

非均匀白噪声条件下的相干 MIMO 雷达角度估计

唐超尘^{1,3} 仇洪冰² 刘 鑫³ 唐清华³

1 西安电子科技大学通信工程学院 西安 710071

2 桂林电子科技大学信息与通信学院 广西 桂林 541004

3 桂林理工大学信息科学与工程学院 广西 桂林 541006

摘要 在多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)雷达系统的角度估计中,混入接收机的噪声通常被假设为均匀的。然而,实际场景下往往是非均匀噪声,使得噪声协方差矩阵是未知的。若直接应用传统的子空间估计算法,如二维多重信号分类(Two-dimensional Multiple Signal Classification, 2D-MUSIC)算法,则会导致角度估计性能下降或算法失效,因此需要设计新的算法,用于估计噪声协方差矩阵,以求得噪声子空间。相对于迭代类处理算法而言,非迭代噪声子空间估计算法无需进行迭代计算,从而降低了计算复杂度。基于此,研究和分析了一种适用于非均匀噪声条件下的一维非迭代噪声子空间估计算法,并将其扩展至 MIMO 雷达二维角度估计。首先通过理论分析验证了该扩展的可行性,其次通过实验验证了其对目标的联合离开角(Direction of Departure, DOD)和到达角(Direction of Arrival, DOA)的估计具有较好的测角性能。

关键词: 非均匀噪声; 多输入多输出雷达; 角度估计; 噪声协方差矩阵; 噪声子空间; 非迭代算法

中图法分类号 TN953+.5

Angle Estimation of Coherent MIMO Radar Under the Condition of Non-uniform Noise

TANG Chao-chen^{1,3}, QIU Hong-bing², LIU Xin³ and TANG Qing-hua³

1 School of Telecommunications Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China

2 School of Information and Communication, Guilin University of Electronic Technology, Guilin, Guangxi 541004, China

3 School of Information and Communication, Guilin University of Technology, Guilin, Guangxi 541006, China

Abstract For the problem of angle estimation, the noise in the receiver is usually assumed to be uniform for a multiple input multiple output (MIMO) radar. A non-uniform noise assumption is more realistic. However, The non-uniform noise will result in an unknown noise covariance matrix. If the traditional subspace-based angle estimation methods such as two dimensional multiple signal classification (2D-MUSIC) algorithm is applied directly, the estimation performance will be declined or failed. Therefore, designing new algorithms to estimate the noise covariance matrix and obtain the noise subspace is necessary. Compared with the iterative-based angle estimation algorithms, the non-iterative subspace-based(NIS-based) algorithms can reduce the computational complexity and do not carry out iterative calculation. For this reason, firstly, a one dimensional(1D) NIS-based algorithm under the condition of non-uniform noise is analyzed. Secondly, we extend it to 2D NIS-based angle estimation for the MIMO radar and provide theoretical analysis to verify the feasibility of such an extension. The final simulation results show that the proposed algorithm can obtain the joint direction of departure(DOD) and the direction of arrivals (DOA) of targets and has a good performance in angular accuracy.

Keywords Non-uniform noise, MIMO radar, Angle estimation, Noise covariance matrix, Noise subspace, Non-iterative algorithm

1 引言

多输入多输出雷达是一种新的雷达体制,相比传统的

相控阵雷达而言,其具有一系列突出的优势^[1],因此近年来得到了国内外学者的广泛关注。其中,角度估计是 MIMO 雷达研究领域中的热点课题之一。现有的关于 MIMO 雷达的

到稿日期: 2021-03-15 返修日期: 2022-01-28

基金项目:国家自然科学基金(61371107,61961010);认知无线电与信息处理省部共建教育部重点实验室开放基金(CKRL200204);广西高校中青年教师科研基础能力提升项目(2019KY1061)

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(61371107,61961010), Ministry of Education Key Laboratory of Cognitive Radio and Information Processing(CKRL200204) and Project of Improving the Basic Scientific Research Ability of Guangxi Young Teachers(2019KY1061).

