一种改进的 LMMSE 信道估计算法

练柱先1 余 江1 徐丽敏2

(云南大学信息学院 昆明 650091)1 (云南大学数学与统计学院 昆明 650091)2

摘 要 LS 算法简单,容易受到噪声的干扰,但是它不需要预先知道信道的统计信息。通过对信道的时域特性进行研究,在基于 LS 算法的基础上提出了一种改进的 LMMSE 信道估计算法,与传统的 LMMSE 信道估计算法相比,改进的 LMMSE 算法不需要预先知道信道的统计信息,其性能要优于 LS 算法;并针对 MSE 和 BER 的性能进行了仿真,理论分析和仿真结果也表明:改进的 LMMSE 算法性能优于 LS 算法,而且比较接近传统的 LMMSE 算法。 关键词 正交频分复用,导频辅助信道估计(PSAM),信噪比(SNR),均方误差(MSE) 中图法分类号 TP911.23 文献标识码 A

Improved LMMSE Channel Estimation Algorithm

LIAN Zhu-xian¹ YU Jiang¹ XU Li-min² (Information School, Yunnan University, Kunming 650091, China)¹ (Mathematics and Statistics School, Yunnan University, Kunming 650091, China)²

Abstract LS algorithm is simple and vulnerable to the interference of noise, but it does not need to know the channel statistic knowledge in advance. Through the research of time-domain characteristics of channel, an improved LMMSE channel estimation algorithm was proposed. Compared with traditional LMMSE channel estimation algorithm, the improved LMMSE algorithm does not need to know channel statistical information in advance, whose performance is superior to the LS algorithm. And aiming at MSE and BER performance, its performance was simulated. Theoretical analysis and simulation results also show that performance of the improved LMMSE algorithm is better than that of the LS algorithm, and close to the traditional LMMSE algorithm.

Keywords Orthogonal frequency division multiplexing, Pilot aided channel estimation, Signal-to-noise ratio, Mean square error

1 引言

正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing,OFDM)是一种高速率的数据传输和信息交换技术^[1]。 OFDM 系统的一个主要优点是利用快速傅里叶变换(FFT/ IFFT)实现调制和解调。在 OFDM 系统中,通过在每个 OFDM 符号前插入保护间隔及使用循环前缀(Cyclic Prefix, CP)保证了子载波间的正交性,在多径条件下,接收端如果实 现同步可以消除符号间干扰(ISI)及子载波间干扰(ICI)^[2,3]。 对于 OFDM 系统来说,对载波间的正交性要求非常严格,信 道估计是一项关键技术,为了达到更高的性能,保证系统的性 能不受信道的多径和衰落效应的影响,就需要信道估计的方 法来跟踪信道响应的变化。而信道估计的精确程度将直接影 响到 OFDM 系统的性能。

通常的信道估计方法分为两类:第一类是基于导频的信 道估计方法^[46],这类估计算法又可以分为频域导频信道估计 和时域导频信道估计^[7,8]。第二类是盲信道估计方法^[9-11],这 种估计算法基于传输信息的传输特性和统计特性。本文是基

于第一类信道估计方法进行的研究,它又称为导频辅助信道 估计(PSAM),对于 PSAM 使用的导频图案又可以分为梳妆 导频图案^[12]和块状导频图案^[13]。LS是最简单的信道估计方 式,它不需要任何信道信息,但是受高斯噪声(AWGN)的影 响比较大,LMMSE算法可以得到较好的性能,但是其算法复 杂并且需要预先知道信道的先验知识,如信道频域特性的自 相关矩阵^[14]和平均信噪比(SNR)。文献[15]通过对频域信 道的自相关矩阵进行分块,有效地降低了运算的复杂度,但是 该方法依然需要预先知道信道先验知识。文献[16]利用托普 利兹矩阵[17] 求出信道的自相关矩阵及其逆矩阵,避免了预先 知道信道的统计特性,但是利用托普利兹矩阵求解自相关矩 阵及其逆矩阵的过程也较为复杂。文献[18]提出了双对角矩 阵算法来降低运算的复杂度,该算法避免了对逆矩阵的求解 过程,但是它需要预先知道信道真实的信道特性。本文提出 了一种改进的 LMMSE 算法,该算法是基于 LS 算法的一种 优化,通过在发送端插入已知导频,估计出信道的时域特性和 时域信道能量。由于信号过 AWGN 信道之后,受到噪声的 干扰,噪声方差存在于信道能量之中,因此我们选取其中前

