

OFDM 系统中基于贝叶斯学习的联合稀疏信道估计与数据检测

陈平¹ 郭秋歌² 李攀¹ 崔峰^{1,2}

1 济源职业技术学院信息工程系 河南 济源 459000

2 河南黄河河务局信息中心 郑州 450001

(1169904263@qq.com)

摘要 众所周知,一个宽带无线信道的冲击响应是近似稀疏的,从某种意义上,相对于时延扩展来讲,它仅有一小部分重要的组成成分。针对正交频分复用系统,基于稀疏贝叶斯学习方法,提出两种稀疏信道估计算法:稀疏贝叶斯算法和联合稀疏贝叶斯算法。在信道测量矩阵未知的情况下,所提算法仍能够有效地估计出信道抽头。蒙特卡洛仿真显示,与经典正交匹配追踪算法和变分消息传递算法相比,所提算法在均方误差和误码率相同的情况下,信噪比有 3~5 dB 的提升。

关键词 正交频分复用;变分消息传递;正交匹配追踪;稀疏贝叶斯学习;信道估计;近似稀疏

中图分类号 TP911

Joint Sparse Channel Estimation and Data Detection Based on Bayesian Learning in OFDM System

CHEN Ping¹, GUO Qiu-ge², LI Pan¹ and CUI Feng^{1,2}

1 Department of Information Engineering, Jiyuan Vocational and Technical College, Jiyuan, Henan 459000, China

2 Information Center of Henan Yellow River Bureau, Zhengzhou 450001, China

Abstract It is well known that the impulse response of a wide band wireless channel is approximately sparse, in the sense that it has a small number of significant components relative to the channel delay spread. In this paper, two sparse channel estimation algorithms based on sparse bayesian learning (SBL) method are proposed for orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) system, which we call SBL algorithm and J-SBL algorithm. In the case of unknown channel measurement matrix, the proposed algorithms can still estimate channel taps effectively. Compared with the classical algorithms: orthogonal matching pursuing (OMP) algorithm and variational messaging (VMP) algorithm, montecarlo simulation shows that the proposed algorithms perform better than classical algorithms in terms of the same mean square error and bit error rate and their SNR is improved by 3~5 dB.

Keywords Orthogonal frequency division multiplexing, Variational message passing, Orthogonal matching pursuit, Sparse Bayesian learning, Channel estimation, A-sparse

1 引言

在当前常见的通信技术标准中,正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)是一种常见的多载波调制技术。与单载波频域均衡系统相比,其频谱效率高,信道之间多径失真少,对接收端定时同步要求低,因此被广泛应用。为了在接收端对发送信号进行精确译码,需要对无线信道失真进行补偿,即需要已知信道的状态信息,这就对无线通信系统中信道估计技术提出了很高要求。常见的信道估计分为 3 类:(1)基于参考信号的估计;(2)盲信道估计;(3)半盲信道估计。基于参考信号的估计需要借助参考信号,即导频或训练序列来进行信道估计,其又称为基于导频的信道估计。而盲信道估计是一种采用判决反馈的方式来进行信道估计的方法,其一个显著的特点就是利用调制信号本身固有的一些

与具体承载信息比特无关的特征来进行信道估计。半盲信道估计则结合了盲信道估计与基于参考信号的信道估计的优点来进行信道估计。实际上,无线信道由于具有时延特性,其有用抽头的个数很少,频率响应的多数数值近似为零,只有少数响应值的幅值比较大,且信道间隔较宽,因此无线信道可看成近似稀疏(a-sparse)信道。

在无线信道中,在特定位置信道的平均功率常用多径密度函数(Multipath Intensity Profile, MIP)表示。传统的 OFDM 系统信道估计方法通常假定 MIP 已知,通过导频来估计和追踪信道,或者通过迭代收敛算法进行联合符号检测和信道估计。压缩感知(Compressed Sensing, CS)方法多针对时变信道估计,同时要求信道包含少数非零元素且路径时延未知。BICM-OFDM 系统利用近似推理方法来解决联合信道估计和译码问题,其时变稀疏信道则利用伯努利-高斯先验来

基金项目:河南省高新技术领域科技攻关项目(172102210606);河南省高等学校重点科研项目(16B520018);济源市科技攻关项目(16022016)

This work was supported by the Key Scientific and Technological Projects in the Field of High and New Technology in Henan Province (172102210606), Key Scientific Research Projects of Universities in Henan Province (16B520018) and Jiyuan Science and Technology Project (16022016).