通信作者:唐超尘(gxtcc2008@126.com)

角度估计算法,主要包括最大似然算法^[2-3]、子空间类算法(如多重信号分类算法^[4-7])、旋转不变技术算法^[8-9]、信号稀疏表示类算法^[10-11],等。相比其他算法而言,基于空间谱类的算法被研究得最多。通常,该类算法在理想的条件下,即不考虑阵列误差、外加噪声和干扰的情况下会获得良好的角度估计性能。但是,在实际环境下,理想条件并不能得到满足^[12]。因此,基于理想因素的角度估计算法的性能会下降,甚至无法分辨目标方位。为此,本文重点研究和分析了非均匀噪声条件下的相干 MIMO 雷达角度估计问题。

实际场景下的接收机,由于天线工艺、硬件电路及干扰等原因,使得接收阵列各天线阵元通道接收到的噪声功率不一致,从而噪声协方差矩阵不再是理想的 $\sigma_n^2 \mathbf{I}$ (σ_n^2 为高斯白噪声功率, \mathbf{I} 为单位矩阵)矩阵形式^[13-14]。换言之,噪声协方差矩阵是未知的,这使得传统的子空间类方法不再适用于理想条件,需要重新设计新的算法对噪声协方差矩阵进行准确估计,以获得噪声子空间。现有的大多数子空间类算法,一般都是通过迭代的方式获得噪声协方差矩阵的估计,尽管能够获得较好的测角精度,但是存在计算复杂度高的问题,因此较难满足实时处理的需要。

文献[15]提出了一种新的噪声协方差矩阵估计算法,该算法讨论了一维情况下的角度估计问题,获得了良好的 DOA 估计性能。该算法首先将接收信号协方差矩阵进行了特殊分解,获得了初步的噪声子空间,在此基础上再次通过非迭代的方式对噪声协方差矩阵进行求解,从而获得了更为准确的噪声子空间估计。本文在分析和总结该算法成果的基础上,从理论上分析了将该算法扩展到双基地相干 MIMO 雷达二维角度估计的可行性,提出了基于非迭代噪声子空间估计的二维角度估计算法,并通过仿真实验证了所提算法的有效性。

2 非迭代噪声子空间估计的基本原理

对于远场中的 Q 个信号源,考虑 M 个阵元的均匀直线阵(Uniform Linear Antennas, ULA),其在 t 时刻接收到的信号为:

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_q)]$ 为接收导向矢量构成的矩阵,该矩阵的列向量 $\mathbf{a}(\theta_q) = [1, \dots, e^{j\pi(M-1)\theta_q}]^T$ 表示接收阵列相对于第 q 个信源的导向矢量,而 θ_q 表示第 q 个信源的方位角。同时,假设由信源数据构成的集合为 $\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)]^T$, 其中 L 为信号数据长度; $\mathbf{N}(t)$ 是叠加的噪声矩阵。对式(1)求其协方差矩阵,可得:

$$\mathbf{R}_Y = E[\mathbf{Y}(t)\mathbf{Y}^H(t)] = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{R}_S\mathbf{A}^H(\theta) + \mathbf{R}_N \quad (2)$$

其中, $\mathbf{R}_S = E[\mathbf{S}(t)\mathbf{S}^H(t)]$ 为信号协方差矩阵, $\mathbf{R}_N = E[\mathbf{N}(t)\mathbf{N}^H(t)]$ 为噪声协方差矩阵。因为矩阵 \mathbf{A} 非满秩,所以存在正交基向量集合 $\xi = \{\xi_1, \dots, \xi_{M-Q}\}$, 满足 $\mathbf{A}^H \cdot \xi = 0$ 。将该基向量右乘以式(2),可得:

$$\mathbf{R}_Y \cdot \xi = \mathbf{A}\mathbf{R}_S\mathbf{A}^H \cdot \xi + \mathbf{R}_N \cdot \xi = \mathbf{R}_N \cdot \xi \quad (3)$$

