

三维块匹配波域调和滤波图像去噪



吴 静¹ 周先春^{1,2} 徐新菊¹ 黄 金¹

1 南京信息工程大学电子与信息工程学院 南京 210044

2 南京信息工程大学江苏省大气环境与装备技术协同创新中心 南京 210044

(001398@nuist.edu.cn)

摘 要 针对当前图像去噪算法缺乏对整体结构的分析以及运算量过大的不足,提出了一种利用波域调和滤波扩散模型改进BM3D去噪技术的新算法。首先,利用传统的欧氏距离法将相似二维图像块合并,得到三维数组,再将联合滤波后的三维数组进行逆变换,得到图像的预估计数据。其次,通过小波分解变换提取预估计图像中的高频部分进行滤波,为避免边缘模糊,引用拉普拉斯高斯算法构建新算子并将其代入扩散模型。最后,进行小波重构,以得到原始图像的最终逼近,从而均衡运算速度和去噪性能,保护图像完整的结构信息。实验结果表明,新算法的去噪性能优异,内部信息保护更具完整性,运算速度合理,有利于实际应用。

关键词: 图像去噪; 三维块匹配; 小波分解; 拉普拉斯高斯算法

中图法分类号 TP391

Image Denoising by Mixing 3D Block Matching with Harmonic Filtering in Transform Domain

WU Jing¹, ZHOU Xian-chun^{1,2}, XU Xin-ju¹ and HUANG Jin¹

1 School of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China

2 Jiangsu Collaborative Innovation Center of Atmospheric Environment and Equipment Technology, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China

Abstract Aiming at remedy the defeat that the current denoising algorithms lack of analyses of integral structure and excessive computational complexity, this paper proposes an improved denoising algorithm using the harmonic filtering diffusion model in wave-domain to amend BM3D technology. Firstly, the algorithm uses the Euclidean distance to merge similar 2-D image fragments thus obtaining 3-D data arrays. Then it is dealt by collaborative filtering, and the pre-estimation data of the image would be obtained by inverse 3-D transformation. Wavelet decomposition is used to extract high frequency part of pre-denoised image to filter. Lastly, wavelet reconstruction is conducted to estimate the original image, in order to avoid edge ambiguity. Laplacian of Gaussian is used to construct a new operator into the diffusion model for filtering, so as to balance the operation speed and denoising performance, and protect the complete structure of the image information. The experimental results show that the new algorithm has perfect denoising performance, more integrity of internal information protection, and short running time, which is beneficial to practical applications.

Keywords Image denoise, BM3D, Wavelet decomposition, Laplacian of Gaussian

1 引言

图像俨然已成为现阶段人类活动中最常用的信息载体,边缘检测^[1-2]、特征提取^[3]、模式识别^[4]等图像处理过程的研究也越来越受到广大学者的青睐。然而,在图像的获取、压缩或是传输过程中极易引入噪声,从而影响后续的工作,因此降噪处理^[5-8]工作在图像处理过程中尤为重要。现阶段的去噪算法大多是从概率统计理论、模糊理论、非参数估计理论等领域衍生而来。

Buades等^[9]于2005年提出了一种利用高斯白噪声的性质进行非局部均值滤波的算法,该算法是一种通过对邻域间的相似图像块进行加权平均而估计出真实图像的去噪法,不仅计算简单,而且能考虑到能量块中所存在的残余噪声。目前,Dabov等^[10]提出的基于空间域的块匹配三维协同滤波去噪算法效果最突出,很多学者对其进行了研究与改进^[11-12]。Zhou等提出的波域调和去噪模型^[13],取得了很好的边缘信息处理效果。文献^[14]提出利用小波分解将三维匹配滤波去噪结果分解成3个子带,并对其中高于阈值的子带进行方向

到稿日期:2019-06-24 返修日期:2019-10-07

本文已加入开放科学计划(OSID),请扫描上方二维码获取补充信息。

基金项目:国家自然科学基金项目(11202106,61302188);江苏省“信息与通信工程”优势学科建设项目;江苏高校品牌专业建设工程资助项目

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (11202106,61302188), Jiangsu Province “Information and Communication Engineering” Advantage Discipline Construction Project and Jiangsu University Brand Professional Construction Project Support Project.

