



计算机科学

COMPUTER SCIENCE

利用粒子滤波方法求解数据包络分析问题

黄国兴, 杨泽铭, 卢为党, 彭宏, 王静文

引用本文

黄国兴, 杨泽铭, 卢为党, 彭宏, 王静文. [利用粒子滤波方法求解数据包络分析问题](#)[J]. 计算机科学, 2022, 49(6A): 159-164.

HUANG Guo-xing, YANG Ze-ming, LU Wei-dang, PENG Hong, WANG Jing-wen. [Solve Data Envelopment Analysis Problems with Particle Filter](#)[J]. Computer Science, 2022, 49(6A): 159-164.

相似文章推荐 (请使用火狐或 IE 浏览器查看文章)

Similar articles recommended (Please use Firefox or IE to view the article)

[基于无边粒子滤波的 WiFi-PDR 融合室内定位技术](#)

WiFi-PDR Fusion Indoor Positioning Technology Based on Unscented Particle Filter

计算机科学, 2022, 49(6A): 606-611. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.210700108>

[多无人机使能移动边缘计算系统中的计算卸载与部署优化](#)

Computation Offloading and Deployment Optimization in Multi-UAV-Enabled Mobile Edge Computing Systems

计算机科学, 2022, 49(6A): 619-627. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.210600165>

[基于灰狼优化算法的信用评估样本均衡化与特征选择同步处理](#)

Application of Gray Wolf Optimization Algorithm on Synchronous Processing of Sample Equalization and Feature Selection in Credit Evaluation

计算机科学, 2022, 49(4): 134-139. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.210300075>

[基于自适应资源分配池的竞争合作群协同优化算法](#)

Competitive-Cooperative Coevolution for Large Scale Optimization with Computation Resource Allocation Pool

计算机科学, 2022, 49(2): 182-190. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.201200012>

[基于模糊神经网络的运动目标智能分配定位算法](#)

Intelligent Assignment and Positioning Algorithm of Moving Target Based on Fuzzy Neural Network

计算机科学, 2021, 48(8): 246-252. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.200600050>

利用粒子滤波方法求解数据包络分析问题

黄国兴¹ 杨泽铭¹ 卢为党¹ 彭宏¹ 王静文²

1 浙江工业大学信息工程学院 杭州 310023

2 中国计量大学信息工程学院 杭州 310018

(hgx05745@zjut.edu.cn)

摘要 数据包络分析法是一种对多投入/多产出的决策单元的生产效率进行评价的方法。数据包络分析方法被广泛应用于各个领域的效率分析问题,然而目前用于求解数据包络分析问题的方法主要是利用一些专业化的软件进行求解,整体过程专业化要求程度高。为了能够方便地求解数据包络分析问题,利用优化的思想求解数据包络分析问题。针对数据包络分析问题的优化求解,提出了一种基于粒子滤波的优化方法。系统地介绍了粒子滤波方法的基本原理,然后将优化问题转化粒子滤波的状态估计问题,从而利用粒子滤波的基本原理求解数据包络分析的优化问题,以得到一个全局最优解。最后,通过仿真实例验证了所提方法的有效性。实验结果表明,基于粒子滤波的优化方法能够准确、有效地解决数据包络分析的问题。

关键词: 粒子滤波;数据包络分析;线性规划;优化问题;优化算法;滤波问题

中图分类号 TP391

Solve Data Envelopment Analysis Problems with Particle Filter

HUANG Guo-xing¹, YANG Ze-ming¹, LU Wei-dang¹, PENG Hong¹ and WANG Jing-wen²

1 College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China

2 College of Information Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China

Abstract Data envelopment analysis is a method to evaluate the production efficiency of multi-input&multi-output decision making units. The data envelopment analysis method is widely used to solve efficiency analysis problems in various fields. However, the current methods for solving data envelopment analysis problems mainly use some specialized software to solve the problem, and the entire process requires a high specialization. In order to solve the data envelopment analysis problem conveniently, the optimization philosophy is used to solve the data envelopment analysis problem. In this paper, an optimization method based on particle filter is proposed for solving the data envelopment analysis problem. Firstly, the basic principles of the particle filter method are systematically interpreted. Then the optimization problem of the data envelopment analysis is transformed into the minimum variance estimate problem of particle filter. Therefore, the basic principles of particle filter can be used to solve the optimization problem of data envelopment analysis to obtain a global optimal solution. Finally, several simulation examples are conducted to verify the effectiveness of the proposed method. The simulation results show that the optimization method based on particle filter can accurately and effectively solve the problem of data envelopment analysis.