其中,若噪声为均匀白噪声,即 $\mathbf{R}_N = \sigma^2 \mathbf{I}$, 其中 σ^2 为噪声平均功率, \mathbf{I} 为单位矩阵,则式(3)变成 $\mathbf{R}_Y \cdot \xi = \sigma^2 \cdot \xi$ 。因此,对式(3)应用特征值分解即可求得噪声子空间向量 ξ 。然而,在非均匀噪声条件下,接收阵元通道内的噪声功率不一致,此时的噪声协方差矩阵为 $\mathbf{R}_N = diag\{[\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_M^2]\}$, 因此不能直接采用特征分解方法。

将式(2)中接收信号协方差矩阵 \mathbf{R}_Y 改写为矩阵 \mathbf{R}_1 和对角矩阵 \mathbf{R}_2 的叠加^[15], 可得:

$$\mathbf{R}_Y = \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2 \quad (4)$$

其中,

$$[\mathbf{R}_1]_{ij} = \begin{cases} [\mathbf{R}_Y]_{ij}, & i \neq j \\ 0, & i = j \end{cases} \quad (5)$$

$$\mathbf{R}_2 = diag\{[\mathbf{R}_Y]_{11}, \dots, [\mathbf{R}_Y]_{MM}\} \quad (6)$$

式(5)和式(6)表明,令 \mathbf{R}_Y 的正对角线元素取值等于零,得到矩阵 \mathbf{R}_1 。而矩阵 \mathbf{R}_2 的取值为 \mathbf{R}_Y 和 \mathbf{R}_N 的正对角线元素叠加而成,其他元素取值等于 0。联立式(4)一式(6),可得:

$$\mathbf{R}_Y \cdot \xi = (\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2) \cdot \xi = \mathbf{R}_N \cdot \xi \quad (7)$$

由式(7)可得:

$$\mathbf{R}_1 \cdot \xi = (\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_N) \cdot \xi = -\mathbf{A}_S \cdot \xi \quad (8)$$

其中, $\mathbf{A}_S = diag(\mathbf{R}_S)$ 。在信号源独立且处于远场的情况下,可近似地认为各阵元收到的信源总功率 σ_s^2 是相等的,即满足 $\mathbf{A}_S = \sigma_s^2 \mathbf{I}$ 。可见式(8)可以表达为广义特征分解标准式 $\mathbf{R}_1 \cdot \xi = -\sigma_s^2 \cdot \xi$ 。因此,对式(8)可进行广义特征分解得到噪声子空间估计,且无需进行迭代处理计算。

3 基于非迭代噪声子空间估计的 MIMO 雷达二维角度估计

对于 M 发 N 收的相干 MIMO 雷达,接收端在第 k 次快拍中的 t_l 时刻接收到的数据为:

$$\mathbf{r}_k(t_l) = \sum_{q=1}^Q \beta_{qk} \mathbf{a}(\theta_q) \mathbf{b}^T(\varphi_q) \mathbf{S}(t_l) + \mathbf{z}_k(t_l) \quad (9)$$

其中, k 表示慢时间维; $t_l, l = 1, 2, \dots, L$ 表示快时间维; β_{qk} 表示在发射至接收过程中,在第 k 次快拍时,第 q 个目标相对应的信道变化参数; $\mathbf{a}(\theta_q)$ 为接收阵列相对于第 q 个目标的导向矢量; $\mathbf{b}(\varphi_q)$ 为发射阵列相对于第 q 个目标的导向矢量; $\mathbf{S}(t_l)$ 表示 M 个正交发射波形集合,长度为 L 个采样点数; $\mathbf{z}_k(t_l)$ 为叠加的噪声。在接收到上述原始数据后,由 M 个匹配滤波器进行匹配滤波处理,因此得到第 k 次快拍的数据为:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{\Sigma}_k \mathbf{B}(\varphi) + \mathbf{Z}_k \quad (10)$$

