

结合社区嵌入和节点嵌入的社区发现算法



赵霞¹ 李娴¹ 张泽华¹ 张晨威²

¹ 太原理工大学信息与计算机学院 山西 晋中 030600

² 伊利诺伊大学芝加哥分校计算机科学学院 芝加哥 60607

(zhaoxiazzzz@163.com)

摘要 社区作为社交网络的重要属性,对理解网络功能和预测演化有着重要作用。通过网络嵌入将网络节点转化成低维稠密的特征向量,并将其应用于社区发现等机器学习任务,是近年来的研究热点。传统的网络嵌入方法仅针对节点嵌入,忽略了社区嵌入的重要性。针对这样的问题,提出了将社区嵌入和改进的节点嵌入相结合的方法 CNE,从而获得融合结构信息和属性信息的节点表示。节点嵌入将节点表示为低维向量,类似地,社区嵌入把社区表示为低维空间中的高斯分布,二者将多种节点相似性相结合,互相促进,从而获得更为准确的社区发现结果。在公开数据集上将所提算法与传统的社区发现算法和网络嵌入方法进行比较,实验结果表明提出的 CNE 方法具有更高的精度。

关键词: 社交网络;社区发现;网络嵌入;社区嵌入

中图法分类号 TP181

Community Detection Algorithm Combing Community Embedding and Node Embedding

ZHAO Xia¹, LI Xian¹, ZHANG Ze-hua¹ and ZHANG Chen-wei²

¹ College of Information and Computer, Taiyuan University of Technology, Jinzhong, Shanxi 030600, China

² School of Computer Science, University of Illinois at Chicago, Chicago, Chicago 60607, USA

Abstract As an important property of social networks, community plays an important role in understanding network functions and predicting evolution. It is a research hotspot in recent years to transform network nodes into low-dimensional dense feature vectors through network embedding and apply them to machine learning tasks such as community detection. The traditional network embedding method only focuses on node embedding and ignores the importance of community embedding. Aiming at such a problem, CNE, a method combining Community embedding and improved Node Embedding, is proposed to obtain node representation combining structure information and attribute information. Node embedding represents nodes as low-dimensional vectors. Similarly, community embedding represents communities as Gaussian distributions in low-dimensional spaces. They combine multiple node similarities to promote more accurate community detection results. The experimental results show that, compared with the traditional community detection algorithm and network embedding method on public datasets, the proposed CNE method has higher precision.

Keywords Social network, Community detection, Network embedding, Community embedding

1 引言

随着大数据时代的到来和社交网络的普及,社区成为了社交网络的重要属性。针对社区发现的研究开始利用网络中丰富的节点交互信息,如网络拓扑结构信息或者网络节点的属性信息,来获得复杂网络中模块化的社区结构。社区发现旨在研究网络中联系紧密的节点组成的模块,可以帮助我们理解整个网络的功能、交互及演化,对社交网络的分析有着十分重要的作用,并且在社会学、生物医学和计算机科学

等领域都有广泛应用^[1]。

传统的社区发现研究主要通过网络的拓扑结构来发现社区,即基于模块度优化的方法是以模块度 Q 值^[2]为目标函数,然后通过一些启发式算法来对其进行优化。基于谱聚类的算法通过计算拉普拉斯矩阵的特征向量,将网络节点映射到多维向量空间中,再运用传统的聚类算法将它们聚集成社区^[3-4]。基于统计推理的方法将社区发现转化成贝叶斯推理问题,通过生成模型来拟合网络,从而获得社区结构^[5]。以上方法都是基于传统的网络表示方式即高维稀疏的向量表示,

到稿日期:2019-10-15 返修日期:2019-12-16 本文已加入开放科学计划(OSID),请扫描上方二维码获取补充信息。

基金项目:国家自然科学基金项目(61503273,61702356);太原理工大学青年创新团队项目(2014TD056)

This work was supported by the National Nature Science Foundation of China (61503273,61702356) and Youth Innovation Team Project of Taiyuan University of Technology (2014TD056).

