,利用偶函数性质及三角变换公式并令:

$$a = j2\pi \frac{d}{\lambda} \cos \theta_n + \frac{\pi}{2\Delta_s} \quad (9)$$

$$b = j2\pi \frac{d}{\lambda} \cos \theta_n - \frac{\pi}{2\Delta_s}$$

可得:

$$X(d) = \frac{4\Delta_s}{\pi} [\operatorname{Si}(2a\Delta_s) - \operatorname{Si}(2b\Delta_s)] \quad (10)$$

因此,基函数 Sinc 采样脉冲空间相关性 SFC 系数可近似表示为:

$$\rho_{s,n}(d) \approx e^{j2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta_n} \cdot \frac{\operatorname{Si}(2a\Delta_s) - \operatorname{Si}(2b\Delta_s)}{2\operatorname{Si}(\pi)} \quad (11)$$

(2)当基函数采样脉冲为高斯分布时,ULA 阵元衰落空间相关性 SFC 可表示为:

$$g_n(\alpha - \theta_n) = \frac{k}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\alpha - \theta_n)^2}{2\sigma^2}} \quad (12)$$

其中, σ 是 PAS 扩展参数, k 是归一化因子,且 $k = 1/\operatorname{erf}(\pi/\sqrt{2}\sigma)$ 和 $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ 是误差函数。在角度扩展较小时, k 近似为 1。

将式(12)代入式(3),其 SFC 为:

$$\rho_{s,n}(d) \approx e^{j2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta_n} \cdot e^{-\frac{(2\pi \frac{d}{\lambda} \cos \theta_n)^2}{2}} \cdot \frac{1}{\operatorname{erf}(\pi/\sqrt{2}\sigma)} \quad (13)$$

(3)当基函数采样脉冲为拉普拉斯分布时,ULA 阵元衰落空间相关性 SFC 可表示为:

$$g_n(\alpha - \theta_n) = \frac{k}{\sqrt{2}\sigma} e^{-\frac{(\sqrt{2}|\alpha - \theta_n|/\sigma)}{\sqrt{2}\sigma}} \quad (14)$$

其中, $k = 1/(1 - e^{-\sqrt{2}\pi/\sigma})$ 表示归一化因子。将式(14)代入式(3),经推导简化可得:

$$\rho_{s,n}(d) \approx e^{j2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta_n} \cdot \frac{1}{1 + (2\pi \frac{d}{\lambda} \cos \theta_n)^2 / 2} \quad (15)$$

4 计算与仿真结果

未来移动通信网络的数据传输无线信道极大地依赖于其工作环境。具有多频段与超密集异构网络可能使未来的移动网络工作在每一个能想象到的环境中,且工作在不同的频段和蜂窝小区。由于 MIMO 的研究发展和现实需求,波达信号功率谱呈现多类簇以及全方位 360° 分布,且分布具有大扩展角,导致对系统的分析和研究难度增加。本文以小角度扩展拟合等效大角度域扩展,计算并导出各种拟合以及实测数据情况下的无线信道衰落相关性 SFC,并以基于任意角度域基函数采样拟合方法来近似评估信道特征。

为验证和模拟波达信号功率谱呈现多簇以及全方位 360° 分布特征和拟合算法的有效性,本文以目前在信道仿真中已得到广泛使用的 AOA 功率谱分布的 Von Mises 分布为例,计算和仿真本文所提方法。Von Mises 分布的理论式为:

$$p(\alpha) = \frac{\exp\{k \cos(\alpha - \alpha_0)\}}{2\pi I_0(k)} \quad (16)$$

其中, $I_0(\cdot)$ 表示零阶修正贝塞尔函数; α_0 表示信号入射角均值; $k \geq 0$ 为角度扩展因子, k 越小角度扩展越大, $k=0$ 对应均匀分布的情况。

如图3所示,角度域功率谱 PDF 模拟现实不规则信道。

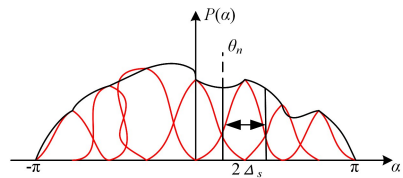


图3 任意角度域功率谱基函数(拉普拉斯)的采样拟合

Fig. 3 Sampling fitting of power spectrum basis function in arbitrary angle domain