Keywords Particle filter, Data envelopment analysis, Linear programming, Optimization problems, Optimization algorithm, Filtering problem

1 引言

数据包络分析(Data Envelopment Analysis, DEA)是一种利用客观数据进行多属性决策的方法,是管理学和运筹学的交叉研究领域,并被广泛应用于其他领域的效率分析。数据包络分析方法由著名的运筹学家 Charnes, Cooper 及 Rhodes 首先提出来,主要用于评价具有可比性的决策单元间的相对有效性^[1]。为了衡量多投入多产出的生产系统中各个决策单元的生产力,需要对每个决策单元的生产效率进行客观有效的比较。数据包络分析方法无需对各个决策单元的投入与产出的数据单位进行量纲处理,也不需要进行权重设定,具有非参数化的特性。数据包络分析方法充分考虑了对于决策单元本身最优的投入产出方案,能够更合理地反映评价

对象自身的信息和特点,同时对于评价复杂系统的多投入多产出分析具有独到之处^[2]。目前,数据包络分析已经广泛应用于公共事业、银行、服务业、交通和项目评价等领域的有效性分析问题^[3-6]。

数据包络分析的数学模型是一个线性模型,求解数据包络分析问题是一个线性规划问题,也是一个在多约束条件下的优化问题。目前,线性规划方法^[7-9]是求解数据包络分析问题的主流方法。通过将待优化的 DEA 模型整理成标准的线性规划问题,然后利用一些线性规划软件和工具包进行求解,如 DEAP2.1, Lingo, QSB, SAS, cplex 和 lp-solver 等。但是这些软件专业化程度高,整体流程较为复杂,对于非专业人员而言有一定的操作难度。此外,Excel 软件也可以用于求解数据包络分析问题,但是求解过程同样非常繁琐,需要逐个设定

投入量和产出的约束条件,工作量大,不适合处理较为复杂的数据包络分析问题。

由于数据包络分析问题本质上也是一个多约束优化问题,因此可以根据优化的思想求解。启发式算法,如粒子群优化算法^[10-11]、遗传算法^[12-13]、模拟退火算法^[14-15]等优化算法,是目前应用非常广泛的优化方法。这些启发式算法具有简单有效且易于理解的特点,被广泛用于解决各种优化问题。但是,这些典型的优化算法缺乏严格的数学理论基础,求解优化问题的效果取决于参数的合理有效设置。面对不同的优化问题,需要设置不同取值的参数,而参数的设置则依赖于使用者的经验,因此不能广泛适用于解决各种优化问题。

为此,本文提出了一种非参数化的优化方法,为求解数据包络分析问题提供另外一种有效的思路。本文基于粒子滤波的基本原理提出了一种优化方法,用于求解典型数据包络分析问题。通过分析 DEA 问题的数学模型,建立了待优化的目标函数。粒子滤波是一种针对滤波问题的状态估计方法^[16-17],无法直接用于优化问题的求解。因此,本文将数据包络分析优化问题的优化过程中最优解的变化视为一个动态时变系统,将优化问题转化为动态时变系统的最佳状态估计问题,从而可以利用粒子滤波的基本原理来求解数据包络分析优化问题。

2 数据包络分析的数学模型

数据包络分析方法的一般模型是 C²R 模型,该模型旨在对经济系统或生产过程中的多个决策单元(Decision Making Units, DMU)进行相对有效的分析。每个决策单元通过“投入一定数量的生产要素,并产出一定数量的产品”的生产方式进行生产,包含有多种输入量和多种产出量。数据包络分析方法的 C²R 模型可以表示为:

$$\begin{aligned} & \min E \\ & \text{s. t.} \begin{cases} \sum_{j=1}^N \omega_j x_{ij} \leq E x_{j_0}, & i=1, 2, \dots, m \\ \sum_{j=1}^N \omega_j y_{rj} \leq y_{j_0}, & r=1, 2, \dots, s \\ E, \omega_j \geq 0, & j=1, 2, \dots, N \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

其中, x_{ij} 是第 j 个决策单元 DMU 的第 i 个输入的投入量; y_{rj} 是第 j 个 DMU 的第 r 个输出的产出量。 N 是 DMU 的数目, m 是 DMU 的输入种类, s 是 DMU 的输出种类。 x_{j_0} 是第 j_0 个 DMU 的投入量; y_{j_0} 是第 j_0 个 DMU 的产出量。 E 表示 DMU 投入缩小比率, ω_j 表示 DMU 的权值系数。

C²R 模型是一个线性规划模型,用于评价 DMU 的规模和技术的有效性。当需要研究各个决策单元之间的技术有效性时,需要对 C²R 模型加入约束条件 $\sum_{j=1}^N \omega_j = 1$, 得到改进模型——C²G²S 模型:

$$\begin{aligned} & \min E \\ & \text{s. t.} \begin{cases} \sum_{j=1}^N \omega_j x_{ij} \leq E x_{j_0}, & i=1, 2, \dots, m \\ \sum_{j=1}^N \omega_j y_{rj} \leq y_{j_0}, & r=1, 2, \dots, s \\ \sum_{j=1}^N \omega_j = 1 \\ E, \omega_j \geq 0, & j=1, 2, \dots, N \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