其中, $\mathbf{\Sigma}_k = diag[\beta_{1k}, \beta_{2k}, \dots, \beta_{Qk}]$, $\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_q)]$ 为关于 Q 个目标的接收导向矩阵,而 $\mathbf{B}(\varphi) = [\mathbf{b}(\varphi_1), \dots, \mathbf{b}(\varphi_q)]$ 为发射导向矩阵。根据 MIMO 雷达信号处理方式,首先对式(10)中的匹配滤波数据进行行列化操作,可得:

$$\mathbf{Y}_k = vec(\mathbf{X}_k^T) = \mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\beta}_k + \tilde{\mathbf{Z}}_k \quad (11)$$

其中, $\mathbf{C} = [\mathbf{b}(\varphi_1) \otimes \mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{b}(\varphi_q) \otimes \mathbf{a}(\theta_q)]$ 为 $MN \times Q$ 维虚拟导向矩阵,符号 \otimes 为克罗内克运算; 函数 $vec(\cdot)$ 表示对矩阵进行行列化处理; $\boldsymbol{\beta}_k$ 为 $Q \times 1$ 维信道参数矩阵, $\tilde{\mathbf{Z}}_k = vec(\mathbf{Z}_k^T)$ 为叠加的噪声。根据式(11)可得相应的协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_Y = \mathbf{C}\boldsymbol{\beta}_k \boldsymbol{\beta}_k^H \mathbf{C}^H + \mathbf{W}_k \quad (12)$$

其中, $\mathbf{W}_k = E[\tilde{\mathbf{Z}}_k \tilde{\mathbf{Z}}_k^H]$ 。当 $\mathbf{W}_k = \sigma^2 \mathbf{I}_{MN}$ 时,对式(12)进行特征分解可得其噪声子空间 \mathbf{E}_n ,然后通过 MUSIC 算法获得相应的方位估计。而当 $\mathbf{W}_k \neq \sigma^2 \mathbf{I}_{MN}$ 时, \mathbf{W}_k 为未知参数,传统 MUSIC 算法性能严重下降。为避免性能下降,一般利用最大似然估计(Maximum Likelihood Estimation, MLE),即构造似然函数进行求解,对于 $\boldsymbol{\beta}_k$ 为确定的未知参数的情况,相应的似然函数如式(13)所示:

$$f(\Psi) = \prod_{k=1}^K \frac{1}{\det\{\pi W_k\}} \cdot \exp\{-(Y_k - C\beta_k)^H W_k^{-1} (Y_k - C\beta_k)\} \quad (13)$$

其中, $\Psi = \{\theta, \varphi, W_k, \beta_k\}$ 。

然而, 直接应用 MLE 方法会带来高维非线性优化问题, 极大地增加了处理的计算复杂度。基于 MLE 的交替投影算法(Alternating Projection, AP)降低了处理该问题的难度, 但仍需要一定的迭代计算。为此, 本文利用非迭代噪声子空间估计算法对 MIMO 雷达的 DOD 和 DOA 进行估计。

结合非迭代噪声子空间估计算法的原理, 假设目标是独立不相关的, 且目标数量少于收发天线数时, 根据虚拟导向矩阵 C 的定义可知:

$$\text{rank}(C) = MN - Q \quad (14)$$

其中, $\text{rank}(\cdot)$ 函数表示求矩阵的秩。则可知存在 $MN - Q$ 个正交向量 $\xi_i, i = 1, \dots, MN - Q$, 使得式(15)成立, 即:

$$C^H \cdot \xi_i = 0 \quad (15)$$

将向量 ξ_i 右乘以式(12), 可得:

$$R_Y \cdot \xi_i = C\beta_k \beta_k^H C^H \cdot \xi_i + W_k \cdot \xi_i = W_k \cdot \xi_i \quad (16)$$

从式(16)可以看出, 该式符合非迭代噪声子空间估计算法的形式。因此, 仅需要对协方差矩阵 R_Y 进行式(4)所示的分解, 再进行广义特征分解即可求解相应的噪声子空间基向量 ξ_i , 并由这些噪声子空间基向量构造出噪声子空间 E_n 。然后便可利用二维 MUSIC 算法获得二维角度谱峰估计, 即:

$$f(\theta, \varphi) = \frac{1}{C^H E_n E_n^H C} \quad (17)$$

综上所述, 非迭代噪声子空间估计算法省去了迭代计算, 因此计算复杂度有所降低。在后续的实验中, 本文统一将该算法表示为 NIS-based 2D-MUSIC 算法。

