

数学课程知识图谱构建及其推理



张春霞 彭成 罗妹秋 牛振东

北京理工大学计算机学院 北京 100081

摘要 课程知识图谱构建已成为知识图谱、网络学习和知识服务等领域的重要研究内容。以数学类课程为研究对象,构建了数学课程本体,设计了基于数学课程本体的数学课程知识图谱构建方法,提出了基于数学课程知识图谱的知识推理方法。数学课程本体的特点是:数学课程本体包括数学课程上层本体、数学课程内容本体以及数学课程习题本体。数学课程上层本体描述不同数学课程共享的概念化知识,数学课程内容本体描述特定课程的知识,数学课程习题本体描述数学课程习题的内涵和性质。数学课程知识图谱的特点是:基本模型和扩展模型的分层融合性,概念的正实例和负实例的引入,以及与数学课程内容本体的有机衔接。基于数学课程知识图谱的知识推理方法的特色是:构建了推理类型分类体系,该分类体系从本体角度给出了推理知识的类型和在数学课程知识图谱中的定位和关联关系。离散数学课程实验,表明了知识图谱构建和推理方法的有效性。数学课程知识图谱及其推理为用户提供了一种形式化的、显式的课程知识表示、知识组织和知识推理模型,从而改善了知识服务效果。

关键词: 数学课程知识图谱;知识推理;数学课程上层本体;数学课程内容本体

中图分类号 TP391

Construction of Mathematics Course Knowledge Graph and Its Reasoning

ZHANG Chun-xia, PENG Cheng, LUO Mei-qiu and NIU Zhen-dong

School of Computer Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

Abstract The construction of course knowledge graph has become an important research content in the fields of knowledge graph, E-learning and knowledge service and so on. This paper takes mathematics courses as the research object, constructs mathematics course ontology (MCO), designs a method of building mathematics course knowledge graph (MCKG) in terms of mathematics course ontology, and proposes an approach of knowledge reasoning founded on MCKG. The characteristics of MCO are that it includes mathematics course top-level ontology, mathematics course content ontology, and mathematics course exercise ontology. Mathematics course top-level ontology is to depict shared conceptualizing knowledge of different mathematics courses. Mathematics course content ontology is to describe knowledge of specific courses, while mathematics course exercise ontology is to depict intensions and properties of exercises of mathematics courses. The traits of MCKG are that hierarchical fusion of basic model and extended model, introduction of positive instances and negative instances of concepts, and organic integration with mathematics course content ontology. The characteristic of knowledge inference based on MCKG is that the taxonomy of inference types is built. This taxonomy gives types of inference knowledge, and location and associated relationships in MCKG from the point view of ontology. The experiments about the discrete mathematics course show the validity of the proposed knowledge graph construction and reasoning methods. The mathematics course knowledge graph and its reasoning provide a formal explicit model of course knowledge representation, organization, and reasoning for users, and can improve knowledge service effects.

Keywords Knowledge graph of mathematics course, Knowledge reasoning, Mathematics course top-level ontology, Mathematics course content ontology

1 引言

知识图谱是由概念、实体或实例,以及它们的语义关系、属性和属性值、约束条件构成的可视化的图网络。这种可视化知识图谱本质上是无向图、有向图或混合图,结点表示概念、实体、属性或属性值,结点之间的连接边表示概念、实体的

属性或关系^[1-3]。知识图谱已经广泛应用于信息检索、文本分类、问答系统和机器翻译,以及网络学习等领域^[4-6]。数学课程知识图谱旨在构建面向数学类课程的知识图谱,提供一种形式化的、显式的数学课程知识表示和知识组织模型。

对于知识图谱,相关文献^[7-10]论述了其内涵、发展历史、构建方法、应用和挑战等。具体地, Li 等^[7]介绍了知识图谱

本文已加入开放科学计划(OSID),请扫描上方二维码获取补充信息。

基金项目:北京理工大学科技创新计划(GZ2019075102);北京理工大学教育教学改革项目(068)

This work was supported by the Science and Technology Innovation Plan of Beijing University of Technology (GZ2019075102) and Education and Teaching Reform Project of Beijing University of Technology(068).