通信作者:张泽华(zehua_zhang@163.com)

在计算过程中会花费大量的存储空间和运行时间,难以适用于大规模网络分析任务,因此研究者们转而探索将网络中的节点表示为低维稠密向量的方法,也就是网络嵌入学习^[6]。

传统的网络嵌入方法致力于为每一个节点输出一个表示,从而将一些相似的节点嵌入到一个低维稠密的向量空间中,这些节点表示保持了原来的网络结构。考虑到社区是将一组连接密集的节点视为一个模块,同一个社区内的节点比不同社区之间的节点连接得更为密集。进一步地,可以将社区在低维空间中表示出来。类似于将节点嵌入表示为向量,可以将社区嵌入(Community Embedding)^[7]表示为社区在低维空间中的分布。节点嵌入有利于后续在社区发现任务,而得到良好的社区发现结果又有利于社区嵌入;社区嵌入可以用于优化节点嵌入。节点嵌入和社区嵌入相辅相成,共同促进社区发现,因此本文把节点嵌入和社区嵌入结合起来进行社区发现。

本文提出的社区嵌入结合节点嵌入(Community embedding and Node Embedding, CNE)的算法将社区嵌入定义为多元高斯分布^[8](Gaussian Mixture Model, GMM),利用其从节点嵌入结果中获得社区结构;同时,在节点嵌入方面改进了语言建模 Skip-Gram^[9]模型。本文采用的网络嵌入方法不仅可以保持网络的拓扑结构,而且有效利用了节点的属性信息,可以更好地描述节点结构和节点间的相似性,从而获得更准确的社区发现结果。

本文的主要贡献包括两个方面。

1)提出了社区嵌入和发现与改进的节点嵌入相互促进的CNE算法。该算法考虑了网络拓扑信息和节点属性信息,并且利用多种节点相似性对网络进行更全面的建模。

2)在公开数据集上将CNE算法与传统的社区发现算法进行比较,结果表明CNE算法的有效性得到了明显提升;同时对主要参数进行了讨论。

本文第2节介绍了当前相关工作的进展;第3节详细阐述了提出的主要方法;第4节在公开数据集上对本文提出的方法进行实验验证和有效性评估;最后总结全文。

2 相关工作

复杂的信息网络可被看作由顶点和边(链接)构成的有向或无向图,其中可能包含数十亿的顶点和边,在这样的网络上进行推理和分析会非常困难。因此,如何合理地网络进行表示成为了网络分析中很关键的问题。网络嵌入方法(Network Embedding)将网络节点映射到一个连续低维的特征空间中,得到的节点表示有利于后续的机器学习任务如社区发现、节点分类、链路预测、可视化等的完成^[10-13]。

网络嵌入学习在自然语言处理等领域的成功应用,使得其得到了越来越多学者的关注。早期的一些嵌入方法都集中在节点嵌入上。例如, IsoMap^[14]和 LLE^[15]这两种方法是基于一阶相似度来获得节点特征向量。受深度学习的启发,基于词向量模型的表示学习算法相继被提出,最有代表性的是 Perozzi 等提出的 DeepWalk 模型^[10],该模型采用 SkipGram 模型来学习节点嵌入,解决了网络稀疏性问题。Node2vec^[12]采用受限随机游走的采样方式扩展了 DeepWalk 模型。Tang

等提出的适用于多种类型网络的 LINE 模型^[9]和 Wang 等提出的半监督的深度模型 SDNE^[16]通过一阶相似性和二阶相似性来捕捉网络局部和全局结构。关于保留节点的高阶相似性, Cao 等提出了 GraRep^[17],其使用 SVD^[18]方法学习高阶转移概率矩阵,但现实网络具有的稀疏性使得这种方法的计算复杂度很高。这些模型或是只利用了网络的结构信息,或是只利用了属性信息,无法全面表示整个网络。但是,结合多种信息能够更加精准地描述网络,因此本文方法同时利用多源信息对网络节点进行建模。

根据以上描述,现有网络嵌入方法大多只是进行节点嵌入,而没有考虑社区嵌入的影响。本文提出的 CNE 算法一方面考虑了利用节点嵌入进行社区发现;另一方面,可将社区嵌入看作高阶相似性,即在同一社区中的相似节点可以不是直接邻居或间接邻居。CNE 算法利用多种节点的相似性,来优化节点嵌入,进而优化社区发现结果。

3 CNE 算法

结合社区嵌入和节点嵌入的 CNE 算法主要用于解决传统网络嵌入方法在进行节点嵌入时无法进行社区嵌入的问题,通过多种节点相似性优化节点嵌入,并且利用了多种信息对网络进行建模。具体步骤如算法 1 所示。