通信作者:周先春(zhouxc2008@163.com)

扩散,有效地保护了边缘结构信息。以上算法在峰值信噪比测试中均得到了一定程度的性能提升,然而并未在运行速度上达到一种平衡状态,因此本文提出了一种基于块匹配协同滤波法进行含噪图像的预估计处理,从而得到图像的基础估计。实验结果表明,本文提出的新模型在图像结构信息的保护与运算复杂度之间能够得到较好的平衡。较目前已有的比较优秀的图像去噪算法 BLS-GSM, F-NLM 及 BM3D, 本文算法具有较高的 PSNR 值以及较好的可视效果。

2 BM3D 算法

BM3D 算法是结合小波变换法与局部方法进行演进的一种较为理想的去噪手段。该算法分为初步去噪及最终去噪两个步骤,其中初步去噪利用不同尺寸的窗口^[15]对含噪图像进行正交变换,这些变换域中的频谱的硬阈值意味着在近似系类中自适应下降,而且模型顺序依赖于数据。最有效的自适应顺序估计就是离散余弦变换(Discrete Cosine Transform, DCT)^[16],即将欧氏距离作为度量标准来寻找参考块的相似块,使得局部估计变成非局部估计。将相似的二维图像块组合成三维数组组阵后进行联合滤波,再对三维数组进行逆变换并加权平均,以消除图像块的重叠部分,得到含噪图像的预估计。最后在初步去噪的基础上进行二次去噪处理,利用初步去噪所提供的权重参数再次根据相似性进行图像块分组,加权平均三维数组逆变换后的图像块重叠部分,得到图像的最终估计。

3 BM3D 波域调和滤波图像去噪算法

由第 2 节的分析可知,基于 BM3D 的去噪方法均是基于图像块分析,缺乏对图像整体信息的把握,未能在运行速度上达到一种平衡状态。考虑到噪声和图像的边缘细节特征主要集中在图像的高频部分,本文算法先通过小波分解来提取预估计图像中的高频部分,再针对波域变换会导致边缘模糊、重构图像后发生失真的现象,采用拉普拉斯高斯算法^[17]构建新算子,并将其代入扩散模型进行图像滤波处理,最后通过小波重构来得到图像的最终逼近。

3.1 初步估计

根据理论分析,假定含噪图像模型为:

$$I_{0(x,y)} = I_{(x,y)} + n_{(x,y)} \quad (1)$$

其中, I_0 表示加噪图像, I 为原始图像, n 表示均值为 0、方差为 σ^2 的高斯噪声。设 R 是实平面中的一个有界开子集,定义为图像的定义域; (x, y) 表示图像域的二维空间坐标。定义 $x, y \in R$ 的参考图像块为 B_{x_R, y_R} , $B_{x, y}$ 为定位在含噪图像 $I_{0(x,y)}$ 中的匹配块,利用欧氏距离度量准则搜索与以当前参考块的中心像素点区域相似的另一个区域的图像相似块,如式(2)所示:

$$d(B_{x_R, y_R}, B_{x, y}) = N_1^{-2} \|\gamma(\Gamma_{2D}(B_{x_R, y_R}) - \gamma(\Gamma_{2D}(B_{x, y})))\|_2^2 \quad (2)$$

其中, B_{x_R, y_R} 和 $B_{x, y}$ 是大小为 $N_1 \times N_1$ 的图像块; Γ_{2D} 表示利用 DCT 进行的二维线性变换; γ 是阈值算子,一般定义如式(3)所示:

$$\gamma(\lambda, \lambda_{thr}) = \begin{cases} \lambda, & |\lambda| > \lambda_{thr} \\ 0, & |\lambda| \leq \lambda_{thr} \end{cases} \quad (3)$$

定义图像块搜索相似块的最大距离为 τ_{match} , 通过式(2)进行块匹配得到的结果为 S_{x_R, y_R} :

$$S_{x_R, y_R} = \{x, y \in R | d(B_{x_R, y_R}, B_{x, y}) < \tau_{match}\} \quad (4)$$

将集合 S_{x_R, y_R} 中的相似块合并堆叠为 $N_1 \times N_1 \times S_{x_R, y_R}$ 的三维数组,首先对该数组进行归一化三维线性变换,随后进行三维逆变换得到匹配块的初步逼近。

$$\hat{I}_{S_{x_R, y_R}} = \Gamma_{3D}^{-1}(\gamma(\Gamma_{3D}(I_{0, S_{x_R, y_R}}))) \quad (5)$$