通信作者:张春霞(cxzhang@bit.edu.cn)。

的发展历程和发展方向,阐述了知识图谱的数据来源和构建方法,以及基于知识图谱的知识推理和用户搜索意图挖掘。Zhu等^[8]论述了文本知识图谱、视觉知识图谱和多模态知识图谱的构建方法和应用领域。Liu等^[9]分析了知识图谱构建的研究现状、技术框架、关键问题,以及在信息检索和问答系统中的应用等。另外,Guan等^[10]介绍了基于知识图谱的知识推理的研究进展,以及在垂直信息检索和问答系统中的应用等。

对于课程知识图谱,相关文献^[11-14]分析了课程知识图谱构建方法,以及基于课程知识图谱的教学改革等。Zhang^[11]分析了课程知识本体和课程知识图谱构建方法。课程知识本体中的概念关系包括概括关系、特化关系、兄弟关系、等价关系、成分关系和实例关系。Liu等^[12]和Xie等^[13]介绍了基于知识图谱的信息论课程教学改革方案和数字媒体课程教学改革方法。

对于课程本体,相关文献^[15-20]介绍了课程知识本体的构建方法,以及课程知识本体在课程自主学习系统和课程资源查询系统的应用等。具体地,Zhong^[15]论述了课程内容结构本体模型和课程知识点本体模型构建方法。课程知识点本体中课程知识点的关系包括继承关系、整体部分关系、实例关系、依赖关系和平行关系等。Zeng等^[16]介绍了面向概念的数学知识获取方法,构建了数学概念知识体系。数学知识包括数学概念知识、数学断言知识和数学实例知识。数学领域上层本体包括概念定义、断言和实例。He等^[17]将概念图引入离散数学课程自主学习系统中。概念图由概念及其关系构成,概念关系包括分类和特例等。Li等^[18]以计算机网络课程为例,阐述了E-Learning课程体系结构和课程本体构建方法。概念关系包括依赖关系、泛化关系、整体部分关系、约束关系和功能关联关系。Jiang^[19]论述了基于WordNet和维基百科的中文领域本体即初等几何本体的构建方法。另外,Lv等^[20]介绍了课程知识本体建模和本体推理方法,设计了课程资源查询系统。该系统包括本体库、常用查询知识库和查询处理器等。

本文以数学类课程为研究对象,构建了数学课程本体,研制了一种基于数学课程本体的数学课程知识图谱构建方法,提出并实现了一种基于数学课程知识图谱的知识推理方法。离散数学课程知识图谱的构建和推理实验,表明了知识图谱构建和推理方法的有效性和优越性。

数学课程本体的特点是数学课程本体包括数学课程上层本体、数学课程内容本体以及数学课程习题本体。数学课程上层本体刻画不同数学课程共享的概念化的知识,数学课程内容本体刻画特定数学课程的知识,数学课程习题本体刻画数学课程习题的内容、类型、习题所考查的本体构成要素、求解方法等。数学课程知识图谱的特点是:基本模型和扩展模型的分层融合性,引入概念的正实例和负实例,以及与数学课程内容本体的有机衔接。基于数学课程知识图谱的知识推理方法的特点是:(1)构建了推理类型分类体系,该分类体系包括基于数学课程内容本体的推理、基于数学课程习题本体的推理、基于数学课程知识图谱的推理三大类,以及15种小类;(2)推理类型分类体系从本体角度给出了推理知识的类型和在数学课程知识图谱中的定位和关联关系。

2 数学课程本体构建

本文的数学课程本体构建准则包括 Gruber 提出的本体

构建原则和本文提出的本体构建准则。Gruber 提出的 5 条本体构建原则包括清晰性和客观性、一致性、最大单调可扩展性、最小编码偏见以及最小本体承诺^[21-22]。基于数学类课程特点和数学课程本体的相关工作^[15-19],本文构建了如下的数学课程本体构建准则。(1)层次性。数学课程本体包括数学课程上层本体、数学课程内容本体和数学课程习题本体。数学课程上层本体旨在形式化地描述不同数学课程的概念层次的共享知识,独立于具体的或特定的数学课程。数学课程内容本体旨在形式化地描述特定数学课程的概念化知识,数学课程习题本体旨在形式化地描述数学课程习题的概念化知识。(2)完整性。数学课程上层本体尽可能囊括所有数学课程对象及其性质和关系。

定义 1 数学课程上层本体包括概念类、运算类、属性类、关系类、断言类、实例类。其中,关系类={上下位关系,整体部分关系,实例关系,依赖关系,因果关系,约束关系,先修关系,对义关系,概念与属性关系,概念与性质关系,属性与属性值关系}。

例如,离散数学课程中的“布尔代数”隶属于概念类,“代数系统之间的同构关系”和“无向图之间的同构关系”隶属于关系类^[23]。

本文的数学课程上层本体与文献^[16]本体的区别在于:(1)将概念类、运算类、属性类、关系类、断言类、实例类构建为同一概念层次,数学课程上层本体明确了每一数学课程对象隶属于概念类、运算类、属性类、关系类、断言类或实例类;(2)定义了关系类的内涵,包括上下位关系、整体部分关系、实例关系、依赖关系、因果关系、约束关系、先修关系、对义关系、概念与属性关系、概念与性质关系、属性与属性值关系。

定义 2 数学课程内容本体是一个六元组 (C, O, A, V, R, S) ,其中, C 为概念集合, O 为运算集合, A 为属性集合, V 为属性值集合, R 为关系集合, S 为断言集合。由这 6 个本体构成要素构成数学课程知识。

