



# 计算机科学

COMPUTER SCIENCE

## 心电信号降噪算法研究综述

侯彦荣, 刘瑞霞, 舒明雷, 陈长芳, 单珂

### 引用本文

侯彦荣, 刘瑞霞, 舒明雷, 陈长芳, 单珂 [心电信号降噪算法研究综述](#) [J]. 计算机科学, 2023, 50(6A): 220300094-11.

HOU Yanrong, LIU Ruixia, SHU Minglei, CHEN Changfang, SHAN Ke. [Review of Research on Denoising Algorithms of ECG Signal](#) [J]. Computer Science, 2023, 50(6A): 220300094-11.

---

## 相似文章推荐 (请使用火狐或 IE 浏览器查看文章)

### Similar articles recommended (Please use Firefox or IE to view the article)

#### [基于多特征融合的GRU-LSTM大学生就业动态预测](#)

College Students Employment Dynamic Prediction of Multi-feature Fusion Based on GRU-LSTM  
计算机科学, 2023, 50(6A): 220500056-6. <https://doi.org/10.11896/jsjx.220500056>

#### [基于深度学习的超高频标签识别系统](#)

Tag Identification for UHF RFID Systems Based on Deep Learning

计算机科学, 2023, 50(6A): 220200151-6. <https://doi.org/10.11896/jsjx.220200151>

#### [CT影像阶段化目标检测方法研究](#)

Study on Phased Target Detection in CT Image

计算机科学, 2023, 50(6A): 220200063-10. <https://doi.org/10.11896/jsjx.220200063>

#### [基于深度学习的摩托车车道实时检测](#)

Real-time Detection of Motorcycle Lanes Based on Deep Learning

计算机科学, 2023, 50(6A): 220200066-5. <https://doi.org/10.11896/jsjx.220200066>

#### [基于改进YOLOv5的电动车头盔佩戴检测算法](#)

Electric Bike Helment Wearing Detection Alogrithm Based on Improved YOLOv5

计算机科学, 2023, 50(6A): 220500005-6. <https://doi.org/10.11896/jsjx.220500005>

# 心电信号降噪算法研究综述

侯彦荣<sup>1</sup> 刘瑞霞<sup>2</sup> 舒明雷<sup>2</sup> 陈长芳<sup>2</sup> 单珂<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 齐鲁工业大学(山东省科学院)数学与统计学院 济南 250353

<sup>2</sup> 齐鲁工业大学(山东省科学院)山东省人工智能研究院 济南 250014

(houyanrong1999@163.com)

**摘要** 心电信号(Electrocardiogram, ECG)作为识别人体心脏异常的重要指标,其最常见的一个处理问题是消除不必要的噪声。这些噪声会使干净信号失真,从而影响对人体心脏的诊断与分析。综述了5种不同的心电信号降噪技术框架以及在该框架下的最新研究成果,最后汇总了近5年优秀降噪模型,并通过信噪比等性能评价标准进行比较。对比显示,不管基于单一噪声或是复合噪声,深度学习模型在降噪方面均显现出良好性能。最后,讨论了当前降噪模型存在的不足,并对下一步研究进行了展望。

**关键词:** 心电信号;深度学习;降噪;信噪比

**中图法分类号** TP301.6; TP181

## Review of Research on Denoising Algorithms of ECG Signal

HOU Yanrong<sup>1</sup>, LIU Ruixia<sup>2</sup>, SHU Minglei<sup>2</sup>, CHEN Changfang<sup>2</sup> and SHAN Ke<sup>2</sup>

<sup>1</sup> School of Mathematics and Statistics, Qilu University of Technology(Shandong Academy of Sciences), Jinan 250353, China

<sup>2</sup> Shandong Artificial Intelligence Institute, Qilu University of Technology(Shandong Academy of Sciences), Jinan 250014, China

**Abstract** One of the most common signal processing problems with the electrocardiogram (ECG), an important indicator for identifying cardiac abnormalities in humans, is the elimination of unwanted noise. These noises can distort the clean signal, which can affect the diagnosis and analysis of the human heart. This paper reviews five different frameworks of ECG signal denoising techniques and the latest research results within these frameworks, and finally summarizes the best noise reduction models in last five years and compares them by performance evaluation criteria such as signal-to-noise ratio. The comparison shows that the deep learning models show good performance in ECG denoising, whether based on single noise or composite noise. Finally, the problems with the current denoising model are discussed and an outlook on the next step of the research is given.

