

# 基于节点亲密度的重要性评估算法

马媛媛 韩华 瞿倩倩

武汉理工大学理学院 武汉 430070

(962031436@qq.com)

**摘要** 识别复杂网络中的重要节点一直是社会网络分析和挖掘领域的热点问题,有助于理解有影响力的传播者在信息扩散和传染病传播中的作用。现有的节点重要性算法充分考虑了邻居信息,但忽略了邻居节点与节点之间的结构信息。针对此问题,考虑到不同结构下邻居节点对节点的影响力不同,提出了一种综合考虑节点的邻居数量和节点与邻居间亲密程度的节点重要性评估算法,其同时体现了节点的度属性和“亲密”属性。该算法利用相似性指标来测量节点间的亲密程度,以肯德尔相关系数为节点排序的准确度评价指标。在多个经典的实际网络上利用 SIR(易感-感染-免疫)模型对传播过程进行仿真,结果表明,与度指标、接近中心性指标、介数中心性指标与 K-shell 指标相比, KI 指标可以更精确地对节点传播影响力进行排序。

**关键词:** 复杂网络;节点重要性;亲密度;相似性

**中图分类号** TP393

## Importance Evaluation Algorithm Based on Node Intimate Degree

MA Yuan-yuan, HAN Hua and QU Qian-qian

School of Science, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China

**Abstract** Identifying important nodes in complex networks has been a hot topic in the field of social network analysis and mining, which helps to understand the role of influential communicators in information diffusion and the spread of infectious diseases. The existing algorithm of node importance takes neighbor information into account, but ignoring the structure information between node and neighbor node. To solve this problem, considering the different influence of the neighbor node to node under different structures, this paper proposes a node-importance evaluation algorithm that takes into account the number of neighbors of a node and the intimacy between nodes and neighbors, which embodies the degree of node and “intimate” attribute. In this algorithm, similarity index is used to measure the intimacy between nodes, and Kendall correlation coefficient is used to evaluate the accuracy of node ranking. The SIR(susceptible-infected-recovered) model is used to simulate the propagation process on several classical networks. The results show that compared with degree index, closeness centrality index, betweenness centrality index and K-shell index, KI index can rank the propagation influence of nodes more accurately.

**Keywords** Complex networks, Node importance, Intimate degree, Similarity

## 1 引言

近年来,网络科学研究受到了物理、数学、化学、医学、生物学、计算机科学、社会学等不同领域的研究者的广泛关注<sup>[1-5]</sup>。特别地,准确识别复杂网络中的重要节点是当前的热点之一,网络中的重要节点指对网络的结构和功能有重要影响的特殊节点,了解其重要性可以控制传染病在人际网络的传播(如新冠肺炎的传播)、谣言在社交网络上的传播(如新冠肺炎前期的虚假信息的传播),而且在现实生活中重要节点的失效会对整个实际网络造成很大的破坏,对其进行研究对提高系统的鲁棒性与抗毁性有很大帮助。

目前已有许多经典的中心性指标用于评估节点的传播影响力,包括度中心性<sup>[6]</sup>、介数中心性<sup>[7]</sup>、接近中心性<sup>[8]</sup>、特征向量中心性<sup>[9]</sup>、PageRank<sup>[10]</sup>、H 指数<sup>[11]</sup>与 K-shell 中心性<sup>[12]</sup>等。随着复杂网络理论的发展,越来越多的学者开始研究节点重要性算法。Bae 等<sup>[13]</sup>利用节点及邻居的  $k_s$  值之和度量节点的重要性,使得处于网络边缘度值大的节点获得正确评价;Zeng 等<sup>[14]</sup>提出了混合度分解方法,在 K-shell 分解中考虑了移除节点的作用;Ma 等<sup>[15]</sup>发现 DC 指标适合于传播概率较小时对节点的重要性进行排序,LC 指标适用于传播概率较大时对节点的重要性进行排序,因此他们提出了混合中心性度量方法;Wang 等<sup>[16]</sup>考虑到传统的 K-shell 算法给予许多节

到稿日期:2020-03-31 返修日期:2020-06-14

基金项目:国家自然科学基金(11601402);国家自然科学基金青年科学基金(111701435);中央高校基本科研业务费(2018IB016)

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(11601402), Youth Program of National Natural Science Foundation of China(111701435) and Fundamental Research Funds for the Central Universities(2018IB016).