例如,图 1 给出了离散数学课程内容本体中代数结构的概念体系。该概念体系包括数学课程上层本体的上下位关系和对义关系,以及数学课程内容本体的同类型关系。

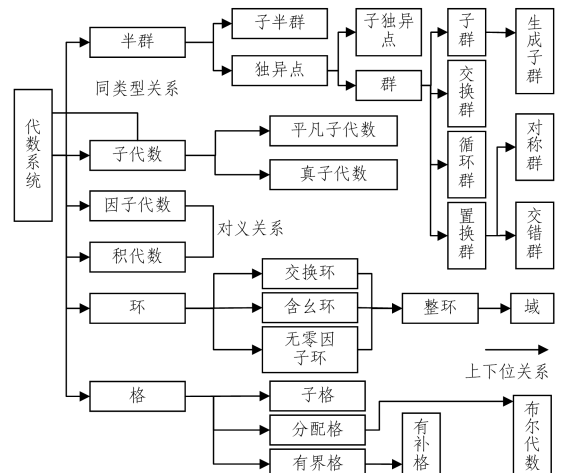


图 1 离散数学课程内容本体中代数结构的概念体系

Fig. 1 Concept architecture of algebraic structure in course content ontology of discrete mathematics

在图 1 中,三元组(群,上下位关系,置换群)成立,表示群

是置换群的上位概念。三元组(代数系统,同类型关系,子代数)成立,表示代数系统与其子代数具有同类型关系。三元组(因子代数,对义关系,积代数)成立,表示若 V_1 和 V_2 为 V 的因子代数,则 V 为 V_1 和 V_2 的积代数;反之也成立。

图 2 给出了离散数学课程内容本体中代数系统的运算本体。例如,三元组(运算,概念与属性关系,特异元素)成立,表示概念运算具有属性特异元素。三元组(零元,概念与性质关系,存在唯一性)成立,表示概念零元具有性质存在唯一性。

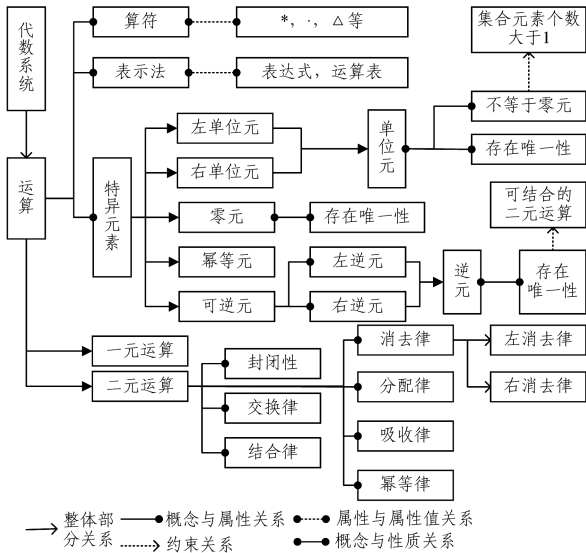


图 2 离散数学课程内容本体中代数系统的运算本体
Fig. 2 Operation ontology of algebra system in course content ontology of discrete mathematics

定义 3 数学课程习题本体是一个六元组 (C, T, Y, G, M, P) , 其中, C 为习题内容集合, T 为习题题型集合, Y 为习题类型集合, G 为习题所考查的本体构成要素及其关系, M 为习题求解方法集合, P 为习题求解过程集合。

习题题型集合 T 为{填空题, 判断题, 选择题, 证明题, 计算题, 问答题, 应用题, 作图题, 阅读题}。习题类型集合 Y 为表 1 所列的 32 种习题类型。例如, (概念 c_1 , ?关系, 概念 c_2) 表示判断概念 c_1 和 c_2 存在哪些关系, (概念 c_1 , !关系 r , 概念 c_2) 表示判断概念 c_1 和 c_2 是否存在关系 r 。习题求解方法集合 M 为习题解答的各种方法。习题求解过程集合 P 包括习题解答的各种过程。表 2 给出了数学课程习题本体例子。