练柱先(1987-),男,硕士生,主要研究方向为 OFDM 系统中信道估计与多代理的智能配网双信道方向,E-mail;newdayzhu@126.com;余 江 (1961-),男,教授,主要研究方向为网络通信理论、网络信息安全、无线通信技术、图像处理、智能控制等;徐丽敏(1986-),女,硕士生,主要研 究方向为计算机视觉、应用数学、生物医学应用。

到稿日期:2013-05-21 返修日期:2013-10-12 本文受国家自然科学基金(61162004)资助。

L(L<N)径信道能量作为信道的能量,其余的信道所包含的 信道能量作为噪声方差,估计出信道的信噪比(SNR),再利用 估计出来的信噪比重新计算信道的时域特性。信道的频域特 性可由对计算得到的时域特性进行快速傅里叶变换得到,改 进的 LMMSE 算法避免了预先知道信道的先验知识,性能也 与传统的 LMMSE 算法比较接近。

2 系统模型

图1为本文所使用的系统模型,假定 OFDM 系统有 N

个子载波,发送的导频符号为 *P*[*k*],经过快速傅里叶反变换 (IFFT)变换到时域,如:

$$p[n] = IFFT\{P[k]\}$$
$$= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} P[k] e^{j2\pi i k/N}, n=0,1,\cdots,N-1$$
(1)

n为 OFDM 导频符号采样值的下标,为了避免码间干扰, 在时域对每个 OFDM 符号前添加循环前缀(CP)且 CP 的长度 大于信道脉冲响应的长度,通过信道之后 CP 直接被丢弃。



图 1 OFDM 系统信道估计原理图

离散信道的脉冲响应(CIR, channel impulse response)表示为:

$$h(n) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l \cdot \delta[n - \tau_l]$$
⁽²⁾

其中, α_l 是路径 l 的复信道增益,随时间的变化而变化。 τ_l 是路径 l 的归一化时延。L 是离散信道路径的个数。假定不同的路径是彼此独立的信道,路径 l 的能量表示为 $\sigma_{k(l)}^2$,对于归一化信道,有 $\sigma_k^2 = \sum_l \sigma_{k(l)}^2 = 1$ 。

信道的时域特性可以表示为:

$$h = [h_0, h_1, \cdots, h_{N-1}]^{\mathrm{T}}$$
(3)

导频符号经过高斯信道之后,其频域接收信号可以表示 为:

 $\tilde{P}[k] = P[k] \cdot H[k] + W[k], k = 0, 1, \dots, N-1$ (4) 其中, H[k]是第 k 个子载波处的信道的频域响应, W[k]是频 域的 AWGN 噪声,其均值为 0,方差为 σ_{w}^{2} 。

由文献[19]知,LS 算法的信道估计不需要预先知道信道 的统计信息,为了估计信道的特性,只需在发送端发送一段已 知导频 *P*[*k*],根据接收端得到的导频信号 *P*[*k*]来估计信道 的脉冲响应,于是信道的频域特性可以表示为:

$$\widetilde{H}_{LS}[k] = \frac{\widetilde{P}[k]}{P[k]} = H[k] + \frac{W[k]}{P[k]}, 0 \leq k \leq N-1$$
(5)

LS算法进行信道估计虽然不需要预先知道信道的先验 知识,但是容易受到 AWGN 噪声的干扰,其误码率(BER)和 均方误差(MSE)比较大。LS 算法的 MSE^[20]可以表示为:

$$MSE_{LS} = \frac{\beta}{SNR} \tag{6}$$

其中 $SNR = E[|X[k]|^2]/\sigma_n^2$ 是平均信噪比, β 是一个与调制 方式有关的常数。

本文采用频域导频时域相关技术(FPFC)得到信道脉冲 响应的频域特性,再通过 IFFT 得到信道的时域特性,由公式 得出:

$$\tilde{h}_{k}[n] = IFFT\{H_{LS}[k]\}$$

$$= IFFT\{\frac{\tilde{P}[k] \cdot P^{*}[k]}{|P[k]|^{2}}\}, 0 \leq k \leq N-1$$
(7)