通信作者:韩华(Hanhua@whut.edu.cn)

点相同的  $k_s$  值,提出了 EKSDN(Extended K-shell and Degree of Neighbors)算法,该算法通过节点的度和边权构成的节点混合度对网络进行分解;Chen 等<sup>[17]</sup>提出了一种与传播影响力相关的中心性融合指标,通过综合传统中心性和节点的传播影响力来识别节点的重要性;Jiang 等<sup>[18]</sup>提出了一种考虑节点桥接特性的重要性识别方法,其认为最短路径通过目标节点的节点对越多,相邻节点间的最短路径数越少,节点的桥梁功能和结构重要性就越显著。

最近,许多考虑邻节点的不同特征的重要性排序算法被提出。Zareie 等<sup>[19]</sup>提出了基于邻居多样性的节点排序法,有效提高了算法排序的准确性;Wang 等<sup>[20]</sup>基于网络中节点与多阶邻居的壳值,利用向量形式表示节点在复杂网络中的相对重要性程度,提出了多阶邻居壳向量中心性算法;Li 等<sup>[21]</sup>在 K-shell 分解的过程中对邻居的移除顺序进行分类并为其分配不同的权值,将每类邻居的贡献进行汇总来区分不同节点的影响力。

现有的基于局部网络结构的节点的重要性评估侧重于对节点的属性进行研究,未充分考虑节点与邻居间的结构特征对节点传播力的影响。大规模的复杂网络结构随着时间的变化而发生变化,且获取完整的网络结构数据相对困难,通过全局信息来量化节点重要性存在一定局限性。因此,本文考虑局部的量化方法,基于网络结构特征引入节点亲密度函数的概念,提出了一种新的局部中心性 KI 算法,用于评价网络节点的重要性。

## 2 相关工作

假设无向网络  $G=(V,E)$  包含  $|V|=N$  个节点和  $|E|=M$  条边,其网络的邻接矩阵  $A=(a_{ij})_{N \times N}$ ,当节点  $v_i$  与节点  $v_j$  之间存在连接时,  $a_{ij}=1$ , 否则  $a_{ij}=0$ 。

### 2.1 度中心性

度为网络拓扑结构的基本参数,度中心性(Degree Centrality, DC)是一种简单直观的排序方法,节点的度表示节点  $v_i$  的邻居个数,其中  $\tau(i)$  表示与  $v_i$  相连的节点的集合。

$$DC(i) = \sum_{j \in \tau(i)} a_{ij} \quad (1)$$

### 2.2 接近中心性

接近中心性(Closeness Centrality, CC)反映节点在网络中居于中心的程度,式(2)中  $d_{ij}$  表示节点  $v_i$  到节点  $v_j$  的距离。

$$CC(i) = \frac{N}{\sum_{j=1}^N d_{ij}} \quad (2)$$

### 2.3 介数中心性

介数中心性(Betweenness Centrality, BC)定义为网络中所有节点对最短路径中经过节点  $v_i$  的条数占所有最短路径条数的比例,其中  $g_{st}$  表示节点  $v_s$  和节点  $v_t$  之间的最短路径条数,  $n_{st}^i$  表示节点对  $v_s$  和  $v_t$  之间的最短路径经过  $v_i$  的条数。

$$BC(i) = \sum_{s \neq i \neq t \in V} \frac{n_{st}^i}{g_{st}} \quad (3)$$

### 2.4 K-shell 中心性

K-shell 分解是一种粗粒度的网络分解算法,主要根据节点度数的更新情况不断地删除网络中的节点,进而得到节点的核值,一般用字母  $k_s$  表示节点的核值。其分解过程如下:

(1) 首先计算网络中节点的度数,删除节点度数  $k \leq 1$  的节点及其相连的边,更新网络再重新计算度数,删除度  $k \leq 1$  的节点,直到网络中不存在度数  $k \leq 1$  的节点,记这些删除的节点  $k_s=1$ 。

(2) 递归地删除网络中节点度数  $k \leq 2$  的节点及其相连的边,之后更新网络并重新计算度,记  $k_s=2$ 。

(3) 重复上述过程,直到每个节点都被赋予  $k_s$  值。

## 3 基于节点亲密度的中心性算法

实际上,节点的重要性不仅与节点本身有关,还与邻居的信息有关,目前许多考虑节点邻居的重要性与差异性的指标被提出,其更多地考虑了邻居节点的某种特征对节点重要性的影响,却忽略了节点与邻居间拓扑结构的不同。如图 1 所示,计算节点  $v_i$  的重要性时,直接将节点  $v_i$  邻居的重要性和作为其重要性。以度指标为其重要性时,两幅图中节点  $v_x$  和  $v_y$  对节点  $v_i$  的影响力是一样的,但从传播的角度看,图 1(b)中节点  $v_i$  不仅将信息直接传播给邻居节点  $v_x$ ,还能通过节点  $v_z$  将信息间接传播给节点  $v_x$ ,与图 1(a)相比,节点  $v_x$  对节点  $v_i$  的影响力不相等。因此,考虑到节点与邻居间的不同拓扑结构对节点的影响力不同,将结构信息看作节点间的亲密度,并采用节点相似性来定义节点亲密度函数。定义节点  $v_i$  与  $v_x$  的亲密度函数为:

$$I(i,x) = 1 + \frac{n(i) \cap n(x)}{\{n(i) \cup n(x)\} - 1} \quad (4)$$

其中,  $n(i)$  和  $n(x)$  分别表示节点  $v_i$  和节点  $v_x$  的邻居的集合;  $n(i) \cap n(x)$  表示节点  $v_i$  和节点  $v_x$  的共同邻居的数目,  $n(i) \cup n(x)$  表示节点  $v_i$  和节点  $v_x$  所有邻居的数目。