表 1 习题类型集合
Table 1 Set of exercise types

1 概念关系习题类型	
(概念 c_1 , ?关系, 概念 c_2)	(概念 c_1 , !关系 r , 概念 c_2)
(概念 c_1 , 关系 r , ?概念)	(概念 c_1 , 关系 r , !概念 c_2)
2 概念实例关系习题类型	
(概念 c_1 , ?关系, 实例 i)	(概念 c_1 , !关系 r , 实例 i)
(?概念, 关系 r , 实例 i)	(!概念 c_1 , 关系 r , 实例 i)
(概念 c_1 , 关系 r , ?实例)	(概念 c_1 , 关系 r , !实例 i)
3 实例关系习题类型	
(实例 i_1 , ?关系, 实例 i_2)	(实例 i_1 , !关系 r , 实例 i_2)
(?实例, 关系 r , 实例 i_2)	(!实例 i_1 , 关系 r , 实例 i_2)
(实例 i_1 , 关系 r , ?实例)	(实例 i_1 , 关系 r , !实例 i_2)
4 概念属性习题类型	
(概念 c_1 , 属性 a , ?属性值 v)	(概念 c_1 , 属性 a , !属性值 v)
(概念 c_1 , ?属性, 属性值 v)	(概念 c_1 , !属性 a , 属性值 v)
(?概念, 属性 a , 属性值 v)	(!概念 c_1 , 属性 a , 属性值 v)

(续表)

5 实例运算习题类型	
(实例 i , 运算 o , ?运算结果 e)	(实例 i , 运算 o , !运算结果 e)
(实例 i , ?运算, 运算结果 e)	(实例 i , !运算 o , 运算结果 e)
(?实例, 运算 o , 运算结果 e)	(!实例 i , 运算 o , 运算结果 e)
6 概念和实例断言习题类型	
(概念 c_1 , ?断言)	(概念 c_1 , !断言 s)
(实例 i , ?断言)	(实例 i , !断言 s)

表 2 数学课程习题本体示例

Table 2 Example of mathematics course exercise Ontology

习题本体	示例
习题	设 $V = \langle Z, + \rangle$, 请问 $\langle 3Z, + \rangle$ 是否为 V 的子代数
习题题型	判断题
习题类型	(实例 i_1 , !关系, 实例 i_2) ($\langle Z, + \rangle$, !子代数关系, $\langle 3Z, + \rangle$)
习题所考察的本体构成要素及其关系	(代数系统, 子代数关系, 代数系统集合的子集)
求解习题方法	定义法
求解习题过程	(1) $3Z \subseteq Z$; (2) $3Z$ 关于运算 $+$ 是封闭的; (3) $3Z$ 与 Z 含有相同的代数常数。

3 数学课程知识图谱构建

本节首先介绍课程知识图谱的定义, 然后论述数学课程知识图谱构建的准则和方法。

定义 4 课程知识图谱包括基本模型和扩展模型。基本模型是三元组 (K_E, K_R, K_E) 和 (K_E, K_A, K_V) , 扩展模型是元组 $(K_E, K_R, K_E, K_{11}, K_{12}, \dots, K_{1m})$ 和 $(K_E, K_A, K_V, K_{21}, K_{22}, \dots, K_{2n})$ 。其中, K_E 是概念、正实例和负实例集合; K_R 是关系或运算集合, 关系集合包括概念与实例的关系、实例与实例的关系, K_A 是属性集合, K_V 是属性值或断言集合, $K_{11}, K_{12}, \dots, K_{1m}$ 是 (K_E, K_R, K_E) 成立的约束条件; $K_{21}, K_{22}, \dots, K_{2n}$ 是 (K_E, K_A, K_V) 成立的约束条件, $m \geq 1, n \geq 1$ 。

基于数学课程本体的数学课程知识图谱构建方法的准则是: (1) 分层融合性。数学课程知识图谱是基本模型和扩展模型的融合。一方面, 通过基本模型描述数学课程的核心知识, 另一方面, 通过扩展模型描述核心知识的约束条件。(2) 引入概念的正实例和负实例。概念的正实例是指概念与实例具有上下位关系, 概念的负实例是指概念与实例不具有上下位关系。例如, Klein 四元群是交换群的正实例, 是循环群的负实例。(3) 与数学课程内容本体的有机衔接。数学课程内容本体重点刻画特定数学课程概念层次的知识, 数学课程知识图谱重点刻画数学课程实例层次的知识。

目前, 知识图谱构建包括自顶向下和自底向上的构建方式^[7-8]。本文根据数学课程的特点和数学课程对象的先修关系, 采用自顶向下的知识图谱构建方式, 如图 3 所示。(1) 根据数学课程上层本体构建数学课程内容本体, 包括概念抽取、概念属性抽取、概念运算抽取、概念关系抽取和概念断言抽取。(2) 根据数学课程上层本体构建数学课程习题本体, 包括习题题型抽取、习题类型抽取、习题所考查的本体构成要素及其关系识别、习题求解方法构建, 以及习题求解过程构建。(3) 对于数据源, 根据数学课程内容本体和数据课程习题本体来构建数学课程知识图谱, 即从数据源中进行实例抽取、概念实例关系抽取、实例关系抽取、实例运算抽取、实例属性抽取、