对于一个 PN 序列, | *P*[*k*]|² 的频谱可以近似地用一个 常数 *K* 来表示,常数 *K* 和 PN 序列的长度相等^[21]。

3 改进的 LMMSE 算法

时域均方误差(MSE)表示为:

$$MSE(h, \tilde{h}_{branse}) = \frac{1}{N} Trace \{ E[(h - \tilde{h}_{planmse}) \times (h - \tilde{h}_{planmse})^{H}] \}$$

$$(8)$$

我们假定经过 AWGN 信道之后的信道的时域特性为 \tilde{h}_{binnse} ,信道的时域特性 \tilde{h}_{binnse} 又可以写成 $B \cdot \tilde{h}_{ls}$ 的形式,当 \tilde{h}_{binnse} 的均方误差取最小值时得到的矩阵 B 为一个对角矩阵,可以用式(9)表示:

$$B = R_{h_{\bar{h}_{k}}} R_{h_{k}\bar{h}_{k}}^{-1}$$

= diag { $\sigma_{h(0)}^{2} / (\sigma_{h(0)}^{2} + \beta/SNR), \dots, \sigma_{h(N-1)}^{2} / (\sigma_{h(N-1)}^{2} + \beta/SNR)$ } (9)

*R_M*为时域信道的自相关矩阵, σ_(t)为路径 *l* 的信道能量, β是一个与调制方式有关的常数, SNR 是过 AWGN 信道之 后信号与噪声的平均信噪比。

我们知道过 AWGN 信道之后的信道的时域特性可以表示为:

$$\tilde{h}_{\omega}[n] = \begin{cases} h[n] + \omega[n], & 0 \leq n \leq L - 1 \\ \omega[n], & L \leq n \leq N - 1 \end{cases}$$
(10)

(11)

其中, $\omega[n] = IDFT\{W[k]/P[k]\}$ 。

 $E[\tilde{h}_{k}\tilde{h}_{k}^{H}] = diag\{\tilde{\sigma}_{h(0)}^{2}, \tilde{\sigma}_{h(1)}^{2}, \dots, \tilde{\sigma}_{h(N-1)}^{2}\}$ $\nexists \psi, \tilde{\sigma}_{k}^{2} = \sigma_{k}^{2} + \frac{\beta}{SNR} = |\tilde{h}_{k}|^{2}.$

本文算法是基于导频辅助信道估计进行的研究,通过 PSAM 可以得到过 AWGN 信道之后的信道的时域特性和频 域特性,但是我们不知道真实的信道特性,因此无法知道真实 的信道能量和噪声方差。鉴于此,我们提出以下的估计方法。 对 AWGN 的时域特性进行研究,可以发现信道的能量主要 集中在前 L 径信道部分(见图 2),因此把前 L 径信道所拥有 的能量看成是信道的能量,其余的 N-L 径信道拥有的能量 为噪声方差。真实的 AWGN 信道其 N 径信道都要受到噪声 的干扰,因此把 N-L 径信道拥有的噪声方差平均分配到 N 径多径信道。于是能量重新分配之后 AWGN 信道的信道能 量可以表示为:

$$E[\tilde{h}_{k}\tilde{h}_{k}^{H}] = diag\{\tilde{\sigma}_{k(0)}^{2} + \tilde{\sigma}_{\omega}^{2}, \tilde{\sigma}_{k(1)}^{2} + \tilde{\sigma}_{\omega}^{2}, \cdots, \tilde{\sigma}_{k(L-1)}^{2} + \tilde{\sigma}_{\omega}^{2}, \tilde{\sigma}_{\omega}^{2}, \cdots, \tilde{\sigma}_{\omega}^{2}\}$$
(12)

 $E[\tilde{h}_{\mu}\tilde{h}_{a}^{T}]$ 为混入了 AWGN 噪声之后的信道能量, \tilde{c}_{n} 为前 L 径信道的能量, \tilde{c}_{a} 与信道的能量和噪声的方差有关,

• 54 •

 $\hat{\sigma}_{z}^{2} = \frac{\beta}{SNR}$ 。SNR 在此处为估计出来的平均信噪比,可以用式 (13)表示:

$$SNR(n) = \frac{N}{L} \cdot \frac{\sum_{n=0}^{L-1} |\tilde{h}_{k}(n,k)|^{2}}{\sum_{k=0}^{N} |\tilde{h}_{k}(n,k)|^{2}}, n = R(m-1) + m \quad (13)$$

