计算机科学
COMPUTER SCIENCE

基于不定可扩展性概念再探对角线方法

段天龙

计算机科学 COMPUTER SCIENCE
http://www.jsjkx.com
DOI:10.11896/jsjkx.211100070

基于不定可扩展性概念再探对角线方法

段天龙
南京大学哲学系　南京 210023

摘　要　使用对角线方法不仅能得到数理逻辑的基本定理,也能导致逻辑悖论。通过对达米特的不定可扩展性概念及其与对角线方法的关联的考查,指出:1)西蒙斯没有将不定可扩展性概念与对角线方法关联起来,所以其关于对角线论证不同类型的划分只是表面的;2)汤姆逊对角线引理并没有刻画出对角线方法的实质;3)对某概念可以使用对角线方法当且仅当该概念是不定可扩展的;4)使用对角线方法可以发现不定可扩展性概念,从而为刻画自然语言的动态语义模型提供思路。

关键词:对角线方法;悖论;不定可扩展性概念;自然语言
中图法分类号　TP301;O141

Study on Diagonal Method Based on Indefinite Extensibility Concept

DUAN Tianlong
Department of Philosophy,Nanjing University,Nanjing 210023,China

Abstract　Using diagonal method yields not only basic theorems for mathematical logic,but also leads to logical paradoxes. By examining the concept of indefinite extensibility and its association with the diagonal method,this paper points out that:1)since Simmons does not associate the concept of indefinite extensibility with the diagonal method,its division of "diagonal argument types" is only superficial;2)Thomson diagonal lemma does not depict the essence of diagonal method; 3) diagonal method can be used for a concept if and only if the concept is indefinite extensibility;4)the use of diagonal method can help us to find the concept of indefinite extensibility and provide ideas for describing the dynamic semantic model of natural language.

Keywords　Diagonal method,Paradox,Indefinite extensibility,Natural language

由康托尔(Cantor)提出的"对角线方法"(the diagonal method)不仅是整个数学中最有力也是最著名的证明方法之一,在哥德尔定理、塔斯基定理和可计算性理论的停机问题等20世纪逻辑学最主要成果的得出中起着核心作用[1],也被认为是解决说谎者悖论等逻辑悖论和自然语言的扩展性等难题的关键。

本文第1节简要介绍对角线方法的提出和其实质;第2节基于一个新的对角线论证模式重构罗素悖论,从而表明使用对角线方法除了可以得到数理逻辑的基本定理以外,还可以导致逻辑悖论;第3节通过对"不定可扩展性(indefinite extensibility)概念"及其与对角线方法的关联的说明来解释使用对角线方法何以导致不同的论证类型;第4节指出汤姆逊(Thomson)对角线引理实际上未能刻画出对角线方法的实质;第5节提出了借助于对角线方法构建自然语言的动态语义模型的初步构想。

1　对角线方法的提出与实质

1891年,德国数学家协会年报发表了"关于集合论的基本问题"一文。在这篇文章中,康托尔以一种抽象而简洁的方式改进了其在"论实代数数集合的性质"(1874)一文中对实数不可数定理的证明[2],这一论证中所使用的新方法就是对角线方法。进一步,康托尔又使用该方法证明了"幂集定理"(axiom of power set)。

证明(幂集定理):对于任何集合 X,令 $P(X)$ 表示 X 的幂集。假设 $|X|=|P(X)|$,则可以在 X 和 $P(X)$ 之间建立一一对应关系。对于任何 $x\in X$ 和 $T_x\in P(X)$,令 $\langle x,T_x\rangle$ 表示通过一一对应关系建立的有序对。现在考虑集合 $D=\{x\in X|x\notin T_x\}$。显然,根据幂集合的定义,应该有 $D\in P(X)$;但同时也有 $D\notin P(X)$。因为如果 $D\in P(X)$,则存在 T_x 使得 $D=T_x$,那么将会得到 $T_x=\{x|x\notin T_x\}$,这即是说 $x\in T_x$ 当且仅当 $x\notin T_x$,矛盾。由于推理是有效的,矛盾的得出明显是基于 $P(X)$ 与 X 之间可以建立一一对应关系这一假设,可以对此进行归谬。既然 $P(X)$ 与 X 不是一一对应的,即 $|X|\neq|P(X)|$,又显然 X 的元素构成的单元集都在 $P(X)$ 之中,即不会有 $|X|>|P(X)|$,故可得 $|X|<|P(X)|$,证毕。