以及实例属性值或断言抽取。

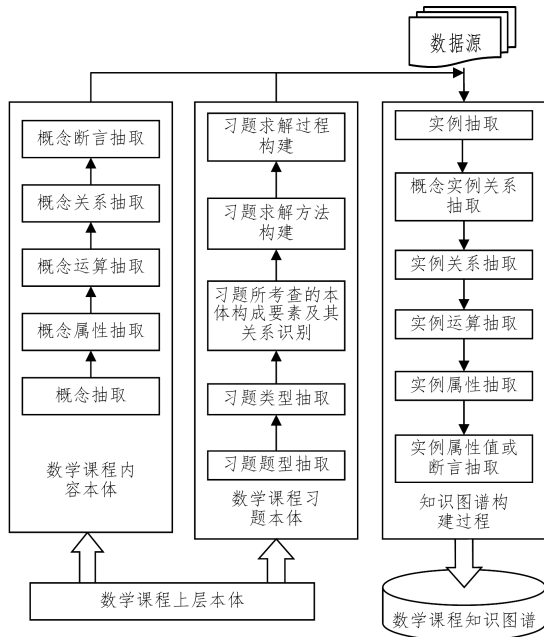


图3 基于数学课程本体的数学课程知识图谱构建过程

Fig. 3 Construction process of mathematics course knowledge graph based on mathematics course ontology

图4给出了离散数学课程中代数结构的知识图谱示例。

其中,群与 $\langle Z_6, \oplus \rangle$ 为概念与实例的关系; $\langle \langle (1), (12), (13), (23), (123), (132) \rangle, \text{置换乘法} \rangle$ 与对称群为概念与实例的关系。

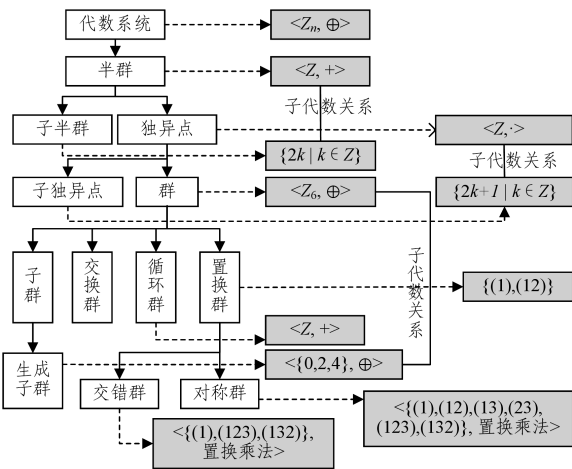


图4 离散数学课程中代数结构的知识图谱示例

Fig. 4 Example of knowledge graph of algebraic structure in discrete mathematics

4 基于数学课程知识图谱的知识推理

现有的知识推理方法可以分为基于规则的推理方法、基于本体的推理方法、基于分布式表示的推理方法、基于机器学习的推理方法,以及混合推理方法^[8,10]。文献[20]将本体的推理类型分为类推理、实例推理和属性推理。

本文构建了基于数学课程内容本体的推理类型、基于数学课程习题本体的推理类型,以及基于数学课程知识图谱的推理类型,如表3所列。

表3 基于数学课程本体和数学课程知识图谱的推理类型
Table 3 Types of inference based on mathematics course ontology and mathematics course knowledge graph

	序号	推理类型
基于数学课程内容本体的推理	(1)	概念关系推理
	(2)	概念运算推理
	(3)	概念属性和属性值推理
	(4)	概念断言推理
基于数学课程习题本体的推理	(5)	习题类型推理
	(6)	习题所考察的本题构成要素及其关系推理
	(7)	习题求解方法推理
	(8)	习题求解过程推理
基于数学课程知识图谱的推理	(9)	概念正实例关系推理
	(10)	概念负实例关系推理
	(11)	实例运算推理
	(12)	正实例关系推理
	(13)	负实例关系推理
	(14)	实例属性和属性值推理
	(15)	实例断言推理

(1)概念关系推理

概念关系推理是指推理概念之间的各种关系。例如,在概念关系推理 R_1 中,由前提 P_1 可以推理出结论 C_1 。该推理前提的含义是:代数系统与其子代数具有同类型关系,代数系统与群具有上下位关系,子群是群的子代数;该推理结论的含义是:群与子群具有同类型关系。

名称:概念关系推理 R_1

前提 P_1 :(代数系统,同类型关系,子代数),(代数系统,上下位关系,群),(群,子代数,子群)

结论 C_1 :(群,同类型关系,子群)

(2)概念运算推理

概念运算推理是指推理概念运算的性质。例如,在概念运算推理 R_2 中,由前提 P_2 可以推理出结论 C_2 。该推理前提的含义是:若三元对称群的所有子群集合关于包含关系 \subseteq 构成子群格;该推理结论的含义是:三元对称群的所有子群集合的最大下界是 $\langle (1) \rangle$ 。