DEA 问题的 C²R 模型和 C²G²S 模型是一个多约束优化问题,求解 DEA 问题就是在一系列的约束条件下找到一个最小的投入缩小比率 E , 即求解待优化目标函数的全局最优解。对于多约束优化问题的求解,粒子群优化算法、遗传算法、模拟退火算法都是一些简单而有效的优化算法,可以用来求解优化问题的最优解。但是,这些优化算法难以处理高维复杂优化问题。随着优化变量维数的增加,有可能会发生优化失败。此外,这些算法非常依赖于参数的设置,而参数设置则依赖于经验,导致这些算法在求解不同优化问题时存在较大的不稳定性。因此,本文提出了一种基于粒子滤波的优化算法,以提高求解优化问题的寻优精度以及优化的稳定性。

3 粒子滤波算法求解数据包络分析问题

粒子滤波算法是一种用于解决非线性、非高斯系统滤波问题的方法,是一种最优状态估计方法,目前在目标跟踪^[18-19]、定位导航^[20-21]和计算机视觉^[22-23]等领域的数据分析等方面取得成功应用。本文将通过应用粒子滤波的基本原理来求解数据包络分析问题。

3.1 粒子滤波的基本原理

粒子滤波方法通过寻找一组状态解空间的随机样本,根据随机样本对其概率密度函数进行近似估计,并以样本均值代替积分运算,从而获得系统状态的最小方差估计。粒子滤波是一种蒙特卡洛方法,具有非参数化的特性,算法的性能不依赖于细致的参数设置,对求解问题具有广泛的适用性。

对于一个动态时变系统,假设该系统的状态更新函数和测量函数可以表示为:

$$x_k = f_k(x_{k-1}, n_k) \quad (3)$$

$$z_k = h_k(x_k, n_k) \quad (4)$$

其中,状态更新函数 f_k 是系统状态 x_{k-1} 的非线性函数,测量函数 h_k 是系统状态 x_k 的非线性函数, n_k 是平稳噪声, k 是迭代次数。系统的最优状态估计,即通过含有噪声的测量值 z_k 对系统状态做出最小方差估计。粒子滤波的流程图如图 1 所示。粒子滤波的核心思想是对系统第 k 时刻的状态 x_k 的概率密度函数 $p(x_k | z_k)$ 进行采样,得到一组状态空间的随机样本粒子,通过测量函数 h_k 和状态更新函数 f_k 更新每个粒子的权重。以带权重的样本粒子的均值运算代替积分运算,估计出系统状态在下一时刻 $k+1$ 的概率密度函数。利用系统状态解空间的粒子迭代地对系统的状态进行更新,最终能够得到系统状态的最小方差估计。

对于一个动态时变系统,系统下一个时刻的状态可以根据上一时刻的样本来估计,其概率密度函数为:

$$p(x_k | z_{k-1}) = \int p(x_k | x_{k-1}) p(x_{k-1} | z_{k-1}) dx_{k-1} \quad (5)$$

根据预测以及第 k 个时刻的测量值,可以得到第 k 个时刻系统状态的概率密度函数:

$$p(x_k | z_k) = \frac{p(z_k | x_k) p(x_k | z_{k-1})}{p(z_k | z_{k-1})} \quad (6)$$

其中,状态转移概率密度函数 $p(x_k | x_{k-1})$ 可以根据状态更新函数 f_k 得到,系统测量模型的概率密度函数 $p(z_k | x_k)$ 可以根据系统的测量函数 h_k 得到。假设系统的初始状态的概率密度函数 $p(x_0)$ 根据先验知识是已知的,那么系统下一个时刻的状态便可以根据当前时刻的样本估计出来。根据贝叶斯

理论,可以得到估计的状态为:

$$\hat{x} = \int x_k p(x_k | z_k) dx_k \quad (7)$$

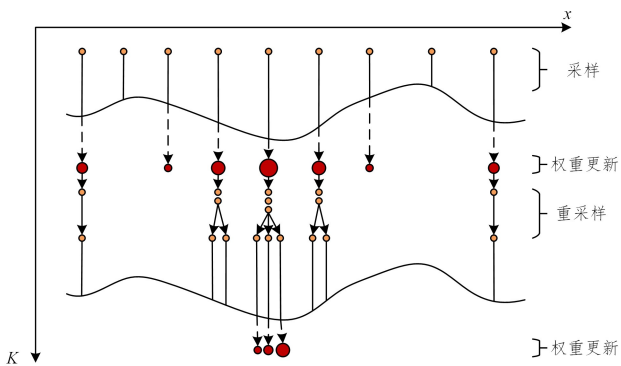


图1 粒子滤波的示意图
Fig.1 Sketch of particle filter

为了突破积分运算对求解式(7)的限制,粒子滤波根据蒙特卡洛方法,利用足够多的带权重的采样粒子来近似代替系统状态的后验概率密度函数 $p(x_k | z_k)$,即:

$$\hat{p}(x_k | z_k) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^M \delta(x_k - x_k^m) = \sum_{m=1}^M \omega_k^m \delta(x_k - x_k^m) \quad (8)$$