**Keywords** Electrocardiogram (ECG), Deep learning, Denoising, Signal-to-noise ratio

## 1 引言

近年来,心脏病已成为危害人类健康最常见的疾病。为了有效预防心脏病的发生,往往需要更加准确地采集与诊断心电信号,以便于更好地反映心脏情况。心电信号作为人体生理信号,对于识别心脏异常和心脏疾病具有重要的参考价值。心电信号,是由心脏的电活动引起心脏周围的导电组织和体液反映到身体表面上而产生的电压变化。正常心电信号主要由P波、QRS复合波、T波与U波组成<sup>[1]</sup>。正常心电信号频率范围在0.05~100 Hz<sup>[2]</sup>,而90%的频谱能量集中在0.25~35 Hz<sup>[3]</sup>之间。由于心电信号频率与振幅较低,在采集心电信号时往往伴随着不可避免的噪声,因而降噪成为心电信号处理的核心。心电信号中存在多种低频和高频噪声,常见的噪声有加性高斯白噪声(Additive White Gaussian Noise, AWGN)、基线漂移(Baseline Wander, BW)、肌电干扰(Muscle Artefacts, MA)、运动伪影(Electrode Motion, EM)、工频干扰(Power Line Interference, PLI)。

基线漂移(BW):BW是一种低频噪声信号,主要是由呼吸、身体运动、电极接触不良与皮肤电极阻抗所引起的<sup>[4]</sup>。光谱范围在0.05~1 Hz之间。BW噪声会使心电信号中的ST段与其他低频成分失真<sup>[5]</sup>。

工频干扰(PLI):PLI主要是由供电设备产生的,其频率在50/60±0.2 Hz之间,它会扭曲低振幅心电信号波(P波或T波)的振幅与形状<sup>[6]</sup>。

肌电干扰(MA):MA作为最主要的心电噪声信号之一,是由肌肉的收缩与颤动或身体突然运动而产生的电活动。其频率在5~2000 Hz和0~10 mV电压水平之间。肌电信号导致心电信号的局部失真<sup>[7]</sup>。

运动伪影(EM):由测量心电信号的电极与皮肤之间的阻抗随着相对位移而发生改变所引起的。运动伪影的频谱大约分布在1~10 Hz范围内,与P波、T波的频谱几乎完全重合<sup>[8]</sup>。

ECG处理主要是从采集到有噪声的信号中通过技术提取纯信号,以便于更精确地分析与诊断心脏问题。因此,希望设计一种能够完全消除噪声而不影响信号的技术。然而事实

基金项目:国家重点研发计划(2018YFB1404500)

This work was supported by the National Key R & D Program of China(2018YFB1404500).

通信作者:刘瑞霞(liurx@sdas.org)

上,这是不可能的。因为噪声的频率与信号的频率在一个阶段非常接近以至于重叠,会无法滤除噪声或会使信号失真。因此,尽最大可能去除噪声而不影响信号是目前最主要的技术。近年来,众多学者采用不同学科不同领域方法来研究如何降噪,取得了较满意效果。

本文主要总结了不同的降噪技术<sup>[9]</sup>(如图1所示)。在基于传统方法模型中,第一类基于经验模态分解是由 Huang 等提出的一种利用数据驱动的方法,用于分析与分解非平稳和非线性数据<sup>[10]</sup>。第二类基于小波方法模型,通过分解信号、确定阈值类型与重构信号3个步骤对心电信号进行降噪。第三类利用心电信号的稀疏特性对其稀疏优化。第四类基于贝叶斯滤波模型是基于统计的模型,用观测状态来估计隐状态。在基于深度学习模型中,第五类基于深度学习模型的框架是由降噪自动编码器搭建,在损坏信号中通过编解码来获得干净信号。最后一类是结合以上模型对心电信号降噪。本文以心电信号降噪为主线,综述了降噪的6种模型的理论方法以及国内外最新研究成果,并展望未来的研究方向。