名称:概念运算推理 R_2

前提 P_2 :(子群格,上下位关系,三元对称群的所有子群集合, \subseteq)

结论 C_2 :(三元对称群的所有子群集合,最大下界, $\langle (1) \rangle$)

(3)概念属性和属性值推理

概念属性和属性值推理是指推理概念的属性和属性值。例如,在概念属性和属性值推理 R_3 中,由前提 P_3 可以推理出结论 C_3 。该推理的含义是:若元素 e 是群 G 的单位元,群 H 是群 G 的子群,因此元素 e 是群 H 的单位元。

名称:概念属性和属性值推理 R_3

前提 P_3 :(群 G ,单位元,元素 e),(群 G ,子群,群 H)

结论 C_3 :(群 H ,单位元,元素 e)

(4)习题类型推理

习题类型推理是指推理习题的类型。例如,在习题类型推理 R_4 中,由前提 P_4 可以推理出结论 C_4 。该推理前提的含义是:习题的内容为判断(正有理数 Q^+ ,普通乘法)是否为群;该推理结论的含义是:该习题的类型为(概念 c_1 ,!关系,实例 i)和(群,!上下位关系,(正有理数 Q^+ ,普通乘法))。

名称:习题类型推理 R_4

前提 P_4 : (习题, 内容, 判断 (正有理数 Q^+ , 普通乘法) 是否为群)

结论 C_4 : (习题, 类型, (概念 c_1 , !关系, 实例 i)) ((习题, 类型, (群, !上下位关系, (正有理数 Q^+ , 普通乘法)))

(5) 概念正实例关系推理

概念正实例关系推理是指推理概念的正实例的关系。例如, 在概念正实例关系推理 R_5 中, 由前提 P_5 可以推理出结论 C_5 。该推理的含义是: 若 x 是概念 c 的正实例, 概念 d 是概念 c 的上位概念, 则 x 是概念 d 的正实例。

名称: 概念正实例关系推理 R_5

前提 P_5 : (概念 c , 正实例, x), (概念 d , 上下位关系, 概念 c)

结论 C_5 : (概念 d , 正实例, x)

(6) 概念负实例关系推理

概念负实例关系推理是指推理概念的负实例的关系。例如, 在概念正实例关系推理 R_6 中, 由前提 P_6 可以推理出结论 C_6 。该推理的含义是: 若 x 是概念 c 的负实例, 概念 d 是概念 c 的下位概念, 则 x 是概念 d 的负实例。

名称: 概念负实例关系推理 R_6

前提 P_6 : (概念 c , 负实例, x), (概念 c , 上下位关系, 概念 d)

结论 C_6 : (概念 d , 负实例, x)

(7) 实例运算推理

实例运算推理是指推理实例运算的性质。例如, 在实例运算推理 R_7 中, 由前提 P_7 可以推理出结论 C_7 。该推理前提的含义是: $\langle 0 \rangle$ 是 $\langle Z_{12}, \oplus \rangle$ 的子群, $\langle 2 \rangle$ 是 $\langle Z_{12}, \oplus \rangle$ 的子群; 该推理结论的含义是: $\langle 2 \rangle - \langle 0 \rangle$ 不是 $\langle Z_{12}, \oplus \rangle$ 的子群。这是因为 $\langle 2 \rangle - \langle 0 \rangle = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 不存在幺元。

名称: 实例运算推理 R_7

前提 P_7 : ($\langle 0 \rangle$, 子群, $\langle Z_{12}, \oplus \rangle$), ($\langle 2 \rangle$, 子群, $\langle Z_{12}, \oplus \rangle$)

结论 C_7 : ($\langle Z_{12}, \oplus \rangle$, 子群负实例, $\langle 2 \rangle - \langle 0 \rangle$)

(8) 正实例关系推理

正实例关系推理是指推理正实例的关系。例如, 在正实例关系推理 R_8 中, 由前提 P_8 可以推理出结论 C_8 。该推理前提的含义是: 二部图 $K_{2,10}$ 是平面图, 平面图子图是平面图, $K_{2,5}$ 是 $K_{2,10}$ 的子图; 该推理结论的含义是: $K_{2,5}$ 是平面图。

名称: 正实例关系推理 R_8

前提 P_8 : (平面图, 正实例, $K_{2,10}$), (平面图, 上下位关系, 平面图子图), ($K_{2,10}$, 子图, $K_{2,5}$)

结论 C_8 : (平面图, 正实例, $K_{2,5}$)

(9) 负实例关系推理

负实例关系推理是指推理负实例的关系。例如, 在负实例关系推理 R_9 中, 由前提 P_9 可以推理出结论 C_9 。该推理前提的含义是: 二部图 $K_{3,3}$ 是非平面图, 非平面图的母图是非平面图, $K_{6,8}$ 是 $K_{3,3}$ 的母图; 该推理结论的含义是: $K_{6,8}$ 是非平面图。