将式(5)中的处理结果 $\hat{I}_{S_{x_R, y_R}}$ 堆叠成 \hat{I}_{x_R, y_R} 。其中,下标表示估计块的位置,上标表示该块的相似块位置。将所有图像块的像素点进行加权平均以避免估计值重叠,从而得到原始图像的初步逼近。

$$\hat{I}_{basic} = \frac{\sum_{x, y \in R} \sum_{x_m, y_m \in S_{x_R, y_R}} \omega_{x_R, y_R} \hat{I}_{x_m, y_m}^{x_R, y_R}}{\sum_{x, y \in R} \sum_{x_m, y_m \in S_{x_R, y_R}} \omega_{x_R, y_R} \psi_{x_m, y_m}} \quad (6)$$

其中, \hat{I}_{basic} 为基础处理后的图像; ψ_{x_m, y_m} 表示定位于 (x_m, y_m) 处的块的特征函数; ω_{x_R, y_R} 表示组估计分配的权重,定义为式(7); N_{x_R, y_R} 为对式(4)构成的三维数组进行归一化并进行线性变换后的非零系数个数。

$$\omega_{x_R, y_R} = \begin{cases} \sigma^{-2} N_{x_R, y_R}^{-1}, & N_{x_R, y_R} \geq 1 \\ 1, & N_{x_R, y_R} < 1 \end{cases} \quad (7)$$

3.2 最终逼近

噪声和图像的边缘细节特征主要集中在图像高频部分,利用 Mallat 算法^[18]将式(6)得到的结果进行小波分解以提取预估计图像中高频部分的细节信息(水平方向 h 、垂直方向 v 、对角方向 d),并对其进行扩散滤波处理。由于 Perona-Malik 扩散函数^[19]具有边缘锐化能力,在前向扩散的同时又具有后向扩散的功能,因此将其作为扩散模型进行去噪。提出的具体模型如下:

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t} = \text{div}\{c[\mathbf{W} \times (|\nabla \hat{I}_{basic}|)] \nabla \hat{I}_{basic}\} \\ \hat{I}_{final}(x, y, 0) = \hat{I}_{basic} \end{cases} \quad (8)$$

其中, \hat{I}_{basic} 为 BM3D 的初步估计图像; \mathbf{W} 表示对图像进行小波变换分解;与梯度信息相关的递减函数 $c[\cdot]$ 用来控制不同位置的扩散程度,与 PM 模型的形式定义一致,即 $c(x) = \exp(-(\frac{x}{k})^2)$,其中 k 为阈值系数。在波域变换时会出现边缘模糊的现象,边缘角点容易被平滑,导致重构图像发生失真现象,可利用拉普拉斯高斯的应力分布平衡性与梯度算子相结合来构建新滤波算子,其表达式如下:

$$\nabla \hat{I}_{basic} + \nabla^2 \hat{I}_{basic} = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} \quad (9)$$

将式(9)代入式(8),并建立新的扩散模型:

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t} = c(|G_\sigma * \nabla \hat{I}_{basic}|) \text{div}\{c[\mathbf{W} \times (|\nabla \hat{I}_{basic} + \nabla^2 \hat{I}_{basic}|)] \nabla \hat{I}_{basic}\} \\ \hat{I}_{final}(x, y, 0) = \hat{I}_{basic} \end{cases} \quad (10)$$

其中, $c(|G_\sigma * \nabla \hat{I}_{basic}|)$ 用于增强图像边缘,控制扩散速度, G_σ 为高斯核函数。

$$G_\sigma = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma}} \quad (11)$$

对于式(10)所示模型的求解,可通过数值离散格式来简化对算法的实现。定义网格坐标为 $Net=(il, jl, \Delta t)$, 其中, l 为网格长度, Δt 为时间步长。故:

$$I_{i,j}^n = I \cdot Net$$

$$a_{i,j}^n = c(|G_\sigma * \nabla \hat{I}_{basic}|) \cdot Net \quad (12)$$

$$b_{i,j}^n = c[W \times (|\nabla \hat{I}_{basic} + \nabla^4 \hat{I}_{basic}|)] \cdot Net$$