4 实验仿真与分析

假设 MIMO 雷达的收发天线阵列均为 ULA, 阵元间距为半个波长。阵元数 $M=N=8$, 其中 M 为发射天线数, N 为接收天线数。发射波形采用正交离散多频信号, 信号长度设置为 $L=1024$ 。设置位于远场的 3 个目标的离开角和到达角分别为 $DOD=60^\circ, 40^\circ, 20^\circ$ 。 $DOA=30^\circ, 40^\circ, 50^\circ$ 。

对于信噪比(Signal to Noise Ratio, SNR), 参考文献[15]给出的定义, 即:

$$\text{SNR} = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2}, \bar{\sigma}_n^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\sigma_n^2)^{-1} \quad (18)$$

其中, $n=1, 2, \dots, N$ 。

采用最坏噪声功率比(Worst Noise Power Ratio, WNPR)来体现噪声在功率上的动态变化范围, 其定义为接收阵元中噪声功率的最大值与最小值的比值, 即:

$$\text{WNPR} = \max(\sigma_n^2) / \min(\sigma_n^2) \quad (19)$$

其中, WNPR 的值越大, 说明噪声的非均匀性越大, 反之噪声的非均匀性越小。

实验 1 非均匀白噪声下 NIS-based 2D-MUSIC 算法与传统 2D-MUSIC 算法的角度估计结果对比。

信噪比 $\text{SNR}=10 \text{ dB}$, 快拍数为 100。为了说明两种算法各自的抗非均匀噪声性能, 首先设置 $\text{WNPR}=20$ 。即天线阵元的最大噪声功率为 $20\sigma_n^2$, 最小噪声功率为 σ_n^2 。本次实验的结果如图 1 和图 2 所示。

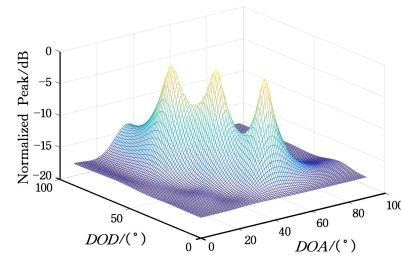


图 1 $\text{WNPR}=20$ 时标准 2D-MUSIC 算法的角度估计结果
Fig. 1 Angle estimation of standard 2D-MUSIC algorithm when $\text{WNPR}=20$

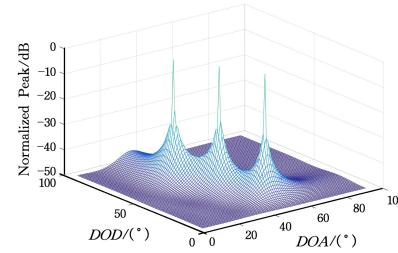


图 2 $\text{WNPR}=20$ 时 NIS-based 2D-MUSIC 算法的角度估计结果
Fig. 2 Angle estimation of NIS-based 2D-MUSIC algorithm when $\text{WNPR}=20$

图 1 和图 2 分别给出了在非均匀白噪声背景下标准 2D-MUSIC 算法和 NIS-based 2D-MUSIC 算法的角度估计结果。由图 1 可知, 尽管标准 2D-MUSIC 算法实现了对 3 个目标的估计, 但是其二维谱峰较宽。而图 2 中展示的 NIS-based 2D-MUSIC 算法也实现了对 3 个目标的估计, 但是二维谱峰较尖锐。这表明, NIS-based 2D-MUSIC 算法在非均匀噪声背景下, 具有较好的性能优势。