其中, $\tilde{h}_{b}(n,k)$ 表示第 n 帧 OFDM 符号的第 k 个子载波,R 为 导频间隔, $m=1,2,\dots,N/R$ 。



图 2 信道的时域特性

于是信道的频域特性可以表示为: $\widetilde{H}_{bmmse} = F \widetilde{h}_{bmmse}$

$$=F \cdot diag\{\frac{\tilde{\sigma}_{h(0)}^{2}}{\tilde{\sigma}_{h(0)}^{2}+\beta/SNR}, \cdots, \frac{\tilde{\sigma}_{h(N-1)}^{2}}{\tilde{\sigma}_{h(N-1)}^{2}+\beta/SNR}, \frac{\tilde{\sigma}_{h(N-1)}^{2}+\beta/SNR}{\tilde{\sigma}_{h(N-1)}^{2}+\beta/SNR}\} \cdot \tilde{h}_{b}$$
(14)

4 改进 LMMSE 算法的 MSE

信道特性可以通过 BER 和 MSE 两种性能来表示。BER 是与发送端发送的数据进行比较得到的,为了验证某种算法 的可用性,在做仿真实验时,发送端发送的数据可以得到,我 们可以用 BER 来验证信道的特性。在实际的应用中,我们无 法得到发送端发送的数据。因此用 MSE 性能来表示信道的 特性。对式(8)进行展开:

$$MSE(h, \tilde{h}_{browse}) = \frac{1}{N} Trace \{ E[HH^{H} - H\tilde{H}_{browse}^{H} - \tilde{H}_{browse}H^{H} + \tilde{H}_{browse}\tilde{H}_{browse}^{H}] \}$$

$$= \frac{1}{N} Trace \{ E[Fhh^{H}F^{H} - FB\tilde{h}_{ls}h^{H}F^{H}] \}$$

$$= \frac{L}{N} Trace \{ E[hh^{H} - B\tilde{h}_{ls}h^{H}] \}$$

$$= \frac{L}{N} Trace \{ E[\sum_{n=0}^{L-1} \sum_{m=0}^{L-1} \exp(-j\frac{2\pi(n-m)k}{N})(hh^{H} - B\tilde{h}_{ls}h^{H})] \}$$

$$= \frac{L}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \{ \sigma_{h(n)}^{2} - \frac{\sigma_{h(n)}^{2}}{\sigma_{h(n)}^{2} + \frac{\beta}{SNR}} \cdot \sigma_{h(n)}^{2} \}$$

$$= \frac{L}{N} \sum_{n=0}^{L-1} \frac{\beta/SNR}{\sigma_{h(n)}^{2} + \beta/SNR} \cdot \sigma_{h(n)}^{2}$$
(15)

式(15)中L值应大于信道脉冲响应的长度。L值太小, 所选取信道能量小于实际的信道能量,此时能量的丢失对信 道的影响远大于噪声对信道的影响;L值太大,所选取的信道 能量就会因被混入了噪声方差而大于真实的信道能量,此时 信道要受到噪声的干扰。因此,L值的选取要合适,不宜太 大,更不能太小。

5 改进 LMMSE 算法的复杂度

信道的频域响应式(14)可以写成向量累加的形式:

$$\widetilde{H}_{invese} = \left(\sum_{n=0}^{L-1} \frac{\widetilde{\sigma}_k^2}{\sigma_k^2 + \beta/SNR} F_n\right) \widetilde{h}_{ls} = \sum_{n=0}^{L-1} Q_n F_n \widetilde{h}_{ls}$$
(16)

其中, F_n 表示矩阵第 N 行的行向量, $Q_n = \hat{\sigma}_n^2 / (\hat{\sigma}_n^2 + \beta / SNR)$ 表示一个常数, Q_n 与 F_n 相乘需要 N 次乘法, Q_n 与 F_n 相乘得到的行向量 Q_nF_n 再与 \hat{h}_k 列向量相乘再需要 N 次乘法,一个 Q_n 共需要 2N 次乘法, $L \land Q_n$ 共需要 2LN 次乘法。 Q_n 与 F_n 相乘之后不需要加法的运算, Q_nF_n 与 \hat{h}_k 相乘之后需要 N-1 次加法, $L \land Q_n$ 共需要 LN-L 次加法。