算法 1 CNE 算法

输入:网络 $G=(V, A, E)$ 的邻接表,社区个数 K ,步长 η ,步数 φ ,窗口大小 w ,嵌入维度 d ,超参 α, β

输出:节点嵌入 Φ ,社区嵌入 (Ψ, Σ) ,社区发现 Π

1. 通过 DeepWalk 初始化 (Φ, Φ')
2. for $v_s \in S$ do
 - $P_s = \text{RandomWalk}(G, v_s, \eta, \varphi)$
 - for $v_c \in C$ do
 - $P_c = \text{RandomWalk}(G, v_c, \eta, \varphi)$
 - /* 获得网络的结构和属性信息 */
3. for $t_1 = 1, \dots, T_1$ do
 - for $t_2 = 1, \dots, T_2$ do
 - 通过式(6)一式(8)来更新 (Π, Ψ, Σ)
 - /* 社区嵌入和发现阶段 */
4. for $(v_i, v_j) \in E$ do
 - 通过式(10)更新 ϕ_i 和 ϕ_j .
 - /* SGD 计算节点嵌入一阶相似性 */
5. for $v_s \in P_s \vee v_c \in P_c$ do
 - 使用式(11)更新 ϕ_i
 - /* SGD 计算节点嵌入二阶相似性 */
6. for $v \in V$ do
 - 使用式(12)更新 ϕ_i
 - /* SGD 计算节点嵌入高阶相似性 */

3.1 问题的定义

给定网络 $G=(V, A, E)$,其中 V 是节点集合, A 表示节点属性, $E \subseteq V \times V$ 表示边的集合。传统的网络嵌入方法旨在学习每个节点 $v_i \in V$ 的嵌入表示 ϕ_i ,在引入社区嵌入后,假设网络节点划分为 K 个社区,每个节点的社区划分表示为 $z_i \in \{1, \dots, K\}$ 。将每个社区看作一个高斯分量,其社区中心为均值向量,社区成员节点的传播表示为协方差矩阵。

定义 1 在 $d(d \ll |V|)$ 维空间中,社区 $k(k = \{1, 2, \dots, K\})$ 的嵌入表示为一组随机变量 (ϕ_k, Σ_k) , 其中 ϕ_k 和 Σ_k 分别是多元高斯分布的均值和协方差。

本文的目标是同时学习每个节点 v_i 的嵌入 ϕ_i 和社区 k 的嵌入 (ϕ_k, Σ_k) , 最终得到每个社区的社区成员 π_{ik} 且 $\sum_{k=1}^K \pi_{ik} = 1$ 。

3.2 社区发现和嵌入

在给定节点嵌入结果之后,传统的社区检测采用谱聚类等方法,但是此类方法不能给出一个统一的目标函数,以至于无法与节点嵌入进行后续的优化。受 GMM 的启发,本文选择在单个高斯函数中进行社区发现和嵌入。假定每个节点 v_i 的嵌入 ϕ_i 都是由社区 k 的多元高斯分布生成的,记所有节点的似然函数为:

$$\prod_{i=1}^{|V|} \sum_{k=1}^K p(z_i = k) p(v_i | z_i = k; \phi_k, \Sigma_k) \quad (1)$$

其中, $p(z_i = k)$ 表示节点 v_i 属于社区 k 的概率,记为 π_{ik} 。在社区嵌入过程中,可以通过优化 π_{ik} 和 (ϕ_k, Σ_k) 得到社区发现结果。

3.3 节点嵌入

将节点嵌入到低维稠密的向量空间中,为了能够保留网络原有的结构,可以通过获得网络的局部信息或者全局信息来实现。本文借鉴 LINE^[12] 的思想,通过一阶相似性和二阶相似性来分别捕获网络的局部信息和全局信息。