实验 2 非均匀白噪声条件下 NIS-based 2D-MUSIC 算法的 RMSE 分析。

本实验中, 设置信噪比 SNR 的变化范围为 $-15 \sim 20 \text{ dB}$ 。快拍数为 100。蒙特卡洛仿真次数为 500。仿真 NIS-based 2D-MUSIC 算法的根均方误差 RMSE 的性能, 即:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{PQ} \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q [(\hat{\theta}_{k,p} - \theta_q)^2 + (\hat{\varphi}_{k,p} - \varphi_q)^2]} \quad (20)$$

其中, P 表示蒙特卡洛仿真次数, Q 表示待估计的目标数, $\hat{\theta}_{k,p}$ 表示第 p 次蒙特卡洛仿真关于第 q 个目标的角度估计值, $\hat{\varphi}_{k,p}$ 表示第 q 个目标进行第 p 次仿真的估计值, θ_q 和 φ_q 为第 q 个目标的角度真实值。将本文算法与传统的 2D-MUSIC 算法及文献[16-17]所述的两种经典的非均匀噪声条件下的迭代算法进行对比。本次实验的结果分别如图 3 和图 4 所示。

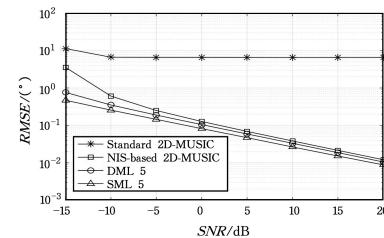


图 3 $\text{WNPR}=50, T_{\text{SML}}=T_{\text{DML}}=5$ 时不同信噪比下各算法的 RMSE 性能比较
Fig. 3 Comparison of the angle estimation RMSEs versus SNR when $\text{WNPR}=50$ and $T_{\text{SML}}=T_{\text{DML}}=5$

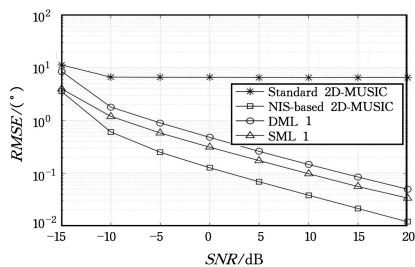


图 4 $WNPR=50$, $T_{SML}=T_{DML}=1$ 时不同信噪比下各算法的 RMSE 性能比较

Fig. 4 Comparison of the angle estimation RMSEs versus SNR when $WNPR=50$ and $T_{SML}=T_{DML}=1$

图 3 给出了 NIS-based 2D-MUSIC 算法与标准 2D-MUSIC 算法、SML 算法^[16]及 DML 算法^[17]的 RMSE 仿真结果。其中, SML 算法和 DML 算法各进行了 $T_{SML}=T_{DML}=5$ 次迭代处理。从图 3 可以看出, NIS-based 2D-MUSIC 算法的 RMSE 性能明显好于标准 2D-MUSIC 算法, 但不及 SML 算法和 DML 算法进行 5 次迭代处理的角度估计性能。而图 4 给出了当 SML 算法和 DML 算法的迭代次数为 $T_{SML}=T_{DML}=1$ 时的 RMSE 仿真结果。从图 4 可以看出, SML 算法和 DML 算法的 RMSE 性能急剧下降, 已低于 NIS-based 2D-MUSIC 算法的 RMSE 性能。

综合上述实验结果及分析, 在非均匀白噪声条件下, NIS-based 2D-MUSIC 算法相比传统 MUSIC 算法而言, 能较大幅度地提升估计性能; 与 ML 迭代类算法相比, 其并不需要进行迭代计算, 就能够对目标的 DODs 和 DOAs 实现较好的估计。因此, 该算法的计算复杂度相对较小, 较适合用于实时处理的应用场景。