定义 $\tilde{I}_{basic} = [W \times (|\nabla \hat{I}_{basic} + \nabla^4 \hat{I}_{basic}|)]$, 故:

$$div[c(\tilde{I}_{basic}) \nabla \hat{I}_{basic}] = \frac{\partial}{\partial x} [c(\tilde{I}_{basic}) \frac{\partial I}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial y} [c(\tilde{I}_{basic}) \frac{\partial I}{\partial y}]$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} (c(\tilde{I}_{basic})) \frac{\partial I}{\partial x} + c(\tilde{I}_{basic}) \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y} (c(\tilde{I}_{basic})) \frac{\partial I}{\partial y} + c(\tilde{I}_{basic}) \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} \quad (13)$$

$\frac{\partial I}{\partial x}$ 的离散形式为 $\frac{I_{i+1,j} - I_{i-1,j}}{l^2}$, $\frac{\partial^2 I}{\partial x^2}$ 的离散形式为

$$\frac{I_{i+1,j} - 2I_{i,j} + I_{i-1,j}}{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [c(\tilde{I}_{basic}) \frac{\partial I}{\partial x}] \text{ 的离散表达式为:}$$

$$\frac{1}{2l^2} [(b_{i,j-1}^n + b_{i,j}^n) I_{i,j-1}^{n+1} - (2b_{i,j}^n + b_{i,j-1}^n + b_{i,j+1}^n) I_{i,j}^{n+1} + (b_{i,j}^n + b_{i,j+1}^n) I_{i,j+1}^{n+1}] \quad (14)$$

同理可得 $\frac{\partial}{\partial y} [c(\tilde{I}_{basic}) \frac{\partial I}{\partial y}]$ 的离散表达式为:

$$\frac{1}{2l^2} [(b_{i,j-1}^n + b_{i,j}^n) I_{i,j-1}^{n+1} - (2b_{i,j}^n + b_{i,j-1}^n + b_{i,j+1}^n) I_{i,j}^{n+1} + (b_{i,j}^n + b_{i,j+1}^n) I_{i,j+1}^{n+1}] \quad (15)$$

将离散表达式式(14)、式(15)代入式(10)的扩散方程,可得到其隐式差分格式为:

$$\frac{I_{i,j}^{n+1} - I_{i,j}^n}{\Delta t} = \frac{1}{2l^2} a_{i,j}^n [(b_{i-1,j}^n + b_{i,j}^n) I_{i-1,j}^{n+1} + (b_{i,j-1}^n + b_{i,j}^n) I_{i,j-1}^{n+1} + (b_{i,j}^n + b_{i+1,j}^n) I_{i+1,j}^{n+1} + (b_{i,j}^n + b_{i,j+1}^n) I_{i,j+1}^{n+1} + (4b_{i,j}^n + b_{i-1,j}^n + b_{i,j-1}^n + b_{i+1,j}^n + b_{i,j+1}^n) I_{i,j}^{n+1}] \quad (16)$$

定义 $M_i(I^n) = [a_{ij}(I^n)]$, 将式(16)写成矩阵形式,并进一步简化得:

$$\frac{I^{n+1} - I^n}{\Delta t} = M_i(I^n) I^{n+1} \quad (17)$$

$$I^{n+1} = (1 - \Delta t M_i(I^n))^{-1} I^n \quad (18)$$

3.3 三维块匹配波域调和滤波新算法的具体步骤

新算法的具体步骤如下:

Step1 将含噪图像分为 $N_1 \times N_1$ 大小的图像块,并根据传统欧氏距离准则寻找参考块的相似块构成集合 S_{s_R, y_R} ;

Step2 对集合 S_{s_R, y_R} 堆叠后的三维数组进行归一化线性变换滤波,逆变换得到匹配块估计 $\hat{I}_{S_{s_R, y_R}}$;

Step3 将 $\hat{I}_{S_{s_R, y_R}}$ 进行加权平均,可得到原始图像的初步估计 \hat{I}_{basic} ;

Step4 利用小波分解提取 Step3 中得到的 \hat{I}_{basic} 的高频分量,并利用式(10)所示扩散模型进行去噪处理;