其中, $\delta(x)$ 是狄拉克函数, ω_k^m 是采样粒子 x_k^m 的权重, M 是采样的粒子数目。而且,权重 ω_k^m 满足以下条件:

$$\begin{cases} \omega_0^m = \frac{1}{M} \\ \omega_k^m = \omega_{k-1}^m \frac{p(z_k | x_k^m) p(x_k^m | x_{k-1}^m)}{p(x_k^m | x_{k-1}^m, z_k)} \end{cases} \quad (9)$$

因此,系统状态的最小方差估计可以近似为:

$$\hat{x}_k = \int x_k p(x_k | z_k) dx_k = \sum_{m=1}^M \omega_k^m x_k^m \quad (10)$$

当系统的状态更新函数、测量函数和系统的初始状态已知时,系统的最小方差估计可以根据粒子滤波得到。

3.2 粒子滤波求解优化问题

粒子滤波是一种用于估计系统最优状态的方法,无法直接用于优化问题的求解。本文将数据包络优化问题的最优解的寻找过程转化为粒子滤波的系统状态估计问题,从而可以利用粒子滤波的基本原理来求解优化问题。

对于一个优化问题,其最优解的迭代求解过程可以被视为一个动态时变系统;迭代次数可以视为离散时间,每次迭代过程中的最优解视为系统的状态,每次迭代得到的最优解的变化过程可以被视为系统的状态更新,优化问题的目标函数可以被视为系统的测量函数。因此,在获得足够的采样粒子的情况下,系统的最小方差估计即优化问题的最优解即可根据粒子滤波的方法迭代搜索得到。因此,该动态时变系统的状态必须随着迭代的过程不断地向待优化问题的最优解方向的邻域移动,以使得在迭代结束之后,系统状态收敛于目标函数的全局最优解。

数据包络问题的求解是一个多约束优化问题,我们将该优化问题的寻优过程视为一个动态时变系统,并运用基于粒子滤波的优化方法求解出一个全局最优解。对于这样一个动态时变系统,系统的状态更新函数为:

$$x_k = g_k(x_{k-1}) \quad (11)$$

系统的测量函数为:

$$y_k = fitness(x) = \min E$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \sum_{j=1}^N \omega_j x_{ij} \leq E x_{j_0}, & i=1,2,\dots,m \\ \sum_{j=1}^N \omega_j y_{rj} \leq y_{r_0}, & r=1,2,\dots,s \\ \sum_{j=1}^N \omega_j = 1 \\ E, \omega_j \geq 0, & j=1,2,\dots,N \end{cases} \quad (12)$$

其中, $fitness(x)$ 是待优化的目标函数,且受到多个约束条件的限制。可以看出,系统的测量函数就是待优化的数据包络分析问题的目标函数,是一个多约束优化问题,待优化的变量是每个决策单元的权重 $\{\omega_j\}$, $j=1,2,\dots,N$ 。在优化的过程中,系统状态 x_k 的初始值将从待优化的变量集合中随机生成,并且粒子也是在待优化的变量集合的定义域范围内进行随机采样产生。 E 是目标函数的适应度值。优化的目的是找到最小化的适应度值及其对应的粒子,即全局最优解。

优化问题的解在迭代过程中向最优解变化的过程被视为一个非线性的动态时变系统,系统的状态 x_k 就是优化问题的解。在迭代更新系统的状态 x_k 的过程中,以 x_k 为中心进行随机采样,得到大量的粒子。根据式(10),系统的状态 x_k 将会根据采样粒子及其对应权重进行更新。粒子的适应度值与系统的观测值的差值越小,粒子的权重越大。同时,通过计算这些粒子的适应度值,可以得到当前时刻优化问题的一个最优解。当迭代结束之后,估计得到的系统的状态 x_k 位于优化问题的全局最优解的邻域附近。

系统状态更新函数是一个非线性函数,用于更新系统的状态,使系统状态向待优化的目标函数的最优解的邻域移动。系统状态更新函数是系统状态 x_k 的概率密度函数,用于估计系统的状态。但是,根据式(10),系统的状态 x_k 可以通过状态解空间内的大量粒子及其权重近似得到。在求解优化问题的过程中,并不需要得到系统状态更新函数,即不需要知道系统状态的概率密度函数。粒子滤波是一种蒙特卡洛方法,利用大量的粒子及其权重的线性组合估计系统的状态 x_k 。

本文基于粒子滤波的基本思想求解数据包络分析的优化问题,以得到一个全局最优解。粒子滤波算法求解优化问题的流程图如图2所示。

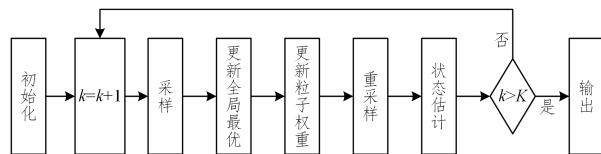


图2 利用粒子滤波算法求解数据包络分析问题的流程图
Fig.2 Flow chart of solving data envelopment analysis problem using particle filter algorithm