结束语 针对非均匀白噪声条件下的 MIMO 雷达角度估计, 本文首先介绍了非迭代噪声子空间估计算法的一维角度估计原理; 然后, 从理论上研究和分析了该算法扩展至 MIMO 雷达二维角度估计算法的可行性; 最后, 基于该算法给出了 MIMO 雷达二维角度估计算法, 并做了仿真对比分析。结果表明, 本文算法较好地降低了非均匀噪声对接收信号的影响, 相比传统的 2D-MUSIC 算法, 其能够获得更好的二维角度估计性能, 为非均匀白噪声条件下的 MIMO 雷达二维角度估计提供了一定的理论和实验参考。本文的局限在于仅研究和分析了非均匀白噪声条件下的 MIMO 雷达角度估计问题, 结合其他非理想条件如阵列误差、干扰等对该问题进行研究是下一步的研究方向。

参 考 文 献

- [1] LI J, STOICA P. MIMO radar with colocated antennas[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007, 24(5): 106-114.
- [2] TANG B, TANG J, ZHANG Y, et al. Maximum likelihood estimation of DOD and DOA for bistatic MIMO radar[J]. Signal Processing, 2013, 93(5): 1349-1357.
- [3] KAZEMI A, AMIRI R, BEHNIA F. An Approximate ML Estimator for Moving Target Localization in Distributed MIMO Radars[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2020, 7: 1595-1599.
- [4] LIN Y, LEE T. max-MUSIC: A Low-complexity High-resolution Direction-Finding Method for Sparse MIMO Radars[J].

IEEE Sensors Journal, 2020, 20(24): 14914-14923.

- [5] ZHANG Q, ZHENG G M, LI X C, et al. Joint DOD and DOA estimation for bistatic MIMO radar with arbitrary array using semi-real-valued MUSIC[J]. Systems Engineering and Electronics, 2016, 38(3): 532-538.
- [6] WANG Y F, ZHANG L X, SONG Z X. Angle Estimation of Weak Scatterers Using Improved MUSIC for Bistatic MIMO Radar[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2020, 27: 2164-2167.
- [7] ZHAO Y, QIN S, SHI Y R, et al. Direction of Arrival Estimation by Matching Pursuit Algorithm with Subspace Information [J]. IEEE Access, 2021, 9: 16937-16946.
- [8] LI J, JIANG D, ZHANG X. DOA Estimation Based on Combined Unitary ESPRIT for Coprime MIMO Radar[J]. IEEE Communications Letters, 2017, 21(1): 96-99.
- [9] SHU T, LI L, HE J. Near-Field Localization for Non-circular Sources in the Presence of Sensor Phase Uncertainties[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2021, 10(3): 562-566.
- [10] CHEN J L, ZHENG Y, LI J Q, et al. MIMO Radar DOA Estimation for Multiple Snapshots Based on Iterative Proximal Projection[J]. Radar Science and Technology, 2020, 18(1): 56-62.
- [11] ZHAO X, GUO C J, PENG W C. Fast 3D Parameters Estimation of Targets in Bistatic MIMO Radar Based on Sparse Signal Reconstruction[J]. IEEE Access, 2018, 6: 46206-46212.
- [12] GONG L S. Research on angle estimation of MIMO radar for Non-ideal Conditions[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2019.
- [13] WU C X, ZHANG M, WANG K R. Under determined direction of arrival estimation with nonuniform noise[J]. Systems Engineering and Electronics, 2018, 40(3): 498-503.
- [14] WANG H Y, FANG Y F, ZHU S Q. DOA estimation method considering mutual coupling effect in presence of non-uniform noise[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2019, 49(5): 1706-1714.
- [15] ESFANDIARI M, VOROBIOV S A, ALIBANI S, et al. Non-Iterative Subspace-Based DOA Estimation in the Presence of Nonuniform Noise[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2019, 26(6): 848-852.
- [16] CHEN C E, LORENZELLI F, HUDSON R E, et al. Stochastic Maximum-Likelihood DOA Estimation in the Presence of Unknown Nonuniform Noise[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(7): 3038-3044.
- [17] PESAVENTO M, GERSHMAN A B. Maximum-likelihood direction-of-arrival estimation in the presence of unknown nonuniform noise[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 49(7): 1310-1324.



TANG Chao-chen, born in 1981, lecturer, Ph. D candidate. His main research interests include targets detection and parameter estimation techniques.