通信作者:郭秋歌(zzugq@163.com)

代替。文献[1]和文献[2]提出变分算法,利用导频辅助的方法来对 OFDM 系统进行联合信道估计与符号检测。文献[3-5]针对稀疏信道,提出了置信传播(Belief Propagation)算法和变分消息传递(Variational Message Passing)算法来进行信道估计;文献[6-10]则基于压缩感知理论来进行 OFDM 系统稀疏信道估计。上述文献所提算法大多不仅要求信道稀疏度已知,而且需要信道测量矩阵已知。文献[11-12]提出了基于平均场(Mean Field, MF)的稀疏信道估计算法,但其针对的是单载波频域均衡系统,并且要求信道测量矩阵已知。本文则基于稀疏贝叶斯学习方法,针对 OFDM 系统,提出新的信道估计和数据检测算法。

本文第 1 节介绍了稀疏信道的信道估计方法,并分析实际生活中无线信道的近似稀疏(a-sparse)特性,针对无线稀疏信道介绍了常见的稀疏信道估计算法;第 2 节给出本文所研究的 OFDM 系统的系统模型和优化函数,并对稀疏信道估计问题进行分类,即 P1 问题和 P2 问题;第 3 节利用稀疏贝叶斯学习模型架构推导估计信道参数,针对 P1 问题,提出基于导频的稀疏信道估计算法——稀疏贝叶斯学习(SBL)算法,然而在 OFDM 系统中发送符号是由导频子载波和数据子载波共同构成;为了能够充分利用数据子载波信息,精确评估系统性能;第 4 节针对 P2 问题,提出基于导频子载波和数据子载波的联合稀疏信道估计与数据检测算法——联合稀疏贝叶斯学习(J-SBL)算法;第 5 节对所提 SBL 算法和 J-SBL 算法进行分析及流程总结;第 6 节采用 3GPP 组织的 5G 标准参数进行仿真实验,将 SBL 和 J-SBL 算法与经典的稀疏信道估计算法 OMP 和 VMP 在信道的均方误差(MSE)性能和数据检测的误码率(BER)性能方面作对比并分析。

2 系统模型和优化函数

考虑一个 OFDM 系统,其载波个数为 N ,接收端接收信号定义为 \mathbf{y} ,则系统模型的数学表达式为:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{F}\mathbf{h} + \mathbf{v} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{N \times L}$ ($N > L$) 包含 L 列 $N \times N$ 离散傅里叶变换矩阵, $\mathbf{h} \in \mathbb{C}^L$ 是信道的冲击响应。字典矩阵为 $\Phi = \mathbf{X}\mathbf{F}$, 其中对角矩阵 $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 包含 N 个发送符号(包含已知导频符号和未知的 M-CSK/M-QAM 已调数据符号)。 $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ 是均值为零的加性高斯白噪声,其服从分布 $CN(0, \sigma^2)$, 其中 σ^2 为噪声方差。通常,在发射机和接收机之间的通信包含 K 个连续的 OFDM 符号。假定一个 OFDM 符号, P 是 N 个载波中的导频子载波, $(N-P)$ 是数据子载波,那么与导频子载波有关的系统模型可以表示为:

$$\mathbf{y}_p = \mathbf{X}_p \mathbf{F}_p \mathbf{h} + \mathbf{v}_p \quad (2)$$

其中, \mathbf{y}_p 是一个 $P \times 1$ 的向量,其元素是 \mathbf{y} 中导频位置处的元素值。 \mathbf{X}_p 是一个 $P \times P$ 的对角化矩阵,其元素是已知的导频符号值。 \mathbf{F}_p 是 $P \times L$ ($P < L$) 的 \mathbf{F} 子矩阵,其行向量是 \mathbf{F} 矩阵中导频处的元素值。 \mathbf{v}_p 是一个 $P \times 1$ 向量,其元素同样是向量 \mathbf{v} 在导频处的元素值。通常,信道估计和数据检测问题都通过优化准则转化为优化函数并利用相关算法来解决。在本文中,将系统模型中需要估计(求解)的参数建模得到优化函数 P1 和 P2,进而提出本文的两种算法——SBL 算法和 J-SBL 算法来完成信道估计和数据检测。

在复数域表示中,可以用一个具有固定抽头时延的线性滤波器来表示信道的冲击响应。

$$\tilde{h}[t] = \sum_{l=1}^L \tilde{h}_l \delta[t - \tau_l] \quad (3)$$

其中, $t \in \mathbb{R}$, $\delta(t)$ 是 delta 函数, \tilde{h}_l 和 τ_l 表示在接收机和发射机之间的 l 条路径传输衰减和传输时延, l 表示路径个数。考虑时延域滤波信道冲击响应, $h[t] = g_r[t] * \tilde{h}[t] * g_t[t]$, 其中 $g_t[t]$ 和 $g_r[t]$ 表示基带发送和接收滤波器,“*”表示卷积。离散时间信道则可以表示为 $h(l) = h[(l-1)T]$, 其中 T 表示波特间隔,整个信道可以表示为 $\mathbf{h} = (h(1), h(2), \dots, h(L))^T$ 。在 SBL 架构中,通常将信道建模为 $\mathbf{h} \sim CN(0, \mathbf{\Gamma})$, 其中, $\mathbf{\Gamma} = \text{diag}(\gamma(1), \dots, \gamma(L))$ 。如果 $\gamma(l) \rightarrow 0$, 其对应的 $h(l) \rightarrow 0$ 。