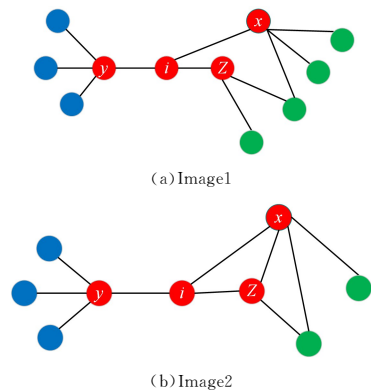


图 1 网络拓扑示例图

Fig. 1 Example network topology diagram

实际生活中,节间的亲密度是不一样的,节点之间的亲密度越高,两个节点的关系越密切,影响程度也越大。但若邻居节点的重要性很大,与节点的亲密度较小,则其对节点的间接影响力适当变小。基于以上分析,本文考虑节点本身的度为节点的直接影响力,任意两节点间的亲密度与邻居重要度的积为节点的间接影响力,两者之和为节点的影响力。

$$KI(i) = k(i) + \sum_{x \in \Gamma(i)} I(i,x)k(x) \quad (5)$$

其中,  $\Gamma(i)$  为节点  $i$  的邻居集合。KI 中心性的算法流程如算法 1 所示。

### 算法 1 KI 算法

输入:网络的邻接矩阵  $A=(a_{ij})_{N \times N}$

输出:节点的重要性得分向量  $\mathbf{KI}$

1. for  $i=1$  to  $n$
2. 计算  $K(i) = \sum_{j \in \tau(i)} a_{ij}$
3. 找出节点  $v_i$  的邻居  $v_x$  的集合  $\Gamma(i)$
4. for  $x$  in  $\Gamma(i)$
5. 计算  $CN(i, x) = n(i) \cap n(x)$   
 $UN(i, x) = n(i) \cup n(x)$
6. 计算  $I(i, x) = 1 + \frac{CN(i, x)}{UN(i, x) - 1}$
7. End
8. 计算  $KI(i) = k(i) + \sum_{x \in \Gamma(i)} I(i, x)k(x)$
9. End

针对图 1(a)和图 1(b)所示的两种情况,计算节点  $v_i$  的重要性值。对于图 1(a)有:

$$\begin{aligned} KI(i) &= 3 + \left(1 + \frac{0}{7-1}\right) \cdot 4 + \left(1 + \frac{0}{7-1}\right) \cdot \\ &\quad 4 + \left(1 + \frac{1}{6-1}\right) \cdot 3 \\ &= 14 \end{aligned}$$

对于图 1(b)有:

$$\begin{aligned} KI(i) &= 3 + \left(1 + \frac{0}{7-1}\right) \cdot 4 + \left(1 + \frac{1}{6-1}\right) \cdot \\ &\quad 4 + \left(1 + \frac{1}{5-1}\right) \cdot 3 \\ &= \frac{311}{20} \end{aligned}$$

可以看出,按照本文算法,两图中节点  $v_i$  邻居的度值相同,但由于拓扑结构不同,造成节点  $v_i$  的重要性不同,且图 1(b)中节点  $v_i$  和  $v_x$  与节点  $v_i$  和  $v_y$  之间的亲密度高于图 1(a)中的,与实际更吻合。

## 4 评价标准

### 4.1 SIR 模型

为了衡量各种指标影响力排序结果的准确性,需要知道节点的实际影响力排序。SIR (Susceptible-Infected-Recovered)模型<sup>[22]</sup>被广泛用于描述疾病、谣言、信息的传播过程,因此采用 SIR 模型对传播过程进行模拟,得到节点影响力的标准排名  $\sigma$ 。在 SIR 模型中,节点处于易感状态 S、感染状态 I、恢复状态 R 之一。个体被感染后以概率  $\lambda$  被治愈,治愈后对该疾病免疫,不再被感染。初始阶段,设定网络中任意一个节点为感染状态,其他节点为易感状态。传播过程中,每个处于感染状态的节点试图用感染概率  $\alpha$  ( $\alpha$  也称为传播概率)感染其处于易感状态的邻居,然后以概率  $\beta$  进入恢复状态,且不再被感染。重复进行这个过程,直到网络中没有受感染的节点为止。不失一般性,本文取传播阈值附近的值为传播概率,恢复概率  $\beta$  为 1。 $\Phi'$  为网络中最后处于恢复状态的节点总数,等同于初始感染节点的影响力。为了保证计算结果的可靠性,取  $M$  次实验的平均值作为节点的实际影响力  $\Phi(i)$ 。

$$\Phi(i) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \Phi'(i) \quad (6)$$