普瑞斯特(Priest)等哲学家指出,康托尔所使用的对角线方法的实质在于:

给定一个特定类型的对象列表,我们有一个定义该类型的一个新对象的构造,通过系统地破坏它与列表中每个对象同一性(identity)的可能性。新对象可以说是从该列表中"对角线化"(diagonalize out)得到的[3]。

简洁地,给定某种类型的对象,我们可以通过系统地破坏其与每个对象的同一性,从原本给定的对象中对角线化出新对象。可见,对角线方法不仅仅具有表面上看起来的否定性的特性,其本质上是用来不断得到新对象的构造性方法。

通信作者:段天龙(424087007@qq.com)

这也得到了(通过使用对角线方法而得到的)康托尔定理、哥德尔定理和塔斯基定理等数理逻辑中重要结论的印证,这些定理分别表明,没有包含所有自然数集的可枚举集,没有包含所有算术真理的递归可枚举集,没有包含所有算术真理的算术可定义集。

然而,对角线方法虽然具有强大的数学解题功能,但一经提出就引起不少人在认识论上的不安。罗素指出,尽管无法找到对角线论证的错误,但将其应用于可疑情况便会产生矛盾,而罗素所说的矛盾便是指以罗素悖论为代表的逻辑悖论。

2 基于"对角线基本论证模式"对罗素悖论的重构

基于幂集定理的论证过程,本文归纳出如下的"对角线基本论证模式"。

构造前提:1)令 L 为定义域,H 为值域,$L=L_1\cup L_2$,$L_1\cap L_2=\varnothing$,$H=H_1\cup H_2$,$H_1\cap H_2=\varnothing$;2)f 是从 L 到 H 的双射;3)关系 $F=\{\langle x,f(x)\rangle \mid x\in L_1$ 当且仅当 $f(x)\in H_1\}$。如果这些前提被满足,那么我们通常会面临这样一个论点:对于 $L_2=\{x\in L\mid \langle x,f(x)\rangle\notin F\}$,是否有 $L_2\in H$?

基于此,罗素悖论的逻辑结构可以得到更清晰的展示:令 L 的元素为实体,H 的元素为属性。也就是说,H 中的对象可以描述 L 中的对象;关系 F 表示实体 x 具有属性 $f(x)$。假设 L 和 H 的元素之间具有一一对应关系,则 L_2 是由那些不能够将对应属性实体化的实体构成的集合;假设集合 L_2 是一个实体,而任何实体都应该至少具有一个属性,即应该有 $L_2\in H$。如果 $L_2\in H_1$,则 $\exists x(x\in L_1\wedge x\in L_2)$,与 $L_1\cap L_2=\varnothing$ 矛盾,故 $L_2\notin H_1$;如果 $L_2\in H_2$,则 $\exists x(x\in L_2\wedge x\notin L_2)$,自相矛盾,故 $L_2\notin H_2$,进而可得 $L_2\notin H$。这样就建立了矛盾等价式"$L_2\in H\leftrightarrow L_2\notin H$"。