名称: 负实例关系推理 R_9

前提 P_9 : (平面图, 负实例, $K_{3,3}$), (非平面图, 上下位关系, 非平面图的母图), ($K_{3,3}$, 母图, $K_{6,8}$)

结论 C_9 : (非平面图, 正实例, $K_{6,8}$)

5 数学课程知识推理实验

本文以离散数学课程为例, 构建了离散数学课程本体、离

散数学课程知识图谱, 设计和实现了基于离散数学知识图谱的离散数学知识推理方法。本文推理系统采用 Jena 推理机实现课程知识推理^[24]。具体推理过程如下: (1) 提取数学课程知识图谱中的概念和实例, 由 Resource 类存放; 提取属性、关系和运算, 由 Property 类存放。(2) 将知识推理规则转换为 Jena 推理规则形式。例如, 对于概念属性和属性值推理 R_3 , 将其转换为如下规则: [rule3: (?a 幺元 ?b), (?c 子群 ?a) ((?c 幺元 ?b)]。(3) 构建前提三元组, 存放于 Jena 框架中的内存模型 model 中。(4) 构建 Jena 推理机 Reasoner 进行知识推理。例如, 构建前提三元组 ($\langle R, + \rangle$, 幺元, 0) 和 ($\langle R, + \rangle$, 子群, $\langle Z, + \rangle$), 推理出结论: ($\langle Z, + \rangle$, 幺元, 0), 即 $\langle Z, + \rangle$ 的幺元或单位元为 0, 如图 5 所示。

```

@ Javadoc Declaration Console
<terminated> lisan [Java Application] /usr/lib/jvm/java-8-oracle/bin/java
前提条件:
- (<<Z, +>> <子群> <<R, +>>)
- (<<R, +>> <幺元> <0>)
-----
Jena推理机推理出结论:
- (<<Z, +>> <幺元> <0>)
  
```

图 5 离散数学知识推理结果示例

Fig. 5 Example of reasoning result of discrete mathematics knowledge

综上所述, 本文基于数学课程知识图谱的知识推理方法的特点是: 1) 构建了数学课程知识推理类型分类体系, 该分类体系包括基于数学课程内容本体的推理、基于数学课程习题本体的推理、基于数学课程知识图谱的推理三大类, 以及 15 种小类; 2) 推理类型分类体系从数学语义角度给出了推理知识的类型和在数学课程知识图谱中的定位和关联关系, 进而提高了知识服务质量。

结束语 数学类课程具有抽象性、科学性、严谨性、逻辑思维强以及广泛应用性等特点^[25-26]。本文旨在通过数学课程本体、数学课程知识图谱及其推理为用户提供一种形式化的、显式的数学课程共享知识和数学课程特定知识的信息表示、知识组织和知识推理模型。为此, 首先构建了数学课程本体。数学课程本体刻画了数学课程的共享知识和特定知识, 以及数学课程习题的内容、类型、所考查本体构成要素和求解方法等。其次, 构建了基于数学课程本体的数学课程知识图谱, 实现了与数学课程内容本体的有机衔接。最后, 提出了一种基于数学知识图谱的知识推理方法。该方法通过推理类型分类体系, 能够界定推理知识的类型, 判别推理知识在数学课程知识图谱中的定位和关联关系。本文构建的数学课程本体、数学课程知识图谱及其推理不仅能够为网络学习中的用户提供知识类型、知识推理和关联的模型和框架, 而且能够应用于问答系统和信息检索中, 提供数学课程知识组织和共享模型。

参考文献

- [1] Knowledge Graph [EB/OL]. https://en.wikipedia.org/wiki/Knowledge_Graph.
- [2] 中文知识图谱 [EB/OL]. <https://baike.baidu.com/item/%E4%B8%AD%E6%96%87%E7%9F%A5%E8%AF%86%E5%9B%BE%E8%B0%B1>.
- [3] 2018 知识图谱发展报告 [EB/OL]. <https://www.useit.com.cn/thread-20216-1-1.html>.
- [4] WU X. From Big Data to Big Knowledge: HACE+BigKE[J].