一阶相似性一般表示现实网络中两个节点之间的相似度。例如,在社交网络中,朋友之间可能有相同的爱好;在互联网中,存在链接的两个网页有共同的主题。为了保持一阶相似性,可以最小化以下目标函数:

$$L_1 = - \sum_{(v_i, v_j) \in E} \log \sigma(\phi_i^T \phi_j) \quad (2)$$

其中, $\sigma(\cdot)$ 是 sigmoid 函数。

为了保持二阶相似性,借助语言建模中的 Skip-Gram 模型来学习节点的向量表示。由于 Skip-Gram 是用单词预测上下文的模型,通过最大化窗口内单词之间的共现概率来学习向量表示。借鉴这个模型,将节点当作语言模型中的单词,将随机游走得到的节点序列当作语言模型中的句子并将其作为 Skip-Gram 的输入。为了更全面地对节点建模,本文将网络分为结构图和属性图,同时利用结构信息和节点属性信息来保持二阶相似性:

$$L_2 = \alpha \sum_{v_i \in V} \sum_{v_j \in S} \log \sigma(\phi_i^T \phi_j) + \sum_{v_i \in V} \sum_{v_j \in C} \log \sigma(\phi_i^T \phi_j) \quad (3)$$

其中, S 和 C 分别为结构节点和属性节点的上下文节点库, $\alpha > 0$ 为超参数。

图 1 给出了传统的网络嵌入方式得到的节点表示。图 1 中,节点 3 和节点 6 直接相连,但是属于两个不同的社区;节点 9 和节点 12 有许多直接或间接的邻居节点,但也分属于不同的社区。为了使社区嵌入和节点嵌入之间有反馈信息,并且又能促进社区发现结果,只有一阶和二阶相似性是不够的,为此引入一种社区层次的高阶相似性:

$$L_3 = \frac{\beta}{K} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{|V|} \pi_{ik} N(\phi_i | \phi_k, \Sigma_k) \quad (4)$$

其中, $\beta > 0$ 为超参数,用于控制高阶相似性的影响力。记 $\Phi = \{\phi_i\}$, $\Phi' = \{\phi'_i\}$, $\Sigma = \{\Sigma_k\}$, $\Pi = \{\pi_{ik}\}$, $\Psi = \{\psi_k\}$, 因此最终的目标函数为:

$$L = L_1(\Phi) + L_2(\Phi, \Phi') + L_3(\Phi, \Pi, \Psi, \Sigma) \quad (5)$$

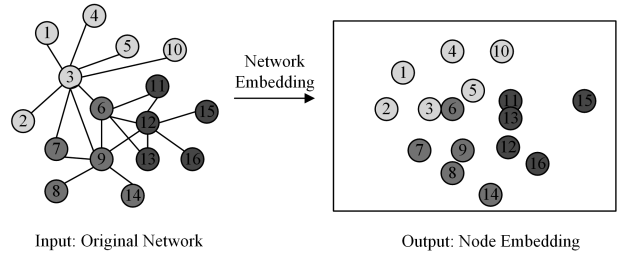


图 1 节点嵌入

Fig. 1 Node embedding

3.4 模型优化

将式(5)看作由节点嵌入和社区嵌入两部分组成,采用迭代优化 (Π, Ψ, Σ) 和 (Φ, Φ') 来求解。首先,固定 (Φ, Φ') 的值,此时模型退化为 GMM 模型。采用期望最大化算法(Expectation-Maximum, EM)^[19] 来优化 (Π, Ψ, Σ) :

$$\pi_{ik} = \frac{\sum_{i=1}^{|V|} \lambda_{ik}}{|V|} \quad (6)$$

$$\phi_k = \frac{1}{\sum_{i=1}^{|V|} \lambda_{ik}} \sum_{i=1}^{|V|} \lambda_{ik} \phi_i \quad (7)$$

$$\Sigma_k = \frac{1}{\sum_{i=1}^{|V|} \lambda_{ik}} \sum_{i=1}^{|V|} \lambda_{ik} (\phi_i - \phi_k) (\phi_i - \phi_k)^T \quad (8)$$

$$\lambda_{ik} = \frac{\pi_{ik} N(\phi_i | \phi_k, \Sigma_k)}{\sum_{k=1}^K \pi_{ik} N(\phi_i | \phi_k, \Sigma_k)} \quad (9)$$