Step5 将 Step4 中处理过后的高频分量与低频分量重构,从而得到原始图像的最终逼近 \hat{I}_{final} 。

4 实验与结果分析

利用 MATLAB 仿真软件进行噪声去除分析,以验证本文算法的可行性,通过峰值信噪比 (PSNR)、结构相似度 (SSIM) 两种指标来比较和评价该算法的有效性。

$$PSNR = 10 \lg \left(\frac{255^2}{\frac{1}{W \times H} \sum_{x=1}^W \sum_{y=1}^H [I(x,y) - \hat{I}(x,y)]^2} \right) \quad (19)$$

$$SSIM = [l(I, \hat{I})^\alpha \cdot c(I, \hat{I})^\beta \cdot s(I, \hat{I})^\gamma] \quad (20)$$

其中, $W \times H$ 表示图像大小; I 和 \hat{I} 分别表示原始图像与去噪图像; $l(x)$, $c(x)$, $s(x)$ 分别为亮度、对比度、结构比较函数。PSNR 越大越好, $SSIM \in (0, 1)$, $SSIM$ 值越接近 1 表示滤波效果越好。

图 1 为自然图像 Lena, Barbara, Dxy 以及 Tsg 的原始实验图,像素大小均为 512×512 。首先,分别使用 BLS-GSM, F-NLM, BM3D 和本文算法对 Lena 图像进行平滑去噪。本文算法的滤波模型设置时间步长 $\Delta t = 0.2$, 迭代次数 $n = 7$ 。小波阈值去噪中采用 sym4 分解。平滑结果如图 2 所示。利用相同参数对 Barbara, Dxy 以及 Tsg 图像进行去噪处理,效果分别如图 3—图 5 所示,图的左上角均为局部放大图;评价指标如表 1 所列,不同的噪声等级能够反映各个模型对噪声的抑制效果以及边缘结构信息的保留程度。图 2 中 Lena 的眼部及羽毛等细节部分表示 BM3D 算法对图像细节保护及去噪性能都有很好的可视效果。但是与图 4 中 Dxy 去噪图像的局部部分相比可以明显发现 BM3D 算法缺少对整体信息的分析,从而出现部分区域处理过度而导致的模糊现象。

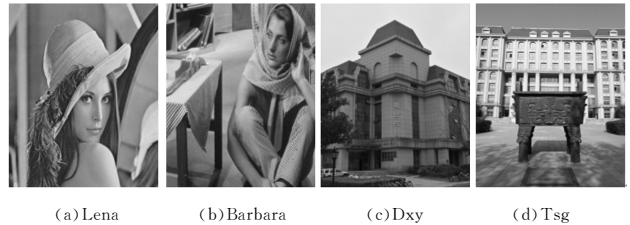


图 1 原始图

Fig. 1 Original images



图 2 不同去噪模型的去噪效果图 (Lena)

Fig. 2 Smoothing results of noisy image through different de-noising models (Lena)



图 3 不同去噪模型的去噪效果图 (Barbara)

Fig. 3 Smoothing results of noisy image through different de-noising models (Barbara)

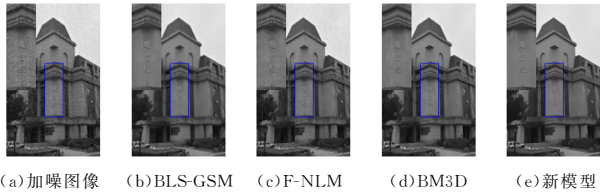


图 4 不同去噪模型的去噪效果图(Dxy)

Fig. 4 Smoothing results of noisy image through different de-noising models (Dxy)

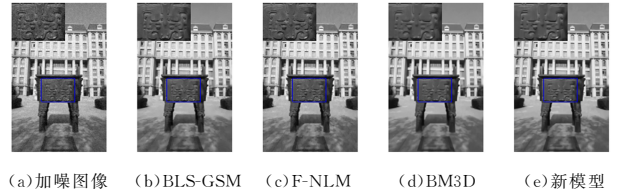


图 5 不同去噪模型的去噪效果图(Tsg)

Fig. 5 Smoothing results of noisy image through different de-noising models (Tsg)

表 1 不同去噪模型对 Lena 和 Barbara 图像去噪的 PSNR、SSIM 和耗时比较

Table 1 PSNR, SSIM and run time of noisy images in different de-noising models for Lena and Barbara images