本文基于 SBL 直接推理方法,针对 OFDM 系统,提出新的信道估计、信道追踪和符号检测算法。当噪声方差为零时, SBL 算法能够保证收敛到稀疏局部最小值,此最小值与噪声方差无关。此外, SBL 利用 EM 算法能够实现单调收敛特性。相比之下,近似推理方法尽管能够降低复杂度,但是其无法保证收敛。式(2)中给出了噪声 \mathbf{v}_p 和信道 \mathbf{h} 的先验分布,则近似稀疏(a-sparse)信道估计问题可以表示为:

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\mathbf{h}, \gamma \in \mathbb{R}_+^{L \times 1}} \frac{\|\mathbf{y}_p - \mathbf{X}_p \mathbf{F}_p \mathbf{h}\|_2^2}{\sigma^2} + \log |\mathbf{\Gamma}| + \mathbf{h}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{h} \quad (P1)$$

其中, $\mathbf{\Gamma} = \text{diag}(\gamma(1), \dots, \gamma(L))$, $|\cdot|$ 表示矩阵的行列式。在上述目标函数中,第一项表示似然函数,其他项服从高斯分布。本文主要解决 OFDM 系统信道估计问题。

注意到,上述信道估计问题的解决仅仅利用了导频子载波。然而,在 OFDM 系统中,发送符号由导频子载波和数据子载波共同构成。为了能够精确地评估系统性能,本文考虑联合信道估计与数据检测,则问题可转换为:

$$\hat{\mathbf{h}}, \hat{\mathbf{X}} = \arg \min_{\mathbf{h}, \gamma \in \mathbb{R}_+^{L \times 1}, \mathbf{X} \in \mathcal{S}} \frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{F}\mathbf{h}\|_2^2}{\sigma^2} + \log |\mathbf{\Gamma}| + \mathbf{h}^H \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{h} \quad (P2)$$

其中, $\mathcal{S} \subset \mathbb{C}$ 表示已经传输的信号 M-QAM/M-PSK 调制。

由于接收机具有移动特性,在一帧信号持续时间内,信道特性基本保持时不变或缓慢衰落变化的特点。如果信道保持时不变特性,通过求解(P1),可以从导频子载波中得到 a-稀疏信道估计(a-sparse)。当信道是时变信道时,一般来讲,信道的非零抽头变化缓慢,且是瞬时相关的;但是对于少数 OFDM 信号,其信道的超参数依旧保持不变^[11-13]。此种信号被称为组近似稀疏(group approximately-sparse, group a-sparse)信号。本文将信道估计问题视为 group a-sparse,并基于贝叶斯推理架构给出新的估计算法。文献[14]介绍了近似推理时变信道的稀疏信道估计方法。文献[15]提出时变相关稀疏信道的估计方法——块 SBL(Block SBL, BSBL)和暂态 SBL(Temporal SBL, TSBL)方法,这些文献中的信道参数之间的相关性是使用一种常用的结构来建模。文献[16]则提出近似卡尔曼滤波方法和自回归(AR)状态空间模型对组稀疏信道进行相关性建模。文献[17]针对稀疏相关信道估计,提出基于压缩感知的卡尔曼滤波方法。

本文针对 OFDM 系统,在块衰落信道下提出一种新算法来进行联合组近似稀疏信道估计与符号检测,并通过蒙特卡洛仿真证明其性能。通过研究文献[18],提出 SBL 推理方法解决 P1 问题。其次,为了解决 P2 问题,在 SBL 方法基础上,提出 J-SBL 算法。J-SBL 算法最显著的特点就是通过观测数据及导频子载波可以联合估计出 a-稀疏信道及发送的数据符号,并且该算法无需已知稀疏度及信道测量矩阵。仿真结果表明:所提两种算法提高了信道估计与符号检测的能力,其性

能与当前较好算法及经典算法即OMP和VMP算法相比,在联合信道估计的均方误差和系统误码率方面都有很大提高。

3 基于导频子载波的信道估计

本部分基于导频,针对P1问题,设固定导频个数 P_b ,提出OFDM系统块衰落信道的组 α -稀疏的信道估计SBL算法。首先针对一个OFDM符号,推导分析SBL算法估计信道参数方法,然后将其推广到多OFDM符号情形,并在第5节给出算法的详细步骤。

SBL使用一个参数化先验去获得稀疏性[19]:

$$p(\mathbf{h}; \boldsymbol{\gamma}) = \prod_{i=1}^L (\pi\gamma(i))^{-1} \exp\left(-\frac{|h(i)|^2}{\gamma(i)}\right) \quad (4)$$

对超参数 $\boldsymbol{\gamma}$ 的估计,通常使用ML算法[20],通过最大化边缘概率密度得到,具体表达式如下:

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{ML} = \arg \max_{\boldsymbol{\gamma} \in \mathbf{R}_+^{L \times 1}} p(\mathbf{y}_p; \boldsymbol{\gamma}) \quad (5)$$