上述论证清晰地表明,罗素悖论的建立主要依赖于"集合可以被看作是确定的实体"以及"实体和其所具有的属性的数量相等"这两个有争议的前提,而前者又导致了对不同类型或者对不同层级对象的混淆。在罗素所提类型论中,对象 x 和 $R=\{x\mid x\notin x\}$ 之间的关系可以通过升阶联结符"$\in$"来表达,即如果 x 是 n 阶的,那么 R 将是 $n+1$ 阶的。但在导致悖论的那些情形中,我们通常是不加区分地在同一个对象域中既用 R 表示 n 阶对象,又用其表示 $n+1$ 阶对象,从而无法区分"$R\in R$"中的两个 R 是同阶的还是变阶的,进而无法区分"$R\in R$"这一表达式到底表达了某对象的自属性质,还是表达了两个对象之间的属于关系。在对角线基本论证模式中,我们通过区分不同的对象域 L 和 H,把属性从实体中"抽离"开来并将其实体化,这样就把实体与自身的一元关系表述为实体与其性质之间的二元关系,从形式上避免了"$x\in x$"这种含混的表达,而以"$x\in f(x)$"代之。此外,罗素悖论的建构依赖于同时肯定"外延决定集合"和"性质决定集合"这两个基本原则。也就是说,对于同一个集合而言,其有什么样的外延当且仅当其有什么样的性质,这直接蕴含了"实体和其所具有的属性的数量相等"这一违反直觉的结论。所以,"当给定关于属性的某些假设时,它(对角线方法)将表明对某类实体适用的属性数量将始终超过该类实体的数量"[4]。

如果说罗素悖论只涉及最基本的集合论概念,那么格里灵悖论(Grelling paradox)等语义悖论则让人们认识到,悖论不止是数学公理系统可能出现的一种特殊的不一致现象,更是深入探究语言的结构层次以及进行信念修正的有力工具。当我们不再谈论集合概念,而是谈论属性、命题和定义等概念时,就会得到诸多语义悖论。一般地,在语义悖论的对角线基本论证模式中,如果我们将所谈论的事物作为 L 的元素,将适用于这些事物的属性作为 H 的元素,一一对应关系将表示哪些事物实例化哪些属性(或概念)。当我们询问是否存在某个适用于一类事物的属性时,却发现在这个一一对应关系中没有相应的事物实例化该属性[4]。这意味着,对应于某属性的事物将实例化该属性当且仅当该属性不存在,这显然是一种悖论性的结果。

3 从"不定可扩展性概念"看对角线论证何以具有不同类型

至此不难看出,使用对角线方法既可以得到数理逻辑的基本定理,也可以说明集合论悖论和语义悖论的逻辑结构。也就是说,对对角线方法的不同使用可以形成不同类型的对角线论证。本文将通过对达米特(Dummett)所提出的不定可扩展性概念的说明来解释这种现象。

3.1 西蒙斯关于三类对角线论证的划分

根据是否得到矛盾或是否可以对论证前提进行归谬,西蒙斯(Simmons)从形式上将对角线论证区划分为好的和坏的,并进一步将好的对角线论证分为直接的和间接的[5]。好的对角线论证是一种建设性的使用,能够得到定理;而坏的对角线论证是一种破坏性的使用,导致悖论。当然,这里所说的坏的对角线论证不同于错误的论证,无论是好的还是坏的对角线论证,其论证过程都是有效的,区别主要在于对论证前提的态度不同[6]。1)"直接的"对角线论证是从确定的前提出发使用对角线方法构造出逆对角线元素的,实数不可数定理的证明就属于这种情况。在实数不可数定理的证明过程中,当我们构造出逆对角线元素 E_0 后,并没有因此得到矛盾进而归谬某个前提或者否定 E_0 的存在。相反,这样一个与现有序列中的所有对象都不一样的对象的存在,使得该序列得到了扩张,从而得到了存在不可数集合的结论。2)与直接的对角线论证不同,"间接的"对角线论证实质上是一种归谬论证,康托尔定理的证明就是一种间接的对角线论证。也就是说,"实数集和自然数集元素之间具有一一对应关系"的假设是可以被归谬的。3)与间接的对角线论证相同的是,"坏的"对角线论证也得到矛盾,从而可以断定至少有一个前提是不合理的。不同的是,坏的对角线论证无法立即明确地找到这些不合理的前提并对其进行归谬。大多数导致集合论悖论和语义悖论的对角线论证就属于这种类型。

对角线论证的 3 种类型之间并非独立的。主要地,坏的对角线论证可以转化为间接的对角线论证。作为一种坏的对角线论证,"康托尔悖论"在建构伊始就假设了一个包含所有集合的集合 U 的存在,因此有 $P(U)\subseteq U$,而这与幂集定理 $|U|<|P(U)|$ 相矛盾。但如果我们对前提进行归谬,则可以得到积极的结果:不存在包含所有集合的集合,即不存在最大基数。由此可见,一旦我们能够对作为前提的那些不合理