图4比较了不同采样脉冲下近似拟合算法的性能,其中功率谱 PDF 服从 $\alpha_0 = 0, k = 2$ 的 Von Mises 分布,采样间隔 Δ_s 分别为 5°, 10°, 15° 和 20°。由图4可以看出:1)提出的近似拟合算法的包络空间相关性与理论曲线近似,当阵元间距离增大时,两者都大大减小;2)高斯、拉普拉斯简化模型的包络空间相关性与理论曲线相近,两者均优于 Sinc 简化模型。

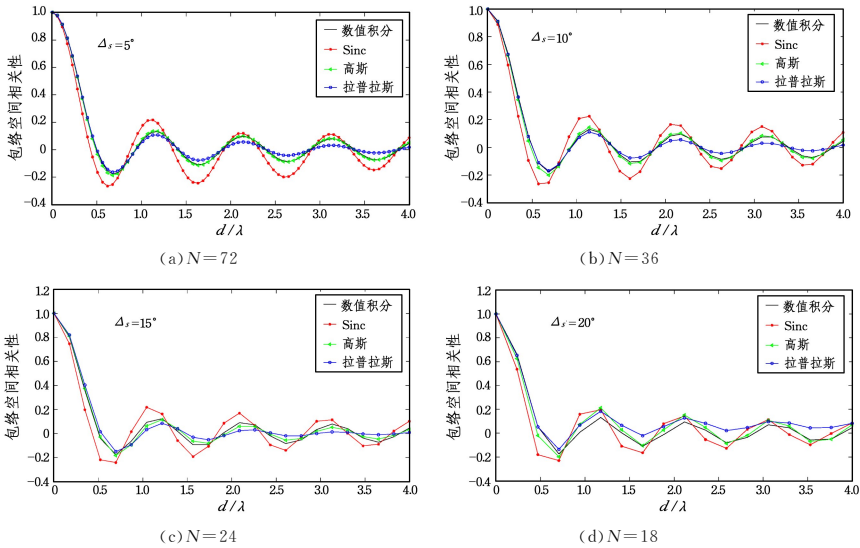


图 4 理论和基函数采样近似拟合的比较

Fig. 4 Comparison of oretical and basis function sampling approximate fitting

表 1 列出了各模型的运行时间。由表 1 可知:1)各模型的耗时随着基函数采样脉冲数目的增加而增加;2)当选取合适的采样脉冲数目时,高斯和拉普拉斯简化模型的运算量要小于数值积分;3)Sinc 简化模型含有复杂的正弦积分函数,运算量大、耗时长,不适合实际采用。

图 6 比较了不同简化模型在不同基函数采样间隔下与数值积分空间相关性评估的绝对误差。表 2 列出了简化模型绝对误差在 $d/\lambda \in [0, 5]$ 范围内的均值:

$$ME = E[|\rho(\lambda) - \rho_s(\lambda)|] \quad (17)$$

结果表明,高斯简化模型的误差均值最小,拟合精度最

高。而 Sinc 简化模型的拟合精度相对较低,这是因为其采用了有限级数实现正弦积分函数。

表 1 各模型运算效率比较

Table 1 Comparison of computational efficiency of each model

(单位:s)

简化模型	耗时			
	N=72	N=36	N=24	N=12
Sinc	5.558479	1.745608	0.463497	0.203380
高斯	0.015259	0.003834	0.001674	0.000975
拉普拉斯	0.000056	0.000027	0.000021	0.000016
数值积分	0.081256	0.080896	0.080006	0.080001