6 仿真结果与分析

为了验证本文算法的有效性,在误码率(BER)和均方误差(MSE)两方面进行了仿真,仿真参数设置如下:采用块状导频,每隔 5 帧 OFDM 符号插入一帧导频符号,工作频率 2GHz,系统带宽 20MHz,使用 128 个子载波,50 帧 OFDM 符 号,采用 PN 序列作为导频,16-QAM 进行调制,循环前缀 (CP)的长度为 32,有 6 个多径信道,信道的脉冲响应受各径 时延的影响,信噪比表示为平均信号能量与平均 AWGN 噪 声方差的比值。

图 3 显示了 LS 算法、LMMSE 算法和改进 LMMSE 算法 的 MSE 性能的变化曲线。图 3 是在每帧 OFDM 符号相同、L 分别取 10,16 和 32 径的条件下得到的仿真结果。从图 3 可 以看出:在 SNR 相同的条件下,本文的改进 LMMSE 算法的 MSE 性能比 LMMSE 算法的性能稍差一些,但要优于 LS 算 法。在 L 值为 10 时,改进 LMMSE 算法的 MSE 性能已经很 接近 LMMSE 算法的性能,明显优于 L 取 16 和 32 时的两种 情况。MSE 性能相同的条件下,LMMSE 算法的 SNR 比 L 值为 10 时的改进 LMMSE 算法低了 0.5dB。由以上理论分 析可知,信道的脉冲响应主要集中在前几个多径部分,当 L 值的取值和信道脉冲响应长度相当时,MSE 性能最佳,L 值 大于信道脉冲响应的长度时,大于信道脉冲响应长度的那部 分多径信道能量为 0,表现的是噪声的能量,L 值越大,MSE 也就越大,仿真结果与理论相符。



图 3 LS算法、LMMSE算法和改进 LMMSE 算法的 MSE 性能比较



图 4 3 种算法在不同平均时延下的 MSE 性能比较

图 4 显示的是 LS 算法、LMMSE 算法和本文所提出的改进 LMMSE 算法在不同时延下的 MSE 性能。从图 4 可以看

出:在 SNR 相同的条件下,改进 LMMSE 算法的 MSE 性能要 稍逊于 LMMSE 算法,优于 LS 算法。在平均时延(rms)为 10µs 时,相同的 MSE 下,LMMSE 算法的 SNR 要比改进 LMMSE 算法低 1dB。对于同一种算法,MSE 性能随着 rms 的增加而降低。随着 rms 的增加,相邻码元波形之间发生重 叠的部分增加,码间串扰也比较严重,信道的传输特性发生了 畸变,因此,随着 rms 的增加,信道的 MSE 性能降低。

图 5 是 LS 算法、LMMSE 算法和本文所提出的改进 LMMSE 算法在不同 rms 下的误码率性能变化曲线。从图 5 可以看出:在相同 SNR 的条件下,随着 rms 的增大,BER 增 大,改进的快速 LMMSE 算法的 BER 性能在 rms 为 10μs 时已 经很接近 LMMSE 算法的性能。由于 rms 的增加,发生了码间 串扰,信道的传输特性发生了畸变,因此 BER 也随之增加。



图 5 3 种算法在不同平均时延下的 BER 性能比较

结束语本文提出了一种改进的LMMSE 算法,该算法 不需要预先知道信道的先验知识,有效地降低了运算的复杂 度,提高了系统的运算速率。对改进的LMMSE 算法进行了 理论分析及仿真验证,时域信道能量主要集中在信道的前 L 个多径部分,其他路径的信道能量很小,或者信道能量为 0, 噪声干扰的作用比较大。因此改进的LMMSE 算法 L 值的 选取应大于信道时域脉冲响应的长度 L_p,当L小于L_p时,计 算信道特性时损失了一部分信道能量,估计出来的信道转性 就会明显偏离真实值;L 值大于 L_p 但相差不大时,信道能量 中虽然被掺杂了一部分噪声方差,但是受噪声方差干扰的影 响并不是那么明显;L 值过大,不仅会降低系统的性能,而且 还会明显提高运算的复杂度;L 值过小时,损失的信道能量对 信道特性的影响要远大于噪声方差对信道的影响。因此,改 进的 LMMSE 算法对 L 值的选取要合适,应使其尽量大于信 道脉冲响应的长度。