信念进行修正,那么坏的对角线论证便可以转化为间接的对角线论证,“那些被认为是悖论的东西都将转化为一种数学的结论”[7]。“正则公理”(axiom of regularity)就是对罗素悖论所基于的“集合可以具有自属属性”这一信念进行归谬而得到的结果。

可见,西蒙斯对对角线论证类型的划分不仅是清晰的,在方法论上也具有一定的指导意义。但本文认为,西蒙斯的划分只是表面上的,他并没有(清楚)说明对角线论证何以具有不同类型,而本文将通过对达米特所提不定可扩展性概念及其与对角线方法的关联对该问题作出回答。

3.2 不定可扩展性概念

近年来,许多对集合论基础感到困惑的哲学家发现,由达米特在《语言之海》(1993)一书中提出的不定可扩展性概念是有用的。

“一个不定可扩展的概念是这样的,如果我们能形成一个关于某整体(totality)的确定的(determinate)概念,该整体的所有成员都属于这个概念,我们就可以参考(reference to)该整体来描述一个更大的整体,所有的成员都将属于它[8]。”

不定可扩展性概念一经提出就褒贬不一。反对方认为它晦涩难懂并缺乏理论价值,甚至就连在很多地方都支持达米特的鲁菲特(Rumfitt)也试图“避开‘不定可扩展性’这个相当黑暗的概念”[9]。但支持方则认为,不定可扩展性概念是解决各种逻辑和形而上学疾病的灵丹妙药,在多个方面具有重要意义。例如,普瑞斯特认为,不定可扩展性概念不仅在集合论研究中被广泛引用,而且如果人们对悖论采取一种辩证法的解决方案,那么理解不定可扩展性概念将非常有意义[10]。

实际上,在达米特之前罗素就表达过相似观点。在“关于超限和序型理论的一些困难”(1906)一文中,罗素指出,集合论-句法悖论和语义悖论所谈论的那些概念都是“可自我再生的(self-reproductive)”。

“这些矛盾是由……这一事实引起的,我们可以称之为可自我再生的过程和类(class)。也就是说,有些属性使得给定任何术语的类都具有这样的属性,我们总可以定义一个具有相关属性的新术语。因此,我们永远无法将具有所述属性的所有术语收集(collect)为一个整体。因为,只要我们希望我们拥有所有这些,我们立即进行的收集就将产生一个具有上述属性的新术语[11]。”

直观上讲,当我们说某些属性是可自我再生的,即“无论何时限制了某些实例(instance),都可以使用这种限制来定义该属性的新实例,而不是我们所限制的实例”[12]。如果使用罗素的术语,那么一个概念是不定可扩展的,当且仅当,对于该概念的实例的任何确定集合 X,都有一个实例不是 X 的成员。

3.3 对角线方法与不定可扩展性概念的关系

如果将普瑞斯特关于对角线方法实质的表述中的“某种类型”和“对象”分别与不定可扩展性概念定义中的“确定的整体”和“成员”相对应,那么将不难发现对角线方法的实质和不定可扩展性概念的定义是极为相似的。所以,本文认为,对某概念可以使用对角线方法当且仅当该概念是不定可扩展的。

而使用对角线方法之所以会得到不同的论证类型,根本原因在于:我们是否意识到对角线方法所作用于的概念是不定可扩展的。也就是说,当我们在使用对角线方法时:1)如果已知所谈论概念是不定可扩展的,那么我们对其使用对角线方法进行的论证就是直接的,因为此时我们将不需要假设诸如“一一对应”等前提,而直接构造符合该概念的新对象;2)如果没有意识到所谈论概念是不定可扩展的,那么我们所进行的对角线论证将是间接的或坏的,因为如果将原本是可扩展的概念当作是不可扩展的,那么势必会导致矛盾。