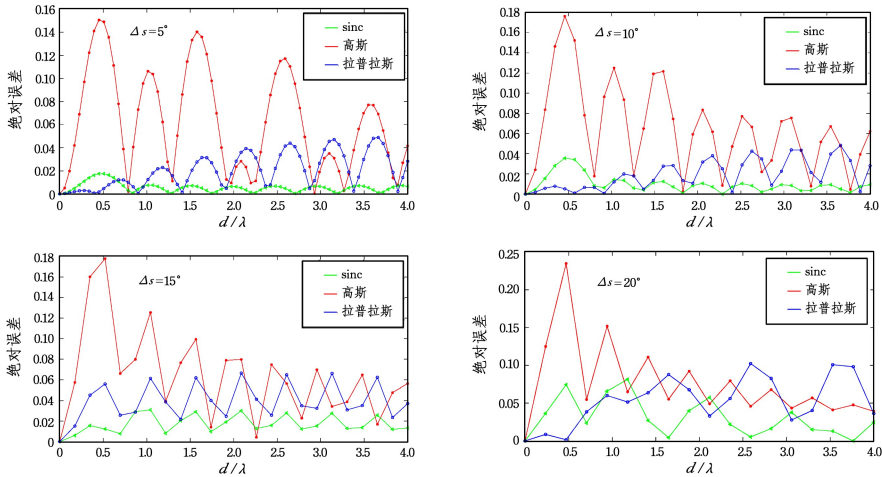


图 5 简化模型误差性能比较

Fig. 5 Comparison of simplified model error performance

表 2 简化模型绝对误差均值的比较

Table 2 Comparison of absolute error mean values of simplified models

简化模型	绝对误差均值	绝对误差均值	绝对误差均值	绝对误差均值
	$\Delta_s = 5^\circ$	$\Delta_s = 10^\circ$	$\Delta_s = 15^\circ$	$\Delta_s = 20^\circ$
Sinc	0.06223	0.06461	0.06461	0.07675
高斯	0.00561	0.00988	0.01767	0.03074
拉普拉斯	0.01915	0.01925	0.03918	0.05358

从图 4 可以看出,基函数采样间隔 Δ_s 越小,模型的拟合

度越高。结合图 5 所示的误差分析可知,在衰落空间相关性峰值左右,模型的拟合度最低,但随着 d/λ 参数的增加,峰值处的拟合度增高。如果期望取得足够高的精度,则需要基函数采样间隔 Δ_s 较小, d/λ 参数增大且尽量避免选择 SFC 峰值。在以上特定条件下,本文提出的模型具有较好的拟合度,可为 MIMO 阵列设计提供重要的思路,具体思路如下:

(1)力求降低阵列自身的空间因素引入的衰落相关性。由分析结果可知,应尽量选取阵元间具有低相关性的关键点,

尽可能地增大阵元间 d/λ 隔离;

(2)设计中,可根据 Massive MIMO 规模选择合适的基函数采样间隔 Δ ,使得计算复杂度和结果精度之间有良好的折中关系;

(3)设计中,力求避免使得阵元间 SFC 成为峰值的参数 d/λ ,以探索高性能低成本的阵列布局,确保信道容量最大化。

如图 3 所示,本文利用基函数错位叠加拟合任意角度域功率谱函数,其必然出现拟合误差。通常,在系统设计中期望精度越高越好,本文方案的拟合程度越高,其出现误差的概率就越小。分析可知,误差大小与基函数采样间隔参数 Δ 有关,表 2 列出了在 3 种基函数以及不同采样间隔取值下,模型拟合的衰落相关性绝对误差均值。由表 2 可知,3 种基函数均能实现误差小于或等于 10%,且基函数高斯和拉普拉斯拟合误差能小于或等于 5%,最好情况下能做到误差小于或等于 0.5%(高斯基函数)。另外由分析结果知, Δ 越小,即采样越多,误差越小,因此可减小 Δ 来实现精度要求。但是 Δ 取值太小会导致采样值过多,从而消耗过多时间,影响系统的计算仿真效率,因此在仿真 Massive MIMO 系统中可能需要折中处理,这将是我们的未来的研究课题。

结束语 对于任意功率谱 PDF 分布的 MIMO 系统,数值积分方法对接收信号空间相关性的评估比较复杂。本文提出了以小角度扩展拟合等效大角度域扩展,以 Sinc、高斯以及拉普拉斯分布为采样基函数和参考标准,拟合获取其在任意角度域功率谱下 MIMO 多天线的 SFC 近似简化解,并通过详细讨论大角度扩展模型中的加权系数及拟合精度来获得特定条件下的高拟合度。对 Von Mises 分布的拟合与仿真结果表明,近似拟合算法在降低计算复杂度的同时可满足实际信道建模的精度要求,提高了近似拟合算法的实用性。