由于上述问题无闭合解,通常需要进行迭代求解出 $\boldsymbol{\gamma}$ 的最大值[18]。在式(5)中,由于稀疏信道 \mathbf{h} 被视为隐藏变量(概率密度中不含 \mathbf{h}),因此对 $\boldsymbol{\gamma}$ 的最大似然估计由M-步获取。下面给出EM算法的步骤。

(1)E-步

$$Q(\boldsymbol{\gamma} | \boldsymbol{\gamma}^{(r)}) = E_{h|y_p, \boldsymbol{\gamma}^{(r)}} [\log p(\mathbf{y}_p, \mathbf{h}; \boldsymbol{\gamma})] \quad (6)$$

(2)M-步

$$\boldsymbol{\gamma}^{(r+1)} = \arg \max_{\boldsymbol{\gamma} \in \mathbf{R}_+^{L \times 1}} Q(\boldsymbol{\gamma} | \boldsymbol{\gamma}^{(r)}) \quad (7)$$

上述E-步需要已知稀疏信道 \mathbf{h} 和超参数 $\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\gamma}^{(r)}$ 的联合后验概率密度函数。其表示为:

$$p(\mathbf{h} | \mathbf{y}_p; \boldsymbol{\gamma}^{(r)}) = CN(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) \quad (8)$$

其中:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\Gamma}^{(r)} - \boldsymbol{\Gamma}^{(r)} \boldsymbol{\Phi}^T H \boldsymbol{\gamma}_p (\sigma^2 \mathbf{I}_{P_b} + \boldsymbol{\Phi}_p \boldsymbol{\Gamma}^{(r)} \boldsymbol{\Phi}_p^H)^{-1} \boldsymbol{\Phi}_p \boldsymbol{\Gamma}^{(r)}$$

$$\boldsymbol{\mu} = \sigma^{-2} \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Phi}_p^H \mathbf{y}_p, \boldsymbol{\Phi}_p = \mathbf{X}_p \mathbf{F}_p$$

注意到式(6)、式(7)中提到的EM算法可解决P1问题,

在此得到 α -稀疏信道的最大后验概率(MAP)估计 $\hat{\mathbf{h}} = \boldsymbol{\mu}, \hat{\boldsymbol{\Gamma}} = \text{diag}(\boldsymbol{\gamma}^{(r)})$ 。式(8)中提到的M-步可以简化为以下公式:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\gamma}^{(r+1)}(i) &= \arg \max_{\boldsymbol{\gamma} \in \mathbf{R}_+^{L \times 1}} E_{h|y_p, \boldsymbol{\gamma}^{(r)}} [\log p(\mathbf{h}; \boldsymbol{\gamma})] \\ &= E_{h|y_p, \boldsymbol{\gamma}^{(r)}} [|h(i)|^2] = \Sigma(i, i) + |\mu(i)|^2 \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)表示 $E_{h|y_p, \boldsymbol{\gamma}^{(r)}} [\log p(\mathbf{h}; \boldsymbol{\gamma})]$ 与 $\boldsymbol{\gamma}(i)$ 无关。通过若干次迭代计算 $\boldsymbol{\Sigma}$ 和 $\boldsymbol{\mu}$,可得到 $\boldsymbol{\gamma}$ 值。

文献[21]、文献[22]证明,在每一次迭代过程中,迭代结果趋于收敛。

针对块衰落信道包含多个OFDM符号的情况,设OFDM符号个数为 K 。由于在一个OFDM帧信号中信道仍旧保持时不变性,因此系统模型可由式(2)修改为:

$$\mathbf{y}_{p,m} = \mathbf{X}_{p,m} \mathbf{F}_{p,m} \mathbf{h} + \mathbf{v}_{p,m}; m = 1, \dots, K \quad (10)$$

上述公式与式(2)是一一对应的。 $\mathbf{y}_{p,m}$ 表示在 m^{th} 个OFDM符号中导频子载波对应的观测向量。 $\boldsymbol{\Phi}_{p,m} = \mathbf{X}_{p,m} \mathbf{F}_{p,m}$ 定义为 m^{th} 个OFDM符号中与导频子载波相对应的矩阵。多OFDM符号块衰落信道估计的SBL算法流程见第5节。

4 基于导频子载波和数据子载波的联合稀疏信道估计和符号检测

本部分基于导频和发送符号,在第3节SBL算法推导架构基础上,针对P2问题,提出OFDM系统块衰落信道基于导

频子载波和数据子载波的联合稀疏信道估计和符号检测J-SBL算法。

在一个OFDM帧信号中(包含 K 个OFDM符号),考虑到信道 \mathbf{h} 为隐藏变量,利用J-SBL算法估计参数 $[\boldsymbol{\gamma}, \mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_K]$,其E-步和M-步可表示如下。

(1)E-步

$$Q(\mathbf{X}, \boldsymbol{\gamma} | \mathbf{X}^{(r)}, \boldsymbol{\gamma}^{(r)}) = E_{h|y, \mathbf{X}^{(r)}, \boldsymbol{\gamma}^{(r)}} [\log p(\mathbf{y}, \mathbf{h}; \mathbf{X}, \boldsymbol{\gamma})] \quad (11)$$