Lena												
模型	$\sigma/PSNR=10/28.16$			$\sigma/PSNR=20/22.13$			$\sigma/PSNR=30/18.64$			$\sigma/PSNR=40/16.35$		
	PSNR/dB	SSIM	Time/s	PSNR/dB	SSIM	Time/s	PSNR/dB	SSIM	Time/s	PSNR/dB	SSIM	Time/s
BLS-GSM	35.22	0.9957	5.5	30.93	0.93	5.49	27.84	0.8773	5.27	25.01	0.7625	5.25
F-NLM	34.75	0.9963	3.11	28.14	0.9471	2.58	25.35	0.8502	2.21	22.85	0.6455	2.11
BM3D	35.84	0.9981	3.52	33.03	0.9887	3.51	31.28	0.9765	3.71	29.85	0.9235	3.65
新模型	36.11	0.9987	2.95	33.88	0.9981	2.9	32.09	0.9974	2.88	29.86	0.9968	2.84
Barbara												
模型	$\sigma/PSNR=10/28.14$			$\sigma/PSNR=20/22.11$			$\sigma/PSNR=30/18.59$			$\sigma/PSNR=40/16.09$		
	PSNR/dB	SSIM	Time/s	PSNR/dB	SSIM	Time/s	PSNR/dB	SSIM	Time/s	PSNR/dB	SSIM	Time/s
BLS-GSM	33.13	0.9211	5.52	29.09	0.8473	5.39	26.82	0.7773	5.47	25.01	0.7186	5.53
Fast-NLM	33.87	0.8972	2.22	28.22	0.7835	2.12	22.24	0.7875	2.09	18.88	0.6438	2.01
BM3D	34.67	0.9667	3.04	30.43	0.9558	3	29.21	0.9425	2.96	24.32	0.89	2.55
新模型	34.88	0.9991	3.02	32.21	0.9981	2.77	30.08	0.9968	2.9	24.58	0.9761	2.84

为了更好地将滤波前后的边缘信息显示出来,采用 Canny 算子分别对各算法的去噪效果图进行边缘检测,结果如图 6 所示。



图 6 不同去噪模型平滑后的边缘提取图

Fig. 6 Edge extraction noisy images after de-noising in different models

观察比较 Lena 的帽檐以及羽毛处的信息、Dxy 图像的左下角车辆结构和电信院字样结构信息发现,本文提出的新模型较其他 3 个模型对细节信息结构均有一定的保护作用。

图 7 为 Dxy 图像和 Tsg 图像在不同噪声水平下去噪的峰值信噪比仿真图。综合实验图像的去噪效果图及表 1 中的数据可以发现,F-NLM 算法的效率较高,但牺牲了去噪性能,比其他算法逊一筹。本文提出的新模型在所有模型中具有较高的峰值信噪比及较好的结构相似值,可视性也最好,不仅有效去除了噪声的干扰,而且对图像边缘结构信息有了一定的增强,从局部稳定控制图像信息,进一步证实了新模型具有理想的去噪性能。

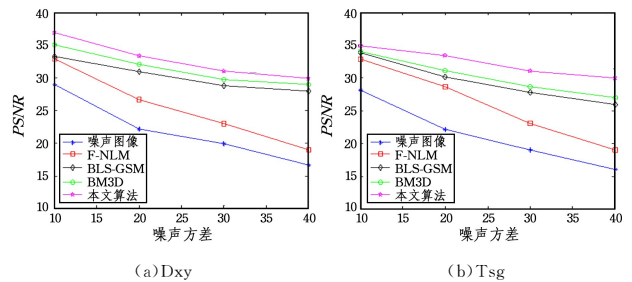


图 7 不同噪声水平级各去噪模型的 PSNR 仿真图

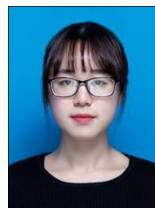
Fig. 7 Simulated chart of PSNR of each model for noisy image