参 考 文 献

- [1] LI W, NIE Z P. Airspace Correlation Evaluation of Fading Signals in MIMO Channels[J]. Chinese Journal of Electronics, 2004, 32(12): 1949-1953.
- [2] JIANG K L, CHEN X M, ZHU Q M. Non-stationary MIMO channel construction and parameter evolution method for 3D scenes[J]. Journal of Applied Sciences, 2018, 36(5): 56-68.
- [3] LUO N. Analysis of the Influence of Spatial Correlation on MIMO Communication [J]. Electronic Technology Application, 2014, 40(10): 1-7.
- [4] ZHOU J, ZOU S J, CHEN Z. Fading-correlation channel approximation algorithm and its Massive MIMO system analysis [J]. Journal of Xinjiang University (Natural Science), 2018, 35(3): 100-111.
- [5] ZHOU J, WANG Y L, KIKUCHI K. Approximate algorithm for spatial fading correlation of multi-antenna channel and its complexity[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(23): 1-12.
- [6] ZHU Q M, XU D Z, LUO Y Q, et al. A Simplified Model for Spatial Correlation Evaluation of Multiple Input Multiple Output Channels [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2011, 26(2): 203-208.
- [7] GAO K, ZHANG E Y. Spatial Correlation Properties and Channel Capacity Analysis of MIMO Channels[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29(7): 1542-1545.
- [8] ZHU Q M, XUE C W, YANG Y. Research on Spatial Correlation of Antenna Arrays in 3D Propagation Environment[J]. Systems Engineering and Electronics, 2017(9): 1-8.
- [9] LEE W C Y. Effects on correlation between two mobile radio base-station antennas[J]. IEEE Transactions on Communications, 1973, COM-21(11): 1214-1224.
- [10] GRADSHTEIN I S, RYZHIK I M. Table of integrals, series and products [M]. USA: Academic Press, 1980.
- [11] TSAI J A, BUEHRER R M, WOERNER B D. Spatial fading correlation function of circular antenna arrays with Laplacian energy distribution[J]. Communications Letters IEEE, 2002, 6(5): 178-180.
- [12] HSIEH P C, CHEN F C. A new MIMO spatial correlation approximation of large angular spread[C]// Antennas & Propagation Society International Symposium, IEEE, 2007.
- [13] CHUANG J T, CHEN F C. Comparison of MIMO spatial correlation approximations under large angular spread[C]// Antennas & Propagation Society International Symposium, IEEE, 2008.
- [14] SIESKUL B T, KUPFERSCHMIDT C, KAISER T. Spatial fading correlation for semicircular scattering, Angular spread and spatial frequency approximations[C]// International Conference on Communications & Electronics, IEEE, 2010.
- [15] TEAL P D, ABHAYAPALA T D, KENNEDY R A. Spatial correlation for general distributions of scatterers[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2002, 9(10): 305-308.
- [16] ZHOU J, CAO Z G, KIKUCHI H. Analysis of MIMO antenna array based on 3D Von Mises Fisher distribution[J]. Journal of China Universities of Posts and Telecommunications, 2015, 22(2): 1-12.
- [17] YONG S K, HONPSON J S. Three dimensional spatial fading correlation model for compact MIMO receivers[J]. IEEE Trans. Wireless Communications, 2005, 4(6): 2856-2869.
- [18] GUTIERREZ C A, PATZOLD M. Sum of sinusoids based simulation of flat fading wireless propagation channels under non-Isotropic scattering conditions[C]// Global Telecommunications Conference, IEEE, 2007: 3842-3846.
- [19] GRADSHTEYN I S, RYZHIK I M. Table of integrals, series and products[J]. Mathematics of Computation, 2007, 20(96): 1157-1160.



CHEN Qian, born in 1996, master's degree. Her main research interests is wireless communication and so on.



ZHOU Jie, born in 1964, doctor, professor. His main research interests is wireless communication, mass MIMO and so on.