实验中,采用 DeepWalk 算法对 (Φ, Φ') 进行初始化。接下来固定 (Π, Ψ, Σ) , 采用随机梯度下降(Stochastic Gradient Descent, SGD)^[20] 的方法来优化 (Φ, Φ') , 即对节点嵌入的 3 种相似性进行无约束优化:

$$\frac{\partial L_1}{\partial \phi_i} = \sum_{(v_i, v_j) \in E} \sigma(\phi_i^T \phi_j) \phi_j \quad (10)$$

$$\frac{\partial L_2}{\partial \phi_i} = -\alpha \left[\sum_{v_s \in S} \sigma(-\phi_s^T \phi_i) \phi_s' + \sum_{v_c \in C} \sigma(-\phi_c^T \phi_i) \phi_c' \right] \quad (11)$$

$$\frac{\partial L_3}{\partial \phi_i} = \frac{\beta}{K} \sum_{k=1}^K \pi_{ik} \sum_k^{-1} (\phi_i - \phi_k) \quad (12)$$

4 实验与分析

在几个不同规模的数据集上分别将 CNE 算法与 4 个适用于社区发现的算法进行对比,以验证其有效性;并对参数设置进行讨论。

4.1 评测数据集

实验所使用的集中测试数据集的具体信息如表 1 所列。

表 1 测试数据集
Table 1 Test datasets

Datasets	Communities	Nodes	Edges
DBLP-1	4	60 744	52 890
DBLP-2	5	13 184	48 018
Zachary	2	34	78
Football	12	115	616

DBLP-1 和 DBLP-2 都是建立在学术论文引用网络库上的数据集,将数据集中的作者作为节点,论文标题作为节点内容,数据集中出现频率在 3 次以上的词作为节点属性。另外

两个公开数据集是 Zachary Karate Club(简记为 Zachary)和 College Football Network(简记为 Football)。其中, Zachary 是一个空手道俱乐部的成员关系网络,共有 34 个成员和以管理员及教练为中心的 2 个小组;而 Football 是 2000 年的美国大学足球橄榄球联盟比赛网络,其中 115 支队伍被分为 12 个联盟进行比赛。

4.2 评价指标和对比方法

本文使用评价社区发现算法的常用标准化互信息(Normalized Mutual Information, NMI)^[21]和模块度 Q 值作为标准。

给定两个划分结果 A 和 B, C 为混淆矩阵, C_{ij} 是属于结果 A 的社区 i 和结果 B 的社区 j 的节点数, 则 NMI 的计算公式为:

$$I(A, B) = \frac{-2 \sum_{i=1}^{C_A} \sum_{j=1}^{C_B} C_{ij} \log\left(\frac{C_{ij} N}{C_i C_j}\right)}{\sum_{i=1}^{C_A} C_i \cdot \log\left(\frac{C_i}{N}\right) + \sum_{j=1}^{C_B} C_j \cdot \log\left(\frac{C_j}{N}\right)} \quad (13)$$

其中, C_A (C_B) 是 A (B) 的社区数, N 为节点数。NMI 用来衡量两个结果的相似度, 取值范围为 $[0, 1]$, 数值越大代表社区发现的结果越好。

模块度 Q 值的计算公式为:

$$Q = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^K \left[2l_i - \frac{d_i^2}{2m} \right] \quad (14)$$

其中, i 为所属社区号, K 是社区总数, l_i 是社区 i 的总边数, d_i 是社区 i 节点的总度数, m 是整个网络的总边数。Q 值的取值范围为 $[-0.5, 1)$, 其值越大, 说明社区划分的效果越好。当 Q 值为 0.3~0.7 时, 说明社区发现的效果良好。

选取几种经典的算法并将其应用于社区发现来对比评估本文提出的 CNE 算法的性能。

Louvain^[22]: 一种基于多层次优化的启发式算法。该算法的主要思想是将每个节点划分到相邻节点的社区中, 以使模块度 Q 值不断增大直到不再变化, 此时再根据生成的社区结构重构网络。它能够检测出网络中的层次结构, 且有较低的时间复杂度。

DeepWalk: 利用网络结构中随机游走序列的信息来代替语言建模中的句子, 将节点向量映射到一个低维稠密的空间中。用 SkipGram 模型对节点序列进行网络节点表示学习与预测。

LINE: 提出了一个保留一阶相似性和二阶相似性的目标函数, 并以一种边采样策略对其进行优化。该算法适用于有向网络。

GraRep: 利用不同尺度的节点来共现网络信息, 将奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)应用于邻接矩阵的幂以获得节点的低维表示。该算法的局限性在于计算过程中需要计算大量矩阵的幂和 SVD。