### 4.2 评估指标

#### 4.2.1 相关性

实验采用 Kendall tau 相关系数<sup>[23]</sup>来衡量各指标排序结果的准确性,其表达式为:

$$\tau(R, \sigma) = \frac{n_c - n_d}{\sqrt{(n_t - n_u)(n_t - n_v)}} \quad (7)$$

其中,  $R$  表示某种评估指标下  $n$  个节点的影响力排序序列,  $\sigma$  表示 SIR 模型得到的  $n$  个节点排序序列,  $n_c$  和  $n_d$  分别表示两种排列的同序对和异序对的个数,  $n_t = \frac{n(n-1)}{2}$ ,  $n_u = \sum_{i=1}^s \frac{u_i(u_i-1)}{2}$ ,  $n_v = \sum_{i=1}^s \frac{v_i(v_i-1)}{2}$ 。  $n_u$  与  $n_v$  分别根据序列  $R$  与  $\sigma$  进行计算,以  $n_u$  为例 ( $n_v$  的计算类推),将  $R$  中的相同元素组成小集合,  $S$  表示序列  $R$  中拥有的小集合数,  $u_i$  表示第  $i$  个集合所包含的元素数。  $\tau$  值越高,表明评估指标的排序与 SIR 模型的仿真排序越接近,评估结果越准确。

#### 4.2.2 单调性指标

单调性指标<sup>[24]</sup>反映了某种指标下节点得分的内部情况,单调性指标值越大,节点获得相同得分的数量越少,算法的效果就越好。单调性指标的定义如下:

$$M(\mathbf{R}) = \left[ 1 - \frac{\sum_{r \in \mathbf{R}} n_r(n_r-1)}{n(n-1)} \right]^2 \quad (8)$$

其中,  $\mathbf{R}$  代表将要排序的数据向量,即算法得出的节点得分;  $n$  为  $\mathbf{R}$  中元素的个数,一般是网络中节点的个数;  $n_r$  表示数据向量  $\mathbf{R}$  中获得相同得分的节点的数目。

## 5 实验数据及分析

### 5.1 实验数据

为了评估本文算法的效果,实验选取 6 个真实网络数据,包括 Jazz<sup>[25]</sup>, USAir<sup>[26]</sup>, Netscience<sup>[27]</sup>, Elegans<sup>[28]</sup>, Email<sup>[29]</sup>, Yeast<sup>[30]</sup>, 这些网络的拓扑结构统计特征如表 1 所列。其中,  $N$  与  $M$  分别表示网络节点数与连边数,  $C$  表示网络集聚系数,  $\langle K \rangle$  表示节点平均度。

表 1 6 个真实网络的拓扑参数

Table 1 Topology parameters of six real networks

网络	$N$	$M$	$\langle K \rangle$	$C$
Jazz	198	2742	27.70	0.6175
USAir	332	2126	12.81	0.3126
Netscience	379	914	4.82	0.741
C-Elegans, m	453	4596	20.29	0.695
Email	1133	5451	9.62	0.570
Yeast	1458	1948	2.67	0.071

### 5.2 结果及分析

本文将提出的 KI 指标应用于 Jazz 网络、USAir 网络、Netscience 网络、Elegans 网络、Email 网络及 Yeast 网络,分别与度指标、K-shell 指标、介数中心性指标、接近中心性指标进行对比。

图 2 给出了不同网络中心性排序指标 DC, KS, BC, CC, KI 与实际影响力排序的相关性。其中, K-shell 中心性与 SIR 实际影响力的相关性较弱,由于分解中将许多相同度值的节点化分在同一层,因此图像多呈现出树条状,节点区分度小,横坐标长度明显小于纵坐标,即划分层次远差于真实值。介数中心性指标与 SIR 实际影响力的相关性相对较弱,真实网络的社区化使得绝大多数节点的介数很小,落在图中右上方的节点居多,与实际情况相差较大。例如,由图 3 可知介数中心性最大的节点  $v_H$  充当两个社区的中介,然而将  $v_H$  作为初始传播者的影响力却较小,同时网络中节点的介数值都较小,

导致了图 2 所示的重尾现象。接近中心性与 SIR 实际影响力的相关性较前两者更强,但又低于 DC 和 KI 中心性,图 3 中  $v_F$  和  $v_G$  的邻居数少于  $v_D$ ,但到其他节点的最短距离和是最小的,因此充当记者的角色,其虽不是主角,但善于传播消息,

这在任意节点可互相联系的 Netscience,Email 网络中表现较差。DC 和 KI 中心性指标的评估值与 SIR 实际影响力有较强相关性,综合图 2 中点形成的直线倾斜程度和横坐标长度来看,KI 的相关性更好,排序更准确。