参考文献

- [1] Weinstein S B, Ebert P M. Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete Fourier transform[J]. IEEE Transactions on Communications, 1971, 19(5): 628-634
- [2] 武刚,胡苏,陈浩,等.基于并行干扰抵消的 OFDM/OQAM 系统 中的信号检测方法[J].电子与信息学报,2013,35(1),178-184
- [3] Nasab E S, Ardebilipour M, Kalantar A, et al. Performance analysis of multi-antenna relay networks with imperfect channel estimation[J]. AEU-International Journal of Electronics and Communications, 2013,67(1):45-57
- [4] Zhao M, Shi Z, Reed M C. Iterative turbo channel estimation for OFDM system over rapid dispersive fading channel[J]. IEEE Transactions Wireless Communications, 2008, 7(8); 3174-3184
- [5] Nair J P, Raja-Kumar R V. Data Aided Iterative Channel Estimation in OFDM Systems Using a Controlled Superimposition

of Training Sequences [J]. Wireless Personal Communication, 2013,68(4):1241-1254

- [6] Schoeneich H, Hoeher P A. Iterative pilot-layer aided channel estimation with emphasis on interleave-division multiple access systems[J]. EURASIP Journal Application Signal Processing, 2006(1):1-15
- Yeh C S, Lin Y. Channel estimation using pilot tones in OFDM systems[J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 1999, 45(4): 400-409
- [8] Minn H, Bhargava V K. An investigation into time domain approach for OFDM channel estimation[J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2000, 46(4): 240-248
- [9] Cai X D, Akansu A N. A subspace method for blind channel identification in OFDM systems[C] // Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC'00). 2000: 929-933
- [10] Doukopoulos X G, Moustakides G V. Blind adaptive channel estimation in OFDM systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2006, 5(7): 1716-1725
- [11] 王永川,陈自力. 基于冗余预编码的 STBC-SC-FDE 系统的频率 域盲信道估计[J]. 通信学报,2013,34(1):185-190
- [12] Chang C W, Hung H L, Lee S H, et al. Performance Analysis of Analytic Interpolator for Comb-Type Pilot-Aided Channel Estimation in OFDM Systems Without ICI[J]. Wireless Personal Communications, 2011, 59(2);345-360
- [13] Uchiumi T, Obara T, Takeda K, et al. Iterative Superimposed Pilot-Assisted Channel Estimation Using Sliding Wiener Filtering for Single-Carrier Block Transmission [J]. IEICE Transactions on Communications, 2012, E95-B (3):924-932
- [14] Proakis J G. Digital Communications(Fifth Edition)[M]. New York: McGraw-Hill, Publishing House of Electronics Industry, 2001
- [15] Noh M, Lee Y, Park. Low complexity LMMSE channel estimation for OFDM[J]. IEEE Proceedings Communications, 2006, 153(5):645-650
- [16] Zhou W, Lam W H. A Fast LMMSE Channel Estimation Method for OFDM Systems [J]. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, 2009(1):883-895
- [17] Rosati S, Corazza G E, Coralli A V. OFDM Channel Estimation Based on Impulse Response Decimation, Analysis and Novel Algorithms[J]. IEEE Transactions on Communications, 2012, 60 (7):1996-2008
- [18] Geng N, Yuan X, Ling P. Dual-Diagonal LMMSE channel estimation for OFDM systems [J]. IEEE Transactions on signal processing, 2012, 60(9):4734-4746
- [19] Konstantinidis S, Freear S. Performance Analysis of Tikhonov Regularized LS Channel Estimation for MIMO OFDM Systems with Virtual Carriers[J]. Wireless Personal Communications, 2012,64(4):703-717
- [20] Kang Y, Kim K, Park H. Efficient DFT-based channel estimation for OFDM systems on multipath channels[J]. IET communications, 2007, 1(2):197-202
- [21] Lin Y. "Shift and Added" property of m-sequence and its application to channel characterization of digital magnetic recording
 [J]. IEE Proceedings Communications, 1995, 142(3); 135-140

• 56 •