4.3 实验设置

借鉴 LINE 等模型, 对所有网络嵌入方法的参数进行统一设置: 步数 φ 为 10, 步长 η 为 80; Skip-Gram 模型的窗口大小 ω 为 5。对于所有数据集, 设置实验获得的最优超参数 $\alpha = 0.1, \beta = 0.1$ 。

4.4 实验结果分析

基于 4.1 节中的公开数据集, 将本文算法与其他 4 种算法进行比较以验证其有效性, 结果如表 2 和表 3 所列。

表 2 不同数据集下各算法的 NMI 比较

Table 2 NMI comparison of algorithms on three datasets

Datasets	Louvain	DeepWalk	LINE	GraRep	CNE
DBLP-1	0.4359	0.5936	0.5215	0.6387	0.7114
DBLP-2	0.4672	0.6154	0.6027	0.6571	0.7358
Zachary	0.5875	0.6214	0.6367	0.6730	0.7375
Football	0.6046	0.7106	0.7224	0.7347	0.7834

表 3 不同数据集下各算法的 Q 值比较

Table 3 Q value comparison of algorithms on three datasets

Datasets	Louvain	DeepWalk	LINE	GraRep	CNE
DBLP-1	0.4737	0.5467	0.5307	0.5532	0.5917
DBLP-2	0.4952	0.5832	0.5479	0.5693	0.5735
Zachary	0.5283	0.5682	0.5514	0.5745	0.6040
Football	0.5461	0.5731	0.5872	0.6069	0.6381

由表 2 和表 3 可得, CNE 算法在两种评价指标下均有显著提高, 尤其在 DBLP 这样稍大一些的数据集上的表现更加突出。这是由于 CNE 算法能够同时利用节点的结构信息和属性信息, 加入这些辅助信息之后消除了网络稀疏性造成的不良影响。由于 DBLP-2 数据比 DBLP-1 稠密, 建模可利用的信息较多, 获得了全面的节点表示, 社区发现结果更好。Louvain 是公认的较好的传统社区发现算法, 它的优点是效率高, 但是其效果略次于网络嵌入方法。不同的节点相似性对社区发现有不同的效果, 如 GraRep 由于利用了节点高阶相似性, 因此在大规模网络中的效果比保持了二阶相似性的 DeepWalk 略优。CNE 算法使得社区嵌入和节点嵌入相互促进, 保持了多种节点相似性, 因此在各类数据集上都表现出了良好的效果。

4.5 参数讨论

在设计节点二阶相似性和高阶相似性时涉及到的参数 α 和 β 会对社区发现效果产生影响, 因此有必要对它们进行讨论。

在讨论其中一个参数时, 将另一个参数设定为最优值。由图 2 和图 3 可以看到 α 的敏感性要比 β 大, 说明在加入节点高阶相似性后, 算法相对更稳健了。但是, 在讨论范围 $[0.001, 1]$ 内, 算法的鲁棒性比较良好, α 和 β 均在 0.1 处达到最好的效果。而且对于大型数据集, CNE 算法的参数敏感性较低, 说明算法在大规模数据集上的应用具备优势。

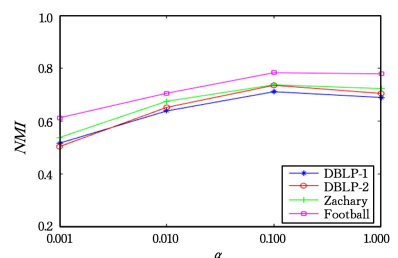
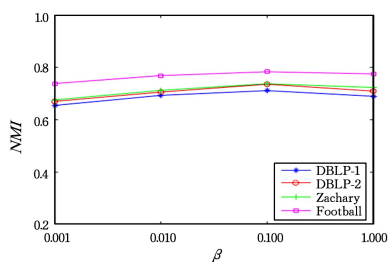


图 2 参数 α 对算法效果的影响

Fig. 2 Effect of parameter α on algorithm results

图3 参数 β 对算法效果的影响Fig. 3 Effect of parameter β on algorithm results

结束语 本文提出了融合社区嵌入和节点嵌入使其相互促进的CNE算法。该算法不仅可以保持网络的拓扑结构,有效利用节点的属性信息,还保持了多种节点的相似性,可以更好地描述节点结构和节点间的相似性,从而获得更准确的社区发现结果。在对网络进行合理的表示之后,社区发现算法的效果得到明显提升。今后,可考虑将算法扩展到异质信息网络中。