(2)M-步

$$(\mathbf{X}^{(r+1)}, \boldsymbol{\gamma}^{(r+1)}) = \arg \max_{\mathbf{X}, \boldsymbol{\gamma} \in \mathbf{R}_+^{K \times 1}} Q(\mathbf{X}, \boldsymbol{\gamma} | \mathbf{X}^{(r)}, \boldsymbol{\gamma}^{(r)}) \quad (12)$$

其中, $\mathbf{X} \in \mathbf{C}^{NK \times NK}$ 为分块对角矩阵,其中包含 K 个小对角阵 $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_K$ 。每个小对角阵的对角元素是经过调制后所发送的符号。接收符号 $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1^T, \dots, \mathbf{y}_K^T]^T$ 。在E-步中,其后验概率密度 $p(\mathbf{h} | \mathbf{y}; \mathbf{X}^{(r)}, \boldsymbol{\gamma}^{(r)}) = CN(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ 计算为:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu} &= \sigma^{-2} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{F}_b^H \mathbf{X}^{(r)H} \mathbf{y} \\ \boldsymbol{\Sigma} &= (\sigma^{-2} \mathbf{F}_b^H \mathbf{X}^{(r)H} \mathbf{X}^{(r)} \mathbf{F}_b + \boldsymbol{\Gamma}^{(r)-1})^{-1} \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $\mathbf{F}_b \in \mathbf{C}^{NK \times L}, \mathbf{F}_b = \mathbf{1}_K \otimes \mathbf{F}$,其中 $\mathbf{1}_K$ 表示单位向量。可以看出式(13)和式(8)是不同的,式(13)中考虑了导频子载波和数据子载波共同传输的情况,而式(8)则仅通过导频 $\mathbf{X}_p \in \mathbf{C}^{P \times P}$ 来计算均值 $\boldsymbol{\mu}$ 和方差 $\boldsymbol{\Sigma}$,通过公式推导可以看出两者概率密度函数的不同点。 $\mathbf{X}^{(r)}$ 表示在第 r 次迭代时,传输的导频子载波和数据子载波符号。

式(12)中所给的第M-步目标函数为:

$$\begin{cases} Q(\mathbf{X}, \boldsymbol{\gamma} | \mathbf{X}^{(r)}, \boldsymbol{\gamma}^{(r)}) = c - p \\ p = E_{h|y, \mathbf{X}^{(r)}, \boldsymbol{\gamma}^{(r)}} \left[\frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{X} \mathbf{F}_b \mathbf{h}\|_2^2}{\sigma^2} + \log |\boldsymbol{\Gamma}| + \mathbf{h}^H \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \mathbf{h} \right] \end{cases} \quad (14)$$

其中, c 与 $\boldsymbol{\gamma}$ 和 \mathbf{X} 无关,为一常数。上述目标函数可看作 $E_{h|y, \mathbf{X}^{(r)}, \boldsymbol{\gamma}^{(r)}} [\log p(\mathbf{y}, \mathbf{h}; \mathbf{X})]$ 和 $E_{h|y, \mathbf{X}^{(r)}, \boldsymbol{\gamma}^{(r)}} [\log p(\mathbf{h}; \boldsymbol{\gamma})]$ 两个独立函数的和。在M-步中,最关键的是对第一项 $E_{h|y, \mathbf{X}^{(r)}, \boldsymbol{\gamma}^{(r)}} [\log p(\mathbf{y}, \mathbf{h}; \mathbf{X})]$ 中的 \mathbf{X} 进行最大化。这与第2节中所描述的SBL算法是一致的。由于第一项与 $\boldsymbol{\gamma}$ 无关,通过第二项函数优化 $\boldsymbol{\gamma}(i)$,并且通过式(9)迭代计算 $\boldsymbol{\gamma}^{(r+1)}(i)$ 。另一方面,对第一个函数的优化可以通过下面公式得到:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^{(r+1)}(i, i) &= \arg \min_{x_i \in \mathcal{S}} \{ C_b(i, i) |x_i|^2 + |y(i) - \\ &\quad x_i \mathbf{F}_b(i, :)\boldsymbol{\mu}|^2 \} \end{aligned} \quad (15)$$

其中, $i \in D, D$ 是数据子载波的下标, $C_b = \mathbf{F}_b \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{F}_b^H, \mathbf{F}_b(i, :)$ 是 \mathbf{F}_b 矩阵的第 i 行,式(13)中给出了 $\boldsymbol{\mu}$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}$ 。 \mathcal{S} 表示所发送符号的调制域。由于目标函数是单调递增的,设最大迭代次数为 r_{\max} ,则:

$$\begin{aligned} Q(\mathbf{X}^{(r+1)}, \boldsymbol{\gamma}^{(r+1)} | \mathbf{X}^{(r)}, \boldsymbol{\gamma}^{(r)}) &\geq Q(\mathbf{X}^{(r)}, \boldsymbol{\gamma}^{(r)} | \mathbf{X}^{(r-1)}, \boldsymbol{\gamma}^{(r-1)}), \\ 1 &\leq r \leq r_{\max} \end{aligned} \quad (16)$$