结束语 本文提出变换域调和滤波去噪方法来均衡运算速度和去噪性能,以保护图像的完整结构信息。首先利用三维块匹配联合滤波对加噪图像进行预处理,然后提取预处理图像的高频分量进行新模型扩散滤波处理,最后将频域分量进行重构,得到最终的去噪效果。为了避免分量重构时出现失真现象,引用拉普拉斯高斯算法来保护边缘角点尖峰结构。从客观评价标准与主观视觉效果两个角度来看,本文算法对内部信息结构的保护更具完整性,去噪性能也更理想化,从而

验证了其可行性及优越性。本文算法在初步估计过程中还需做进一步优化,以得到更好的去噪效果。

参 考 文 献

- [1] WU J B, YIN Z P, XIONG Y L. The fast multilevel fuzzy edge detection of blurry images[J]. *Ieee Signal Processing Letters*, 2007, 14(5):344-347.
- [2] LENG X G, JI K F, XING X W, et al. Hybrid bilateral filtering algorithm based on edge detection[J]. *IET Image Processing*, 2016, 10(11):809-816.
- [3] CHEN J W, JIAO L C, MA W P. Unsupervised High-Level Feature Extraction of SAR Imagery With Structured Sparsity Priors and Incremental Dictionary Learning[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2016, 13(10):1467-1471.
- [4] OMAR C R, PATRICIA S, KRİKOR B O. Temporal Pattern Recognition in Gait Activities Recorded With a Footprint Imaging Sensor System[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2016, 16(24):8815-8822.
- [5] 冈萨雷斯 RC, 伍兹. RE. 数字图像处理(第三版)[M]. 阮秋琦, 阮宇智, 等译. 北京:电子工业出版社, 2010:197-213.
- [6] WANG Z, HUANG X, LI Y X, et al. A new image encryption algorithm based on the fractional-order hyperchaotic Lorenz system[J]. *China Phys B*, 2013, 22(1):010504.
- [7] ZHOU X C, WANG M L, ZHOU L F. Image smoothing algorithm based on matching normal distribution diffusion[J]. *Journal of Image and Graph*, 2015, 20(2):169-176.
- [8] ZHOU X C, WANG M L, SHI L F, et al. Image smoothing model based on the combination of the gradient and curvature [J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(4):044201(1-7).
- [9] BUADES A, COLL B, MOREL J M. A non-local algorithm for image denoising[J]. *IEEE Computer Vision and Pattern Recognition*, 2005(1):60-65.
- [10] DABOV K, FOI A, KATKOVNIK V, et al. Image Denoising by Sparse 3-D Transform-Domain Collaborative Filtering[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, 16(8):2080-2095.
- [11] LI Y J, ZHANG J W, WANG M M. Improved BM3D denoising method[J]. *IET Image Processing*, 2017, 11(12):1197-1204.
- [12] ISIDORA S, IGOR D, MILOS D. Adaptive average BM3D filter for reconstruction of images with combined noise[C]//2018 7th Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO), 2018:1-4.
- [13] ZHOU X C, WANG M L, SHI L F, et al. Diffusion denoising model based on the wavelet and biharmonic equation[J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(6):64203.
- [14] FENG X C, LI X H, WANG W W. Improvement of BM3D Algorithm Based on Wavelet and Directed Diffusion[C]//IEEE 2017 International Conference on Machine Vision and Information Technology (CMVIT), 2017.
- [15] ZHOU D, CHENG W. Image denoising with an optimal threshold and neighbouring window[J]. *Pattern Recognition Letters*, 2008, 29:1694-1697.
- [16] ALESSANDRO F, VLADMIR K, KAREN E. Pointwise Shape-Adaptive DCT for High-Quality Denoising and Deblocking of Grayscale and Color Images[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, 16(5):1395-1411.
- [17] ABDERRAHIM E, XAVIER D, OLIVIER L. Non-Local Morphological PDEs and ρ -Laplacian Equation on Graphs With Applications in Image Processing and Machine Learning[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2012, 6(7):764-779.
- [18] MALLAT S, HWANG W L. IEEE Trans on IT 38612. Mallat S Hwang W L. Singulatitr Detection and Processing with Wavelet [J]. *IEEE Transactions on IT*, 1992, 38(2):612-643.
- [19] PERONA P, MALIK J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence*, 1990, 12(7):629-639.



WU Jing, born in 1997, postgraduate. Her main research interest is image processing.



ZHOU Xian-chun, born in 1974, Ph.D., postgraduate supervisor. His main research interests include signal & information processing and image processing.