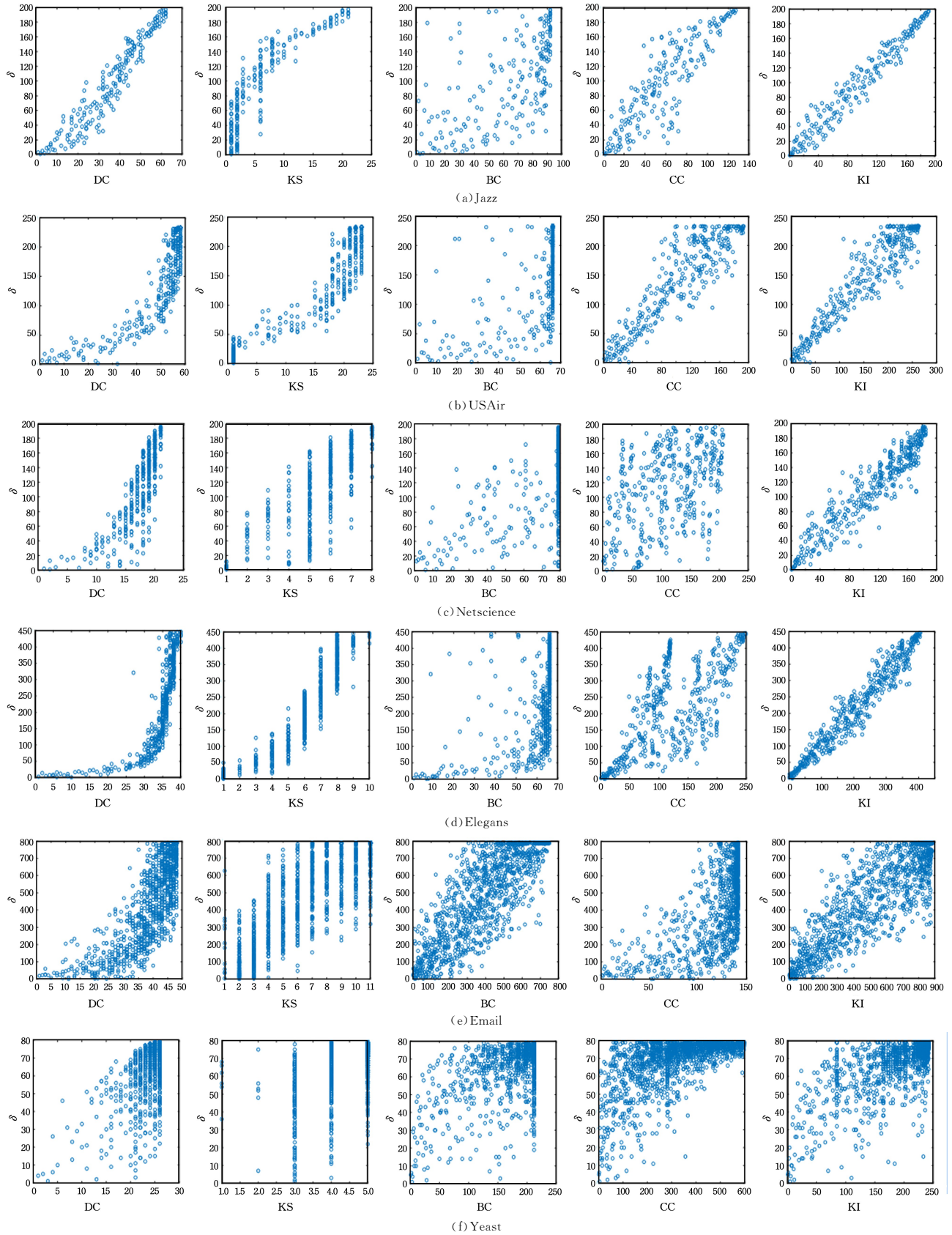


图 2 6 个真实网络中不同评估指标排序与 SIR 感染节点能力排序的相关性

Fig. 2 Correlation between ranking of different evaluation indexes and capacity of SIR infected nodes in six real networks

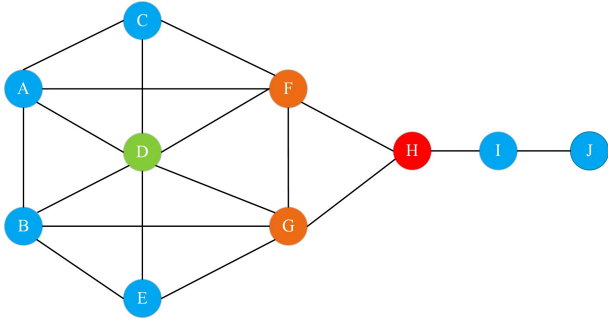


图 3 10 个节点的社交网络

Fig. 3 Social network of ten nodes

各个指标在不同的传播率下的排序准确性如图 4 所示, 当传播率较小时, 度中心性、K-shell 中心性的准确性较高, 这

是因为传播率较小时, 单节点开始的 SIR 传播过程易局限于节点的局部邻域, 此时节点的度越大, 感染到的节点就越多。当传播率变大, 接近传播阈值时, KI 中心性的准确性逐渐高于前两者, 说明考虑节点与邻居的亲密度时其更接近于真实结果, 且在网络平均度较小的情况下表现得尤为明显。当传播率较大时, KI 中心性  $\tau$  值相对减弱, 因为传播速率过大时, 信息将会很快扩散, 节点的局部信息作用减弱。