上述Q函数是有界函数,这为J-SBL算法的收敛性提供了保证。

SBL算法在估计未知参数 $\boldsymbol{\gamma}$ 和 \mathbf{X} 的时候需要对其进行初始化。对于 $\boldsymbol{\gamma}$ 的初始化,将其视为单位矩阵。对于 $(KN - P_b)$ 个数据符号(非导频数据),其初始化需要已知信道估计的初值。由于最小二乘(LS)和最小均方误差(MMSE)算法在估计信道时需要已知超参数的信息,因此这两种算法将不适合本文所述情形。对于 \mathbf{X} 的初始化,可以从信道估计值获取。本文设导频个数 $P_b = P$,通过使用SBL算法进行若干次迭代,得到信道估计值 $\hat{\mathbf{h}}_{\text{SBL}}$ 。使用ML算法进行符号检测,由下式表示为:

$$\mathbf{X}^{(0)}(i, i) = \arg \min_{\mathbf{x}_i \in \mathcal{S}} |y(i) - \mathbf{x}_i \mathbf{F}_b(i, :)|^2, i \in D \quad (17)$$

基于导频子载波和数据子载波的联合稀疏信道估计和符号检测 J-SBL 算法的算法流程见图 1。J-SBL 算法本质上是一种分块算法,其复杂度主要体现在 E-步中,为 $O(N^2 LK^3)$ 。

5 算法核心分析及流程总结

(1) 稀疏贝叶斯学习 (SBL) 算法

在 E-步中利用导频处的观测变量 \mathbf{y}_p 计算 \mathbf{h} 的后验概率密度的期望值,采用最大似然 (ML) 准则;在 M-步中对 E-步进行最大化。算法的核心流程如图 1 所示。

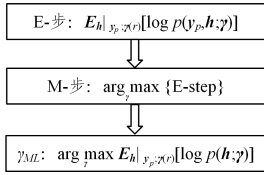


图 1 SBL 算法流程图

Fig. 1 Flowchart of SBL algorithm

算法 1 SBL 算法

输入: $\mathbf{y}_p, \Phi_p, r_{\max}$ 和 ϵ

输出: $\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\gamma}^{(r)}$

初始化 $\boldsymbol{\gamma}^{(0)} = \mathbf{I}_L$, 设定阈值 (difference) = 1, 迭代次数 $r = 0$

当 difference $> \epsilon$ 并且 $r < r_{\max}$ 时

E-步: $\boldsymbol{\mu} = \sigma^{-2} \Sigma \Phi_p^H \mathbf{y}$

$\Sigma = \Gamma^{(r)} - \Gamma^{(r)} \Phi_p^H (\sigma^2 \mathbf{I}_{p_b} + \Phi_p \Gamma^{(r)} \Phi_p^H)^{-1} \Phi_p \Gamma^{(r)}$

M-步: $\boldsymbol{\gamma}^{(r+1)}(i) = \Sigma(i, i) + |\mu(i)|^2; i = 1, 2, \dots, L$

difference $\triangleq \|\boldsymbol{\gamma}^{(r+1)} - \boldsymbol{\gamma}^{(r)}\|_2^2, r \leftarrow r + 1$

结束

(2) 联合稀疏贝叶斯学习 (J-SBL) 算法

在 E-步中计算 \mathbf{h} 的后验概率密度的期望值,采用最大似然 (ML) 准则;在 M-步中对 E-步进行联合最大化。具体分为两个独立的最大化过程: 1) 对参数 $\boldsymbol{\gamma}$ 的最大化; 2) 对发送数据 \mathbf{X} 的最大化。算法核心流程如图 2 所示。

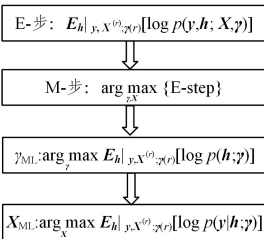


图 2 J-SBL 算法流程图

Fig. 2 Flowchart of J-SBL algorithm

算法 2 J-SBL 算法

输入: $\mathbf{y}, \mathbf{F}_b, r_{\max}$ 和 ϵ

输出: $\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\gamma}^{(r)}, \mathbf{X} = \mathbf{X}^{(r+1)}$

初始化: $\boldsymbol{\gamma}^{(0)} = \mathbf{I}_L, \hat{\mathbf{X}}_1^{(0)}, \dots, \hat{\mathbf{X}}_K^{(0)}$, 设定阈值 (difference) $> \epsilon$ 并且 $r < r_{\max}$

当 difference $> \epsilon$ 并且 $r < r_{\max}$ 时

E-步: $\Phi^{(r)} = \mathbf{F}_b \mathbf{X}^{(r)H}; \boldsymbol{\mu} = \sigma^{-2} \Sigma \Phi^{(r)H} \mathbf{y}$