- Journal of Computer Science, 2016, 43(7): 3-6.
- [5] XIONG F, GAO J. Entity Alignment for Cross-Lingual Knowledge Graph with Graph Convolutional Networks[C]// The 28th International Joint Conference on Artificial Intelligence. 2019: 6480-6481.
- [6] WANG X, WANG D, XU C, et al. Explainable Reasoning over Knowledge Graphs for Recommendation[C]// The AAAI Conference on Artificial Intelligence. 2019: 5329-5336.
- [7] LI T, WANG C, LI H. Development and Construction of Knowledge Graph [J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2017, 41(1): 22-34.
- [8] ZHU M, PAO B, XU C. Research Progress on Development and Construction of Knowledge Graph[J]. Journal of Nanjing University of Information Science and Technology(Natural Science Edition), 2017, 9(6): 575-582.
- [9] LIU Q, LI Y, DUAN H, et al. Knowledge Graph Construction Techniques [J]. Journal of Computer Research and Development, 2016, 53(3): 582-600.
- [10] GUAN S, JIN X, JIA Y, et al. Knowledge Reasoning Over Knowledge Graph: A Survey [J]. Journal of Software, 2018, 29(10): 2966-2994.
- [11] ZHANG M. Research on Construction of Course Knowledge Graph and Search Technology [D]. Wuhan: Wuhan University, 2016.
- [12] LIU Z, LI Z. Research on Information Theory Teaching Reform Based on Knowledge Graph Theory [J]. Computer Knowledge and Technology, 2018, 14(12): 125-127.
- [13] XIE Z, LIU Y. Research on Teaching Reform of Digital Media Knowledge by Means of Knowledge Graph Modeling [J]. Software Guild, 2017, 16(11): 230-232.
- [14] WANG L. Reconstruction of MOOC Courses based on Multimodal Knowledge Map from the Perspective of Deep Learning [J]. Modern Education Technology, 2018, 28(10): 100-106.
- [15] ZHONG Y. Ontology-based Curriculum Knowledge Point Modeling of Major of Information Management and Information System [J]. Information Research, 2013(8): 94-98.
- [16] ZENG Q, CAO C, SUI Y, et al. Research on Ontology-based Mathematical Knowledge Acquisition and Knowledge Heritage Mechanism [J]. Microelectronics & Computer, 2003, 20(9): 19-27.
- [17] HE Z, ZHUANG Y. Discrete Mathematics Course Autonomous Learning System Based on Concept Map [J]. Higher Education of Sciences, 2018(1): 90-95.
- [18] LI H, YANG G. Course Development of e-Learning based on Ontology [J]. Computer Engineering and Design, 2010, 31(4): 881-884.
- [19] JIANG Y. Construction and Application of Ontology-based Mathematics Knowledge Base [D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2011.
- [20] LV J, YU X. Ontology Modeling and Reasoning for Curriculum Knowledge [J]. Computer Engineering, 2011, 37(4): 61-63.
- [21] GRUBER T R. Toward Principles for the Design of Ontologies Used for Knowledge Sharing? [J]. International Journal of Human-Computer Studies, 1995, 43(5/6): 907-928.
- [22] MIAO Z. Research on Technologies for Building Ontology Semi-Automatically [J]. Journal of PLA University of Science and Technology, 2006, 7(5): 426-431.
- [23] QU W, GENG S, ZHANG L. Discrete Mathematics [M]. Beijing: Beijing Higher Education Press, 2017.
- [24] Apache Jena [EB/OL]. <http://jena.apache.org/>. [2018].
- [25] 数学课程特性 [EB/OL]. <https://baike.baidu.com/item/%E6%95%B0%E5%AD%A6%E8%AF%BE%E7%A8%8B%E7%89%B9%E6%80%A7/19145562>.
- [26] 浅谈数学的特点 [EB/OL]. <https://www.xzbu.com/9/view-4180391.htm>.



ZHANG Chun-xia, born in 1974, Ph.D, associate professor. Her main research interests include big data search and mining, and knowledge graph construction, etc.

(上接第 572 页)

- [2] FENG Y, DU X H, CAO L F G. Multi-type Data Object Access Control Based on XML [J]. Computer Engineering and Design, 2015, 36(2): 335-340, 362.
- [3] WANG P. A XML Based method of Data transformation between heterogeneous Databases [J]. Journal of Xi An University of Posts and Telecommunications, 2011, 16(3): 73-76.
- [4] ZHOU Y, LU A J. Conversion between XML and Object Relational model [J]. Communications Technology, 2019, 52(6): 1541-1548.
- [5] ZHAO D, YUAN Y, SU L J. Design and implementation of target multidimensional feature database [J]. Modern Electronic Technique, 2017, 40(20): 10-11, 13, 17.
- [6] Open Geospatial Consortium. Geography Markup Language Specification [EB/OL]. [2019-12]. <http://www.opengis.org/standards/gml>.
- [7] Microsoft Developer Network. Spatial Data Types Overview [EB/OL]. [2019-12]. <https://msdn.microsoft.com/en-us/library/bb964711.aspx>.
- [8] KRILL P. Microsoft open-sources Entity Framework: Code release of .Net application development tool is being handled by Microsoft Open Technologies [EB/OL]. [2019-12]. <http://www.infoworld.com/article/2617690/microsoft-net/microsoft-open-sources-entity-framework.html>.



LAI Xin, born in 1977, Ph.D, associate professor. Her main research interests include transportation planning & management and aeronautical information management.