不同指标在各网络下得到节点排序的单调性值如表 2 所列, 结果表明所提出的 KI 算法在 Jazz, USAir, C-Elegans, m, C-Elegans, m 网络中得到的排序具有最高的单调性值, 即 KI 算法对节点排名有较好的差异性。KI 算法在 Netscience, Yeast 网络中的单调性值也处于第二位, 优于 DC, KS, BC 算法的排序结果。

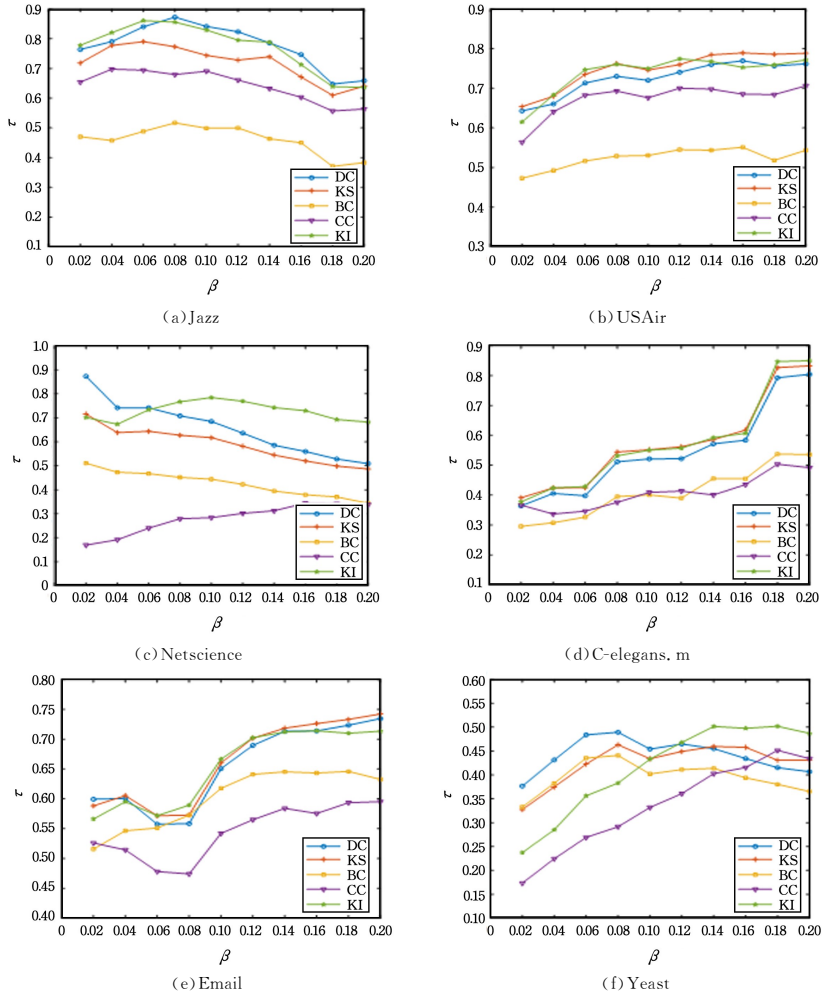


图 4 6 个真实网络中不同指标评估的准确性

Fig. 4 Accuracy comparison of different indicators in six real networks

表 2 不同指标在不同网络数据上的单调性值

Table 2 Monotonicity values of different indexes in different network data

Network	M(K)	M(Ks)	M(BC)	M(CC)	M(KI)
Jazz	0.9659	0.7944	0.9558	0.9878	0.9992
USAir	0.8585	0.8114	0.4339	0.9892	0.9935
Netscience	0.7642	0.6420	0.2606	0.9903	0.9837
C-Elegans, m	0.7918	0.6964	0.6675	0.9900	0.9968
Email	0.8873	0.8088	0.9981	0.8254	0.9975
Yeast	0.4884	0.2971	0.4947	0.9932	0.9437

图 5 给出了 6 个真实网络下, 不同等级的节点在各指标下的累积分布函数 (Cumulative Distribution Function) 情况。

结果表明, 随着网络规模的增大, KI 算法将节点分布到更分散的层次。K-shell 分解分成的壳层数较少, 无法区分具有不同影响力的节点, 节点的等级分布也不明显。度值相同的节点较多, 即许多节点的排名相同, 因此度中心性 DC 下节点的重要性排名区分度低。介数中心性 BC 计算过程中分子