$\Sigma = \Gamma^{(r)} - \Gamma^{(r)} \Phi^{(r)H} (\sigma^2 \mathbf{I}_{NK} + \Phi^{(r)} \Gamma^{(r)} \Phi^{(r)H})^{-1} \Phi^{(r)} \Gamma^{(r)}$

M-步: $\boldsymbol{\gamma}^{(r+1)}(i) = \Sigma(i, i) + |\mu(i)|^2; i = 1, 2, \dots, L$

$\mathbf{C}_b = \mathbf{F}_b \Sigma \mathbf{F}_b^H;$

对于 $i \in D$, 有

$$\mathbf{X}^{(r+1)}(i, i) = \arg \min_{\mathbf{x}_i \in \mathcal{S}} \{C_b(i, i) |\mathbf{x}_i|^2 + |y(i) - \mathbf{x}_i \mathbf{F}_b(i, :)|^2\}$$

$$\text{difference} \triangleq \|\boldsymbol{\gamma}^{(r+1)} - \boldsymbol{\gamma}^{(r)}\|_2^2, r \leftarrow r + 1$$

结束

6 仿真实验

本部分通过蒙特卡洛仿真来显示所提信道估计算法的性能,将其与传统的压缩感知 OMP 算法和文献 [11] 所提分块算法进行对比。

考虑 3GPP 组织的 5G 标准参数,使用 3 MHz OFDM 系统,256 个载波。采样频率 $f_s = 3.84$ MHz。一个 OFDM 符号间隔 $83.3 \mu\text{s}$,循环前缀 (CP) $16.67 \mu\text{s}$ (64 个子载波)。稀疏信道的长度与 CP 长度一致,为 L 。每一个 OFDM 帧信号包包含 $K = 7$ 个 OFDM 符号,此也被称为 OFDM 时隙。数据传输速率为 1/2 Turbo 码,采用 QPSK 调制,进行 10 次 Turbo 迭代。收敛标准为 $\epsilon = 1 \times 10^{-9}, r_{\max} = 200$ 。从图 3 可以看出, SBL 算法性能比传统的压缩感知 OMP 算法和 VMP-3L 分块算法性能好。

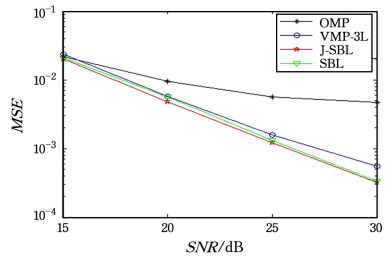


图 3 信道估计 MSE 性能的比较

Fig. 3 MSE performance comparison of channel estimation

在所有迭代算法中, J-SBL 信道估计算法与 SBL 算法的性能基本一致,但是 SBL 算法仅仅基于导频对信道进行估计,而 J-SBL 算法针对 OFDM 系统联合数据和导频对信道进行估计,其复杂度与 SBL 算法相当。在后续符号检测过程中,采用 J-SBL 算法可实现联合信道估计与符号检测,而 SBL 算法利用导频仅实现信道估计。这是 J-SBL 算法的一个显著优点。此外,在高信噪比下,相比 VMP-3L 算法, J-SBL 算法性能更优。而对比正交匹配追踪 (OMP) 算法, J-SBL 算法性能有很大优势。

图 4 显示了各种算法经过编码后在不同信噪比下的 BER 性能,同时对比了 SBL 和 VMP-3L 算法性能。在编码情况下, J-SBL 的性能优于 SBL 和 OMP 算法;在 $\text{SNR} > 10$ dB 时, J-SBL 算法和 SBL 算法的误码率小于 1×10^{-3} 。与当前较好的 VMP-3L 分块算法和传统经典的 OMP 算法相比,本文所提算法有一定性能优势。

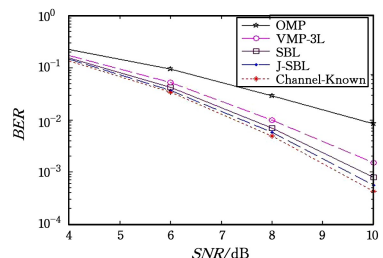


图 4 误码率 BER 性能的比较

Fig. 4 BER performance comparison

结束语 本文针对 OFDM 系统块衰落信道,提出两种信道估计算法:基于导频子载波的稀疏信道估计算法——SBL 算法,以及基于导频子载波和数据子载波的联合稀疏信道估计与数据检测算法——J-SBL 算法。从稀疏贝叶斯学习(SBL)角度,通过引入参数 γ ,利用最大似然准则对信道 h 的后验概率密度求期望,得到 SBL 算法。为了能够充分利用数据子载波资源,利用 ML 准则对参数 γ 和发送数据 X 进行最优化处理,在算法每一次迭代过程中,对信道矩阵进行处理,得到 J-SBL 算法。两种算法在信道测量矩阵未知的情况下,都能够有效地估计出信道抽头。仿真结果显示,与当前较好的 VMP-3L 算法和经典的 OMP 算法相比,所提出的两种算法在 MSE 和 BER 性能方面都有明显的提升。