步骤1 初始化。随机生成初始状态粒子 x_0 ,每次迭代采样的粒子总数为 M ,迭代的总次数为 K 。

步骤2 迭代优化。迭代次数 $k=1:K$ 。

步骤3 采样。对于第 m 个粒子,其采样满足 $x_k^m \sim p(x_k^m | x_{k-1}^m, y_k)$ 。在本文当中,使用均匀分布 $U(x_k^m - c_k, x_k^m + c_k)$ 代替 $p(x_k^m | x_{k-1}^m, y_k)$,即在系统测量函数式(12)的定义域范围内随机采样 M 个粒子。 c_k 是一个随着迭代过程的进行,逐渐缩小的参数。随着迭代的进行而不断地缩小采样区间,

以使系统的状态粒子最终收敛于目标函数的全局最优解。

步骤4 更新全局最优解。首先,根据测量函数式(12)计算当前迭代次数下每个粒子的测量值 y_k^m ;之后,找到并保存测量值的最小值 y_k^{\min} 及其对应的粒子 x_k^{opt} :

$$y_k^{\min} = \min(\{y_k^m\}_{m=1}^M) \quad (13)$$

$$x_k^{\text{opt}} = \operatorname{argmin}(\{y_k^m\}_{m=1}^M) \quad (14)$$

步骤5 更新粒子权重。将粒子 x_k^m 代入系统测量函数式(12),若不满足式(12)中的约束条件,直接将粒子的权重置为0。若粒子满足式(12)中的约束条件,则将该粒子的测量值 y_k^m 与状态粒子的测量值 y_{k-1} 进行比较;若粒子的测量值 y_k^m 大于状态粒子的测量值 y_{k-1} ,则该粒子的权重设置为0;若粒子的测量值 y_k^m 小于或等于状态粒子 x_{k-1} 的测量值 y_{k-1} ,则该粒子的权重由 y_k^m 与 y_{k-1} 的距离决定。具体的实现方法是将粒子的权重 y_k^m 视为服从正态分布 $N(y_{k-1}, \sigma^2)$,其中 σ^2 是样本的方差,则每个粒子的权重经过更新后可以由下列式子得到:

$$q_k^m = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y_k^m - y_{k-1})^2}{2\sigma^2}\right) \quad (15)$$

$$\omega_k^m = \begin{cases} 0, & y_k^m > y_{k-1} \\ 1/q_k^m, & y_k^m \leq y_{k-1} \end{cases} \quad (16)$$

由式(15)和式(16)可以看出,粒子的测量值越接近状态粒子的测量值(最优解),粒子的权重越大。之后,对粒子的权重进行归一化处理:

$$\omega_k^m = \frac{\omega_k^m}{\sum_{m=1}^M \omega_k^m} \quad (17)$$

步骤6 重采样。随着迭代的进行,有效粒子可能会出现大规模减少的现象,从而导致优化算法过早收敛于某一极值点。为了避免这种现象,当有效粒子的数目 N_{eff} 小于一个阈值 $N_{\text{th}} = 2M/3$ 时,必须启动重采样操作。有效粒子的数目可以通过以下式子计算:

$$N_{\text{eff}} = \frac{1}{\sum_{m=1}^M (\omega_k^m)^2} \quad (18)$$

当 $N_{\text{eff}} < N_{\text{th}}$ 时,启动重采样操作,本文采用独立重采样^[24-25]的方式进行重采样。经过重采样之后,权重较小的粒子会减少,而权重较大的粒子则会保留。

步骤7 系统状态估计。对粒子的权重进行更新之后,根据式(10)可以估计出系统在第 k 个时刻的状态:

$$x_k = \sum_{m=1}^M \omega_k^m x_k^m \quad (19)$$

步骤8 判断。如果 $k < K$,则返回步骤2迭代优化;如果 $k > K$,停止迭代。

步骤9 迭代结束之后,输出最优值 y_{opt} 及最优解 x_{opt} :

$$\begin{cases} x_{\text{opt}} = x_K^{\text{opt}} \\ y_{\text{opt}} = y_K^{\text{opt}} \end{cases} \quad (20)$$

本文将数据包络分析的优化问题转化为粒子滤波的状态估计问题,然后基于粒子滤波的基本原理对数据包络分析问题进行迭代优化求解,当迭代优化完成之后,能够得到一个全局最优解。

4 仿真实验

为了验证本文提出的基于粒子滤波的优化方法求解数据

包络分析问题的有效性,本文将进行几个仿真实验来。本文所提的优化方法的输入包括待优化的目标函数 $\text{fitness}(\cdot)$ 、采样的粒子数 M 和迭代优化的最大次数 K 。