参考文献

- [1] XIE J, KELLEY S, SZYMANSKI B K. Overlapping community detection in networks: The state-of-the-art and comparative study[J]. *Acm Computing Surveys (csur)*, 2013, 45(4): 43.
- [2] Newman M E J. Fast algorithm for detecting community structure in networks[J]. *Physical Review E*, 2004, 69(6): 066133.
- [3] SHI P, HE K, BINDEL D, et al. Local lanczos spectral approximation for community detection[C]// *Joint European Conference on Machine Learning and Knowledge Discovery in Databases*. Berlin: Springer, 2017: 651-667.
- [4] ZHANG X Q, AN X D, CAO F Y. Detecting Community from Bipartite Network Based on Spectral Clustering[J]. *Computer Science*, 2019, 46(4): 216-221.
- [5] HAN Y, TANG J. Probabilistic community and role model for social networks[C]// *Proceedings of the 21th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*. New York: ACM, 2015: 407-416.
- [6] CUI P, WANG X, PEI J, et al. A survey on network embedding [J]. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 2018, 31(5): 833-852.
- [7] ZHENG V W, CAVALLARI S, CAI H, et al. From Node Embedding To Community Embedding [J]. *arXiv: 1610. 09950*, 2016.
- [8] BISHOP C M. *Pattern Recognition and Machine Learning (Information Science and Statistics)*[M]. New York: Springer-Verlag, 2007.
- [9] MIKOLOV T, CHEN K, CORRADO G S, et al. Efficient Estimation of Word Representations in Vector Space [J]. *arXiv: 1301. 3781*, 2013.
- [10] CHEN H, PEROZZI B, AL-RFOU R, et al. A tutorial on network embeddings[J]. *arXiv: 1808. 02590*, 2018.
- [11] PEROZZI B, AL-RFOU R, SKIENA S. Deepwalk: Online learning of social representations[C]// *Proceedings of the 20th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*. New York: ACM, 2014: 701-710.

- [12] GROVER A, LESKOVEC J. Node2vec: Scalable feature learning for networks[C]// *Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*. New York: ACM, 2016: 855-864.
- [13] TANG J, QU M, WANG M, et al. Line: Large-scale information network embedding[C]// *Proceedings of the 24th International Conference on World Wide Web*. New York: ACM, 2015: 1067-1077.
- [14] ROWEIS S T, SAUL L K. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding[J]. *Science*, 2000, 290(5500): 2323-2326.
- [15] TENENBAUM J B, DE SILVA V, LANGFORD J C. A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction[J]. *Science*, 2000, 290(5500): 2319-2323.
- [16] WANG D X, CUI P, ZHU W W. Structural Deep Network Embedding[C]// *Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*. New York: ACM, 2016: 1225-1234.
- [17] CAO S, LU W, XU Q. Grarep: Learning graph representations with global structural information[C]// *Proceedings of the 24th ACM International Conference on Information and Knowledge Management*. New York: ACM, 2015: 891-900.
- [18] GOLUB G H, VAN LOAN C F. *Matrix computations*[M]. Baltimore: JHU press, 2012.
- [19] DEMPSTER A P, LAIRD N M, RUBIN D B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm[J]. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 1977, 39(1): 1-22.
- [20] MIKOLOV T, SUTSKEVER I, CHEN K, et al. Distributed representations of words and phrases and their compositionality [C]// *Advances in Neural Information Processing Systems*. New York: ACM, 2013: 3111-3119.
- [21] WHITLEY D, STARKWEATHER T, Bogart C. Genetic algorithms and neural networks: Optimizing connections and connectivity[J]. *Parallel Computing*, 1990, 14(3): 347-361.
- [22] BLONDEL V, GUILLAUME J L, LAMBIOTTE R, et al. Fast unfolding of communities in large networks[J]. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2008, 2008(10): P10008.



ZHAO Xia, born in 1994, postgraduate. Her main research interests include uncertainty theory and social network applications.



ZHANG Ze-hua, born in 1981, Ph. D., master supervisor, is a member of China Computer Federation. His main research interests include granular computing, uncertain reasoning and knowledge discovery on graph.