据此,本文认为汤姆逊提出的所谓的能够揭示“对角线悖论”的逻辑结构的“对角线引理”由于未能刻画对角线方法的实质,从而并非某种对角线论证。

4 “汤姆逊对角线引理”未能体现对角线方法的实质

与本文基于对角线基本论证形式重构罗素悖论类似,使用对角线方法研究悖论由来已久。1926 年,兰姆塞(Ramsey)在《数学基础》中将悖论首次划分为集合论悖论和语义悖论。由于些悖论都可以通过对角线方法得到说明和构建,因此有些逻辑学家将其统称为对角线悖论。在“论几个悖论”(1964)一文中,汤姆逊提出了所谓的能够揭示对角线悖论统一逻辑结构的对角线引理:

令 S 是任一集合,R 是任一至少在 S 上有定义的二元关系,则 S 中没有这样的元素,它与而且只与 S 中所有那些同自己没有 R 关系的元素具有 R 关系[7]。

不难证明,该引理是一阶逻辑的定理:

$\neg\exists x(Cx\wedge\forall y(Cy\rightarrow(Rxy\leftrightarrow\neg Ryy)))$

表面上看,该引理的得到是一种间接的对角线论证:当 $y=x$ 时,可以得到矛盾等价式 $Rxx\leftrightarrow\neg Rxx$;进而对整个背景知识“$\exists x(Cx\wedge\forall y(Cy\rightarrow(Rxy\leftrightarrow\neg Ryy)))$”进行归谬,便得到了对角线引理。然而,该引理只是断言了“对于任何一个谓词 C 所表征的概念来说,都不存在在该概念之下的自相矛盾的既和自身具有某种关系又不具有该关系的对象”这样平淡无奇的事实。

国内学者张建军指出,“对角线方法在康托尔的证明中所起的作用是‘逆对角线元素’在矩阵上的存在性的否定,而不是元素本身存在性的否定。也就是说,这些证明都是以肯定某对象在矩阵之外的存在性即存在性转移为前提的”[13]。作为一种增生工具,对角线方法是一种不断构造新对象的方法,它所肯定的是一种过程性。在这一过程中,存在于原初对象域之外的对象可以存在于新的扩展了的对象域之中,新的对象域和原初对象域并不是两个不同的对象域,而是同一个具有扩展性的对象域的不同阶段。所以,对角线方法所肯定的这种过程性对于具体的对象来说,表现为对象的存在性转移;而对于对象域来说,则表现为一种扩展性。也就是说,对角线引理所刻画的仅仅是对象之间的非同一性,并没有刻画出对角线方法的基本特征——从某概念下的原对象中可以构造出和这些原对象都不相同但却符合这一概念的新对象,其所描述的概念也不具有可扩展性。

汤姆逊对角线引理的失败可以通过对“理发师悖论”这一悖论的拟化形式的分析得到具体说明。通常认为,理发师悖论的结果是否定了一个既是该村村民又有理发师职业的对象

的存在性。这样的对象既不能存在于村子之内,更不能存在于村子之外,从而使得我们没有理由设想符合相应条件的理发师的存在。也就是说,我们无法对前提进行适当地归谬,从而像间接的对角线论证一样使我们得到一个包含该理发师的、比原来所谈论的村子更大的村子。不难看出,对角线引理确实很好地说明了所谓的理发师悖论,却不能有效地刻画罗素悖论等真正的逻辑悖论。这也就不难理解为何英国哲学家麦凯(Mackie)将汤姆逊对角线引理称为"理发师定理"[14]。

除汤姆逊之外,为了揭示对角线悖论的统一逻辑结构,一些哲学家也得到过相似的结果:西蒙斯在《对角线论证与谎言》[5](1990)、达里奥·马古洛(Maguolo)和西尔维奥·瓦伦蒂尼(Valentini)在《康托尔定理的直觉主义版本》[15](1996)、凯文·克莱门特(Klement)在《罗素,罗素悖论和康托尔定理I》[4](2010)中分别提出了不同版本的对角线定理。但不难发现,这些定理的表述都仍然是基于一阶逻辑的,因而难以成功刻画对角线方法,从而把握悖论的逻辑结构。在罗素悖论等真正的逻辑悖论中,我们通常是不加区分地在同一个语言层级中讨论那些通过对角线方法增生出来的新对象。但实际上这些新对象已经不再具有"原初意义",它们处于更高的语言层级当中。而以实体为描述对象的一阶逻辑是无法区分新对象与原初对象之间的这种层级差别的,一工作只能借助于高阶逻辑来完成。现通常认为:如果令 $D(X)$ 表示概念 X 是确定的,φ 为对角函数,那么概念 F 是不定可扩展的,当且仅当:

$$\forall X(D(X)\wedge\forall x(Xx\rightarrow Fx)\rightarrow F(\varphi(X))\wedge\neg X(\varphi(X)))$$

可见,不定可扩展性概念(或对角线方法)更强调对象所属概念的可扩展特性,而不是汤姆逊对角线引理所刻画的对象之间的非同一性。

5 基于对角线方法可以构建自然语言的动态语义模型

如果说诸如"实数"和"集合"等这样的不定可扩展性概念并不经常被自然语言所使用,那么被格里灵悖论和理查德悖论等所揭示的不定可扩展性概念的存在,就有力地表明了自然语言是可扩展的。

汤姆逊在研究格里灵悖论时曾指出,"在历史上的某一特定时刻,英语中形容词的外延是可判定的。然而判定一旦做出,该集合必是固定和有限的。但对那些实际上说英语的人来说,其所能使用的形容词的数目并不是固定和有限的,人们随时可以发明诸如'他谓的'(heterological)这样的新词"[13-14]。卢纳(Luna)和泰勒(Taylor)曾提出了"完全可定义宇宙"的概念,指称用自然语言定义的所有单个数学对象的宇宙[16],而理查德悖论的得出就是把对象域局限在完全可定义宇宙之中的结果。如果我们不接受这一悖论性的结果,对前提进行适当归谬,将这个坏的对角线论证转化成一个间接的对角线论证,那么我们将会得到一个积极的结果:自然语言的定义集是不可数的,我们不能限于完全可定义的宇宙来谈论宇宙自身,因为自然语言是可扩展的。

但是,自然语言具有可扩展性不仅意味着自然语言不能被完全形式化,而且也不能通过形式语言的标准语义模型来解释。帕森斯(Parsons)"胆怯"而格兰茨伯格(Glanzberg)"坚决"地指出[16,22],意义和真理的条件是由语境决定的,这意味着对于具有可扩展性的自然语言来说,几乎不可能达到一种形式化的意义和真理理论,因为扩展后语言的语境和原语言的语境是不同的。形式语言中的意义和真理是通过赋值和解释从而在特定的语义模型中得到定义的,但在通常的标准模型 $\langle D,f\rangle$ 中,对象域 D 是固定不变的。格里灵悖论表明,自然语言的任意一组谓词(或其所表征的概念)都可以通过对角线方法产生新的谓词,也就是说自然语言中谓词的外延不是固定不变的,而是可以不断得到扩展的。这同时也意味着不仅谓词的外延是可变化的,量词的辖域也是处于变化之中的。否则,就像塔斯基所指出的那样,同一个对象域中将既包含表达式也包含表达式的所指,而这必将导致恶性循环和对语言的使用与提及的混淆等一系列问题的发生。

当然,我们在这里所说的概念不是由外延而是由内涵确定的,因为"有可能对一个概念有'清晰的把握',却没有获得'对属于该概念的所有事物的整体的构想'"[17]。因此,我们需要一种新的语义,在这种语义下,模型中的对象域是动态的、可扩展的,进而谓词的外延和量词的辖域都可以随着谓词所表征概念的内涵的变化而变化,并且"扩展的特征将通过参考先前的未扩展特征来表示"[18]。也就是说,对象域 D 的这种合理扩张是以初始对象域的相对完成性为前提的,它不是同一语言层级对象的非相关的、单调增加,而是依赖于原始对象并通过对角线方法能行地使对象域不断得到多层级的意义增生。也就是说,元语言中的任何表达式都可以作为新的表达式进入到对象语言中,从而使对象语言得到扩张,对角线方法则提供了一个一般性的过程使得这一扩张过程得以进行。