为了客观地体现出本文所提方法的有效性,本文将所提优化方法求解数据包络分析问题的结果与文献[7-8]和文献[26]中利用 DEAP2.1 等线性规划软件得到的结果进行对比。

实验1 为了验证本文所提方法求解数据包络分析问题的可行性和有效性,本次实验以文献[7-8]中的实验数据作为待求解的数据包络分析问题,然后通过本文所提方法进行求解,并与文献[7-8]中所用的线性规划方法求解的结果进行对比。表1列出了8个实验室的投入与产出的数据。参考文献[7-8]中的设定,将“人数”和“资金投入”这两项指标作为投入量,“委托检验投入”作为产出量。在文献[7-8]中,8个实验室的相对效率值 E 通过 DEAP2.1 和 MATLAB 软件的求解线性规划方法进行求解。本文采用基于粒子滤波的优化方法求解。

表1 实验室的投入与产出数据

Table 1 Input and output data of 8 laboratories

DMU	人力财力		
	人数/个	资金投入/ 万元	委托检验收入/ 万元
1	27	1570	430
2	119	5248	1945
3	40	580	361
4	81	4232	290
5	31	3161	177.97
6	18	381	51
7	60	180	40.8963
8	69	2052	1788.23

本文将数据包络分析的 C^2G^2S 模型用于8个实验室进行评价的模型,得到每个 DMU 的待优化的目标函数,并将其作为基于粒子滤波的优化方法的测量函数。通过在目标函数的最优解的解空间随机采样粒子,然后以迭代的方式更新目标函数的最优解及其对应的最优值,并且更新每个采样粒子的权重,估计出系统状态(最优解)在当前时刻的位置。随着迭代优化的进行,系统状态不断地向目标函数全局最优解邻域方向移动,最终收敛于全局最优解,即得到目标函数的全局最优解,从而完成对目标函数的优化。

式(12)是一个多约束优化问题,待优化的变量是每个实验室对应的权值 ω_j 。本文利用基于粒子滤波的优化算法求解这个优化问题,并得到相应的最优解。实验结果如表2所列。从表2可以看出,本文所提方法得到的优化结果与利用线性规划方法得到的结果非常相近,绝对值误差很小,体现出了本文所提方法具有很高的寻优精度。表2的实验结果表明了本文所提方法求解数据包络分析问题的可行性和有效性。

表2 各个实验室的相对效率值

Table 2 Relative efficiency value of each laboratory

DMU	相对效率 E		
	线性规划方法	本文方法	绝对值误差
1	1	1	0
2	1	1	0
3	1	1	0
4	0.2922896511287	0.2924429126389	1.5326×10^{-4}
5	0.677907055919	0.677942152975	3.5097×10^{-5}
6	1	1	0
7	1	1	0
8	1	1	0

实验2 为了进一步验证本文所提方法的有效性,本次实验将考虑求解一个更加复杂的数据包络分析问题。以文献[26]中的快餐连锁店效率分析问题作为待求解的数据包络分析问题,分别使用文献[26]中的线性规划方法和本文所提的基于粒子滤波的优化方法进行求解。10家快餐连锁店的投入产出的数据量如表3所列。

表3 10家快餐连锁店的投入与产出数据

Table 3 Input and output data of 10 fast food chains

DMU	投入产出				
	工作小时/ 万小时	生产成本/ 千万元	顾客 满意度%	净利润/ 百万元	增长率/%
1	13	6.75	93	10	7.9
2	20	9.07	90	14	8.4
3	22	8.69	95	12	7.6
4	16	6.31	92	10	8.0
5	16	7.34	93	6	8.5
6	9	4.43	91	4	10.0
7	24	7.28	85	10	9.0
8	17	3.23	90	6	9.2
9	15	7.42	96	15	6.7
10	21	6.35	89	10	8.7

表4 10家快餐连锁店的相对效率值

Table 4 Relative efficiency value of 10 fast food chains

DMU	相对效率 E		
	线性规划方法	本文方法	绝对值误差
1	0.944055944055944	0.944056671874416	$7.278184720460601 \times 10^{-7}$
2	1	1	0
3	0.999999999999983	1	$1.110223024625157 \times 10^{-16}$
4	0.885026193988098	0.885028587245093	$2.393256994692727 \times 10^{-6}$
5	0.759745982374287	0.759747984319821	$2.001945533569582 \times 10^{-6}$
6	1	1	0
7	0.966575091575091	1	0.033424908424909
8	1	1	0
9	1	1	0
10	0.945078740157481	0.945084102445531	$5.362288050259068 \times 10^{-6}$

实验3 为了进一步验证本文所提方法的有效性,本次实验将考虑求解一个更加复杂的数据包络分析问题。利用文献[27]中10个港口的数据指标来计算每个港口的相对效率值。文献[27]中的10个港口分别为大连港、天津港、青岛港、上海港、宁波港、厦门港、广州港、深圳港、连云港、营口港。输入评价指标包括港口的航道水深、港口年通过能力、口岸对外贸易额。输出评价指标包括集装箱吞吐量和装卸效率。这10个港口的评价指标如表5所列。为了计算每个港口的相对效率值,分别使用 MATLAB 2016b 的线性规划方法和本文提出的基于粒子滤波的优化方法进行求解。将 C²G²S 模型用于对这10个港口的输入输出指标进行建模,以衡量其相对效率。