参 考 文 献

- [1] PEDERSEN N L, MANCHÓN C N, SHUTIN D, et al. Fleury Application of Bayesian hierarchical prior modeling to sparse channel estimation[C]// Proc. ICC. Ottawa, ON, Canada, 2015: 3487-3492.
- [2] ZHANG X, XIAO P, MA D, et al. Variational Bayes assisted joint signal detection, noise covariance estimation and channel tracking in MIMO-OFDM systems[J]. IEEE Trans. Veh. Technol., 2014, PP(99): 1-1.
- [3] HWANG S J, SCHNITER P. Efficient multicarrier communication for highly spread underwater acoustic channels[J]. IEEE J. Sel. Areas Commun., 2008, 26(9): 1674-1683.
- [4] BAJWA W, HAUPT J, SAYEED A, et al. Compressed channel sensing: A new approach to estimating sparse multipath channels[C]// Proc. IEEE. 2010: 1058-1076.
- [5] SCHNITER P. Belief-propagation-based joint channel estimation and decoding for spectrally efficient communication over unknown sparse channels[J]. Phys. Commun., 2016, 5(2): 91-101.
- [6] TAUBOCK G, HLAWATSCH F. A compressed sensing technique for OFDM channel estimation in mobile environments: Exploiting channel sparsity for reducing pilots[C]// Proc. ICASSP. Las Vegas, NV, USA, 2008: 2885-2888.
- [7] SHARP M, SCAGLIONE A. Application of sparse signal recovery to pilot-assisted channel estimation[C]// Proc. ICASSP. Las Vegas, NV, USA, 2008: 3469-3472.
- [8] BERGER C, WANG Z, HUANG J, et al. Application of compressive sensing to sparse channel estimation[J]. IEEE Commun. Mag., 2013, 48(11): 164-174.
- [9] SCHNITER P. A message-passing receiver for BICM-OFDM over unknown clustered-sparse channels[J]. IEEE J. Sel. Topics Signal Process., 2015, 5(8): 1462-1474.
- [10] KANNU A P, SCHNITER P. On communication over unknown sparse frequency-selective block-fading channels [J]. IEEE Trans. Inf. Theory, 2015, 57(10): 6619-6632.
- [11] WANG Z Y, GUO Q G, WANG F S, et al. Low-complexity sparse channel estimation for SC-FDE system based on hierarchical model[J]. Signal Processing, 2015, 31(9): 1106-1111.
- [12] YUAN Z D, WANG Z Y, ZHANG C Z, et al. Joint Channel Estimation Receiver based on Stretched Factor Graph for SCFDE System[J]. Electronics Applications, 2017, 43(8): 110-114.
- [13] PRASAD R, MURTHY C. Bayesian learning for joint sparse OFDM channel estimation and data detection[C]// Proc. GLOBECOM. Miami, FL, USA, 2010: 1-6.
- [14] ZINIEL J, POTTER L C, SCHNITER P. Tracking and smoothing of time-varying sparse signals via approximate belief propagation[C]// Proc. Asilomar Conf. Signals, Syst., Comput. Pacific Grove, CA, USA, 2014: 808-812.
- [15] ZHANG Z, RAO B. Sparse signal recovery with temporally correlated source vectors using sparse Bayesian learning[J]. IEEE J. Sel. Topics Signal Process., 2011, 5(5): 912-926.
- [16] ZINIEL J, SCHNITER P. Efficient high-dimensional inference in the multiple measurement vector problem[J]. IEEE J. Sel. Topics Signal Process., 2013, 61(2): 340-354.
- [17] VASWANI N. Kalman filtered compressed sensing[C]// Proc. ICIP. San Diego, CA, USA, 2008: 893-896.
- [18] WIPF D P, RAO B D. Sparse Bayesian learning for basis selection[J]. IEEE Trans. Signal Process., 2004, 52(8): 2153-2164.
- [19] PEDERSEN N L, SHUTIN D, MANCHON C N, et al. Sparse estimation using Bayesian hierarchical prior modeling for real and complex models[J]. Signal Processing, 2015, 115(6): 94-109.
- [20] NAFFOURI T Y A, BAHAI A, PAULRAJ A. An EM-based OFDM receiver for time-variant channels[C]// Proc. GLOBECOM. 2002: 589-593.
- [21] WU C. On the convergence properties of the EM algorithm[J]. Ann. Statist., 1983, 11(1): 95-103.
- [22] MCLACHLAN G, KRISHNAN T. The EM Algorithm and Extensions[M]. New York: Wiley, 1997: 274.



CHEN Ping, born in 1982, master, lecturer. His main research include network communication application technology, embedded application technology and signal processing.



GUO Qiu-ge, born in 1992, master, engineer. His main research include water conservancy informatization, signal processing and image processing.