既然对角线方法可以帮助我们发现自然语言中的不定可扩展性概念,那么我们有理由相信借助于明确的对角线方法能够构造出刻画自然语言的动态语义模型,从而把语义事实不断地从既成对象域中划出而形成新的对象域,同时也能维持世界观的经典相容性和世界的"完整性"直觉。

结束语 由康托尔提出的对角线方法是一把双刃剑,使用该方法既可以得到数理逻辑的基本定理,也可以导致逻辑悖论。也就是说,对对角线方法的不同使用可以形成西蒙斯所谓的不同类型的对角线论证。而之所以会出现这种情形,原因就在于我们并不清楚使用对角线方法所涉及的概念是否是不定可扩展的。而无论是直接考虑对角线方法和不定可扩展性概念的定义,还是对具体的对角线论证进行考查,都表明了对角线方法和不定可扩展性概念——这一概念与方法——之间的紧密关联:对某概念可以使用对角线方法当且仅当该概念是不定可扩展的。其中,使用对角线方法可以发现自然语言中的不定可扩展性概念,这为刻画自然语言的动态语义模型提供了思路。

当然,限于本文的主要线索和篇幅,还有很多关于对角线方法的问题没能得到清晰说明和深入探讨。例如,本文提出的基于一阶逻辑的对角线基本论证模式和用高阶逻辑表达的对不定可扩展性概念的形式定义之间的关系问题。

参考文献

[1] WU M H, WANG Y J, YANG Y C, et al. Generation Mechanism

and Interpretations of Paradoxes [J]. Journal of Computer Science, 2018, 45(6): 69-71.

[2] EWALD W. From Kant to Hilbert: A Source Book in the Foundations of Mathematics Volume II [M]. Oxford University Press, 1996.

[3] PRIEST G. Beyond the Limits of Thought [M]. Oxford University Press, 2002.

[4] KLEMENT K C. Russell, His Paradoxes, and Cantor's Theorem: Part I[J]. Philosophy Compass, 2010, 5(1): 16-28.

[5] SIMMONS K. The Diagonal Argument and The Liar[J]. Journal of Philosophical Logic, 1990, 19(3): 277-303.

[6] SIMMONS K. Universality and the liar: an essay on truth and the diagonal argument[J]. Cambridge University Press, 1993.

[7] THOMSON J F. On Some Paradoxes[M]// Analytical Philosophy. London: Blackwell, 1962.

[8] DUMMETT M. The Seas of Language [M]. Oxford University Press, 1993.

[9] RUMFITT I. The Boundary Stones of Thought: An Essay in the Philosophy of Logic [M]. Oxford University Press, 2015.

[10] PRIEST G. Indefinite Extensibility-Dialetheic Style [J]. Studia Logica, 2013, 101(6): 1263-1275.

[11] RUSSELL B. On some difficulties in the theory of transfinite numbers and order types[J]. Proceedings of the London Mathematical Society, 1906, 4(14): 29-53.

[12] LINNEBO Ø. Dummett on Indefinite Extensibility [J]. Philosophical Issues, 2018, 28 (1): 196-220.

[13] ZHANG J J. Diagonal Method, Diagonal Argument and Paradox Research[J]. Journal of Studies in Dialectics of Nature, 1997 (12).

[14] MACKIE J K. Truth, Probability and Paradox [M]. Oxford University Press, 1973.

[15] MAGUOLO D, VALENTINI S. An intuitionistic version of Cantor's theorem [J]. Mathematical Logic Quarterly, 1996, 42(1): 446-448.

[16] LUNA L, TAYLOR W. Cantor's Proof in the Full Defifinable Universe[J]. Australasian Journal of Logic, 2010, 9: 10-25.

[17] DUMMETT M. Reply to P. M. Sullivan[M]// Auxier R E, Hahn L E, eds., The Philosophy of Michael Dummett, Open Court. 2007.

[18] DUMMETT M. The philosophical significance of Gödel's theorem [C]// Ratio. Duckworth, 1963: 186-214.

DUAN Tianlong, born in 1992, Ph. D. His main research interests include mathematical logic and formal epistemology.