表5 10个港口的输入与输出指标

Table 5 Input and output indicators of ten ports

DMU	输入指标			输出指标	
	航道 水深/m	港口年 通过能力/ 亿吨	口岸对 外贸贸易额/ (亿\$)	集装箱 吞吐量/ (万 TEU)	装卸效率/ (TEU/h)
1	14.0	0.661	520.30	265.50	291.00
2	15.5	1.014	1207.20	480.10	381.00
3	18.0	1.060	963.10	630.70	423.78
4	15.5	1.366	2564.00	1808.40	520.36
5	18.2	1.027	715.30	520.80	409.53
6	15.5	0.512	582.74	334.23	186.60
7	15.0	1.090	1004.80	458.30	320.02
8	16.0	1.214	1800.30	1619.70	267.50
9	15.5	0.324	212.14	101.20	155.70
10	13.0	0.311	186.45	111.30	291.00

由表3可知,“工作时间”和“生产成本”作为投入量,“顾客满意度”“净利润”和“增长率”作为产出量。通过线性规划方法和本文的基于粒子滤波的优化方法来求解10家快餐连锁店的数据包络分析问题,以计算出每个连锁店的相对效率。

相较于上一个实验,本次实验求解的数据包络分析问题具有更多的投入产出量,决策单元的数目也更多。本文将数据包络分析的 C²G²S 模型用于对10家快餐连锁店进行评价的模型,作为待优化的目标函数,并将其作为本文所提出的优化方法的测量函数。通过对每个连锁店进行建模,得到相应的待优化的目标函数。待优化的目标函数作为基于粒子滤波的优化方法的测量函数。通过线性规划方法和本文所提方法,对每个连锁店的 C²G²S 模型进行优化,得到的优化结果如表4所列。尽管待优化的目标函数的变量维数增大,约束条件增多,但是本文所提方法依然能够搜索出待优化的目标函数的最优解。从表4可以观察到,本文所提方法的优化结果与通过线性规划方法所得到的结果非常相近,绝对值误差很低。实验结果再次验证了本文所提的基于粒子滤波的优化方法求解数据包络分析问题的有效性,并且其具有很高的寻优精度。

表6记录了每个港口对应的相对效率值 E。从表6可以观察到,本文所提的基于粒子滤波的优化方法求解得到的相对效率值与线性规划方法得到的相对效率值非常接近,两者的绝对值误差很小,这体现出了本文所提方法求解数据包络分析问题的有效性。通过将10个港口的输入输出指标建模为 C²G²S 模型,建立了一个待优化的多约束目标函数。本文所提的基于粒子滤波的优化方法将优化问题转化为粒子滤波的状态估计问题,以待优化的目标函数的最优解作为系统的状态,通过估计系统状态得到优化问题的解,从而得到了每个港口的相对效率值。

表6 10个港口的相对效率值

Table 6 Relative efficiency value of ten ports

DMU	相对效率 E		
	线性规划方法	本文方法	绝对值误差
1	0.9536	0.9557	0.0021
2	0.9080	0.9095	0.0015
3	0.8696	0.8715	0.0019
4	1.0000	1.0000	0
5	0.8337	0.8368	0.0031
6	0.9509	0.9518	0.0009
7	0.9240	0.9271	0.0031
8	1.0000	1.0000	0
9	0.9951	1.0000	0.0049
10	1.0000	1.0000	0

结束语 数据包络分析是运筹学中对多决策属性单元

进行效益评价的有效方法,被广泛应用于社会生产的各个领域。然而,现有的求解数据包络分析问题的手段较为复杂繁琐,专业性要求较高,对非专业人员并不友好。为了便于求解数据包络分析问题,丰富求解的手段和方法,本文提出了一种基于粒子滤波的优化方法。本文将数据包络分析的优化问题转化为粒子滤波的状态估计问题,应用粒子滤波的基本原理求解优化问题,从而得到一个最优解。仿真实验证明了本文所提方法求解数据包络分析问题的有效性。