与分母的差异较大,但区分度相比 K-shell 分解强。图 5 中表示接近中心性 CC 的排名累计曲线的上升趋势与 DC,KS,BC

相比平缓许多,但在多数网络中低于 KI 算法,说明 KI 算法的区分度具有良好的稳定性。

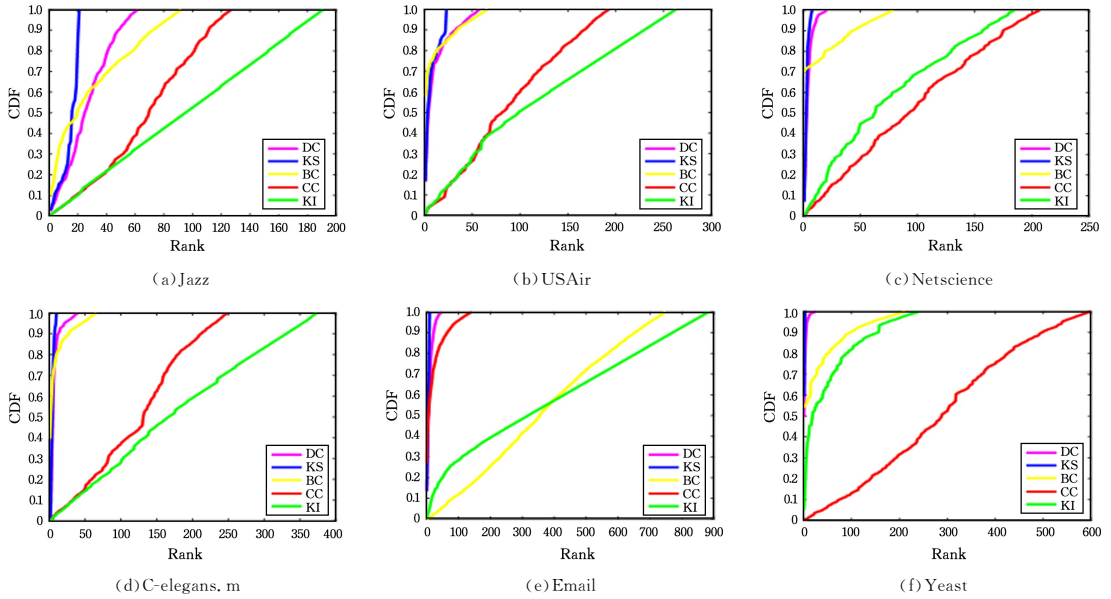


图 5 不同指标下节点排名的累计分布图

Fig. 5 Cumulative distribution chart of node ranking under different indicators

表 3 列出了 C-elegans. m 网络中不同中心性度量排名前 10 的节点。k-shell 分解算法中前 10 的节点居多,因此未在此比较。KI 算法融合了 DC,BC,CC 三者中出现频率高的节点,排名的相关性较高,且区分度高于这三者。

**结束语** 准确度量复杂网络中节点的重要性,对于加快积极信息在网络中的传播、预防网络攻击、抑制传染病的爆发具有现实意义。综合考虑节点的重要性、节点与邻居间的拓扑结构,本文提出了基于节点亲密度的中心性排序方法 KI。数值实验表明:KI 方法具有良好的准确性、高区别度,且提供了更多网络拓扑结构信息,证明了 KI 方法在度量节点重要性程度上具有一定的优势。本文研究所用的网络均为无向无权网络,如何将此方法应用于有向加权网络以及据时态变化的微博等网络上后续的研究重点。

表 3 C-elegans. m 网络中各指标下排名前 10 的节点  
Table 3 Top 10 nodes in C-elegans. m network under different indicators

Rank	DC	BC	CC	KI
1	15	15	15	15
2	2	2	2	2
3	5	5	5	5
4	97	97	97	97
5	7,9	56	56	51
6	51,56	38	51	58
7	38	12	38,58	56
8	58	51	12	12
9	47,49	214	7,9	7,9
10	12	7,9	57	57

参 考 文 献

5.3 计算复杂度

在设计重要性算法时,算法的效率也是需要考虑的因素之一。度指标,K-shell 分解较为简单,其计算复杂度分别为  $O(n)$  与  $O(n+m)$ ,但排名区分度较小。BC 和 CC 指标的计算复杂度分别为  $O(n^3)$  与  $O(nm+n^2 \log n)$ ,复杂度较大,且需要获取网络的全局信息。KI 指标需遍历网络中每个节点的邻居,因此其计算复杂度为  $O(n^2)$ ,且仅需网络局部信息,更适用于大规模网络。

[1] BARABASI A L, ALBERT R. Emergence of scaling in random networks [J]. Science, 1999, 286(5439): 509-512.  
 [2] JUN T, PIERA M A, RUIZ S. A causal model to explore the ACAS induced collisions [J]. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 2014, 228(10): 1735-748.  
 [3] WANG X F, LI X, CHEN G R, et al. Complex network theory and its application [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.  
 [4] LI Y S, MA D Z, ZHANG H G, et al. Critical nodes identification of power systems based on controllability of complex networks [J]. Applied Surface Science, 2015, 5(3): 622-636.  
 [5] MILO R, SHEN-ORR S, ITZKOVITZ S, et al. Network motifs: simple building blocks of complex networks [J]. Science, 2002, 298(5594): 824-827.  
 [6] ALBERT R, JEONG H, BARABASI A L. Diameter of the World-Wide Web [J]. Nature, 1999, 401: 130-131.  
 [7] FREEMAN L C. A Set of Measures of Centrality Based on Betweenness [J]. Sociometry, 1977, 40(1): 35-41.  
 [8] SABIDUSSI G. The centrality index of a graph [J]. Psychometrika, 1966, 31(4): 581-603.