参 考 文 献

- [1] YANG G L, LIU W B, ZHENG H J. Overview of Data Envelopment Analysis (DEA) [J]. China Journal of Information systems, 2013, 28(6): 840-860.
- [2] WANG Y. Study on the impact of stock issuance system to IPO pricing efficiency [D]. Shenyang: Northeastern University, 2010.
- [3] DUAN Y R, JING Y F, LI G P. Chinese Commercial Bank Efficiency Evaluation Based on Two-stage DEA [J]. Operations Research and Management Science, 2019, 28(2): 118-125.
- [4] XU J J, WANG L N, JIN C L. Research and Review of Analysis on Economic Operation of Hospitals [J]. Chinese Health Service Management, 2018, 35(12): 894-896, 899.
- [5] GENG H, SHI E P, WANG L Z, et al. Evaluation of the Development Efficiency of Small Towns around Metropolis Based on GIS-DEA: Taking Wuhan as an Example [J]. Economic Geography, 2018, 38(10): 72-79.
- [6] LI M N, WANG W S. Dynamic Evolution Trend of Regional Innovation Efficiency of High-tech Industry in China [J]. Science and Technology Management Research, 2019, 39(1): 1-11.
- [7] GUO Q E, WANG X Q, WEI Z. Fuzzy comprehensive evaluation based on cross-evaluation and its application [J]. Control and Decision, 2012, 27(4): 575-578, 583.
- [8] GONG B G, ZHANG X Q, GUO D D. Method for hybrid multiple attribute decision-making based on Dempster-Shafer theory and cross efficiency of DEA [J]. Control and Decision, 2016, 31(5): 943-948.
- [9] LU K, NIE C L. Application of Data Envelopment Analysis in Analysis of Maintenance Support Efficiency [J]. Modern Defense Technology, 2017, 45(1): 167-172.
- [10] ZHAO Q, LI C. Two-stage Multi-swarm Particle Swarm Optimizer for Unconstrained and Constrained Global Optimization [J]. IEEE Access, 2020, 8: 124905-124927.
- [11] KHAN S U, YANG S, WANG L, et al. A Modified Particle Swarm Optimization Algorithm for Global Optimizations of Inverse Problems [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2016, 52(3): 1-4.
- [12] JIE X, WANG W Q, SHAO H Z, et al. Frequency Diverse Array Transmit Beampattern Optimization With Genetic Algorithm [J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2016, 16: 469-472.
- [13] YUAN Y, WANG G. Self-Adaptive Genetic Algorithm for Bucket Wheel Reclaimer Real-Parameter Optimization [J]. IEEE Access, 2019, 7: 47762-47768.
- [14] HAN X, DONG Y, YUE L, et al. State Transition Simulated Annealing Algorithm for Discrete-Continuous Optimization Problems [J]. IEEE Access, 2019, 7: 44391-44403.
- [15] QIN L, WANG J, LI H, et al. An Approach to Improve the Performance of Simulated Annealing Algorithm utilizing the Variable Universe Adaptive Fuzzy Logic System [J]. IEEE Access, 2017, 5: 18155-18165.
- [16] WANG F, ZHANG J, LIN B, et al. Two Stage Particle Filter for Nonlinear Bayesian Estimation [J]. IEEE Access, 2018, 6: 13803-13809.
- [17] AMOR N, KAHLAOUI S, CHEBBI S. Unscented particle filter using studentt distribution with non-Gaussian measurement noise [C] // International Conference on Advanced Systems and Electric Technologies (IC_ASET). 2018: 34-38.
- [18] XIE W, WANG L, BAI B, et al. An Improved Algorithm Based on Particle Filter for 3D UAV Target Tracking [C] // 2019 IEEE International Conference on Communications (ICC 2019). 2019: 1-6.
- [19] SANTOS N P, LOBO V, BERNARDINO A. Particle filtering based optimization applied to 3D model-based estimation for UAV pose estimation [C] // OCEANS 2017. Aberdeen, 2017: 1-10.
- [20] TEULIERE C, MARCHAND E, ECK L. 3-D model-based tracking for UAV indoor localization [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2015, 45(5): 869-879.
- [21] BO W, LI Y, DENG Z, et al. A Particle Filter-Based Matching Algorithm With Gravity Sample Vector for Underwater Gravity Aided Navigation [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2016, 21(3): 1399-1408.
- [22] ZHANG T, XU C, YANG M. Learning Multi-Task Correlation Particle Filters for Visual Tracking [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2019, 41(2): 365-378.
- [23] ZHANG T, SI L, XU C, et al. Correlation Particle Filter for Visual Tracking [J]. IEEE Trans Image Process, 2018, 27(99): 2676-2687.
- [24] LI T, BOLIC M, DJURIC P M. Resampling Methods for Particle Filtering: Classification, implementation, and strategies [J]. Signal Processing Magazine IEEE, 2015, 32(3): 70-86.
- [25] LAMBERTI R, PETETIN Y, DESBOUVRIES F, et al. Independent resampling sequential Monte Carlo algorithms [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(20): 5318-5333.
- [26] ZHU S C. Management Science Research Method [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2007: 196-204.
- [27] LIU J J, JIANG C Z. Research of Evaluating Port Competitiveness Model [J]. Journal of Transportation Engineering and Information, 2012, 10(4): 99-104.



HUANG Guo-xing, born in 1986, associate professor. His main research interests include information acquisition theory, sampling with finite rate of innovation, compressive sensing and signal processing.



LU Wei-dang, born in 1984, associate professor. His main research interests include wireless powered communication and wireless sensor networks.