表 4 5 种方法的计算复杂度

Table 4 Calculation complexity of five methods

Method	Information	Computational Complexity
DC	局部	$O(n)$
KS	全局	$O(n+m)$
BC	全局	$O(n^3)$
CC	全局	$O(nm+n^2 \log n)$
KI	局部	$O(n^2)$

- [9] BONACICH P, LLOYD P. Eigenvector-like measures of centrality for asymmetric relations [J]. *Social Networks*, 2001, 23(3): 191-201.
- [10] RADICCHI F, FORTUNATO S, MARKINES B, et al. Diffusion of scientific credits and the ranking of scientists [J]. *Physical Review E*, 2009, 80:056103.
- [11] LYU L Y, ZHOU T, ZHANG Q M, et al. The H-index of a network node and its relation to degree and coreness [J]. *Nature Communications*, 2016, 7:10168.
- [12] KITSACK M, GALLOS L K, HAVLIN S, et al. Identification of influential spreaders in complex networks [J]. *Nature Physics*, 2010, 6(11): 888-893.
- [13] BAE J, KIM S. Identifying and ranking influential spreaders in complex networks by neighborhood coreness [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2014, 395: 549-559.
- [14] ZENG A, ZHANG C J. Ranking spreaders by decomposing complex networks [J]. *Physics Letters A*, 2013, 377(14): 1031-1035.
- [15] MA Q, MA J. Identifying and ranking influential spreaders in complex networks with consideration of spreading probability [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2017, 465: 312-330.
- [16] WANG H, ZHU M. Hybrid K-shell key node recognition method based on point weight [J]. *Journal of East China Normal University (Natural Science)*, 2019, 3: 101-109.
- [17] CHEN X, TAN M, ZHAO J, et al. Identifying influential nodes in complex networks based on a spreading influence related centrality [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2019, 536: 122481.
- [18] JIANG L C, JING Y M, HU S Z, et al. Identifying node importance in a complex network based on node bridging feature [J]. *Applied Surface Science*, 2018, 8: 1914.
- [19] ZAREIE A, SHEIKHAHMADI A, JALILI M, et al. Influential node ranking in social networks based on neighborhood Diversity [J]. *Future Generation Computer Systems*, 2019, 94: 120-129.
- [20] WANG K, WU C X, AI J. Vector centrality measurement method based on multi-order neighborhood shell number [J]. *Acta Physica Sinica*, 2019, 68(19): 196402.
- [21] LI C, WANG L, SUN S W, et al. Identification of influential spreaders based on classified neighbors in real-world complex networks [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2018, 320: 512-523.
- [22] NEWMAN M E J. Spread of epidemic disease on networks [J]. *Physical Review E*, 2002, 66: 016128.
- [23] KENDALL M G. The treatment of ties in ranking problems [J]. *Biometrika*, 1945, 33: 239-251.
- [24] NEWMAN M E J. Finding community structure in networks using the eigenvectors of matrices [J]. *Physical Review E*, 2006, 74(3): 036104.
- [25] GLEISER P M, DANON L. Community structure in jazz [J]. *Advances in complex systems*, 2003, 6(4): 565-573.
- [26] ZENG A, LIU W. Enhancing network robustness against malicious attacks [J]. *Physical Review E*, 2012, 85: 066130.
- [27] GUIMERA R, DANON L, DIAZ-GUILERA A, et al. Self-similar community structure in a network of human interactions [J]. *Physical Review E*, 2003, 68(6): 065103.
- [28] BASSETT D S, PORTER M A, WYMBBS N F, et al. Robust detection of dynamic community structure in networks [J]. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2013, 23: 013142.
- [29] DUCH J, ARENAS A. Community detection in complex networks using extremal optimization [J]. *Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics*, 2005, 72: 027104.
- [30] VON MERING C, KRAUSE R, SNEL B, et al. Comparative assessment of large-scale data sets of protein-protein interactions [J]. *Nature*, 2002, 417(6887): 399-403.



**MA Yuan-yuan**, born in 1996, postgraduate. Her main research interests include complex network and so on.



**HAN Hua**, born in 1975, Ph.D, professor, master supervisor. Her main research interests include complex analysis, economic control and decision-making.