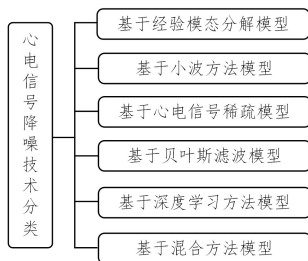


图1 心电信号降噪技术分类

Fig. 1 Classification of ECG signal denoising techniques

## 2 心电信号降噪技术

### 2.1 基于经验模态分解模型

经验模态分解(Empirical Mode Decomposition, EMD)适用于处理非线性非平稳信号,它是由 Huang 等<sup>[11]</sup>提出的一种自适应信号时域与频域的处理方法。EMD能使复杂的信号分解成有限个本征模函数(Intrinsic Mode Function, IMF),其中 IMF 必须满足以下两个条件:1)过零点与局部极值的数量相等或者相差一个;2)上包络线与下包络线关于局部是对称的。分解过程如下:首先输入原始心电信号数据序列  $x(n)$ ,其次找出原始信号的所有极大值点,用三次样条插值函数拟合形成原始信号的上包络线;同理,利用极小值点找出下包络线  $s_i(n)$ 。下一步获取平均值:

$$m_1(n) = \frac{s_u(n) + s_l(n)}{2} \quad (1)$$

将原始信号减去平均值得到新函数,即  $h_1(n) = x(n) - m_1(n)$ ,判断得到的新函数是否满足 IMF,若不满足,则重复以上步骤,直到找出满足 IMF 的  $h_k(n)$ ,其中  $k$  为迭代次数。为了停止迭代,已经有众多学者提出许多停止标准,其中最常用且主要的是由 Huang 等<sup>[11]</sup>提出的标准差值(Standard Deviation, SD),即:

$$SD = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{|h_{(k-1)}(n) - h_k(n)|^2}{h_k^2(n)} \quad (2)$$

其中,当  $0.2 \leq SD \leq 0.3$  时,迭代停止,得到第一个具有 IMF 的  $c_1(n)$ 。其次,利用原始信号序列  $x(n)$  减去  $c_1(n)$  得到一个残差,即  $r_1(n) = x(n) - c_1(n)$ ,残差中难免会遗留重要信息,

因此将残差信号作为原始信号,重复算法步骤,直到残差为常数或单调斜率停止。于是得到:

$$\left. \begin{aligned} r_1(n) &= x(n) - c_1(n) \\ r_2(n) &= r_1(n) - c_2(n) \\ r_3(n) &= r_2(n) - c_3(n) \\ &\dots \\ r_N(n) &= r_{N-1}(n) - c_N(n) \end{aligned} \right\} x(n) = \sum_{i=1}^N c_i(n) + r_N(n) \quad (3)$$

最后,再对所获得的 IMF 进行阈值化与滤波处理,重构得到降噪后的信号。而在阈值化处理中,经常使用由 Donoho 与 Johnstone<sup>[12]</sup>的软阈值技术来处理 IMF,进而对心电信号进行降噪,其公式如下:

$$\tilde{c}_i(n) = \begin{cases} c_i(n) - thr, & c_i(n) \geq thr \\ 0, & |c_i(n)| < thr \\ c_i(n) + thr, & c_i(n) \leq -thr \end{cases} \quad (4)$$

常用阈值:

$$thr = \frac{\text{median}(c_i(n) - \text{median}(c_i(n)))}{0.6745 \sqrt{2 \lg N}} \quad (5)$$

其中,  $N$  表示信号长度。

EMD 也存在一些问题,比如提取出的 IMF 存在模态混叠与端点效应现象。于是,有学者提出集合经验模态分解(Ensemble Empirical Mode Decomposition, EEMD)概念来解决上述现象,其与 EMD 技术的区别就是在原始信号上加入满足正态分布的白噪声,将加入白噪声的心电信号序列看作一个整体,进行 EMD 分解。CEEMD 与 ESMD 等相继被提出,这些技术都是基于 EMD 技术的进一步改善与优化。对于 EMD 的 IMF 存在模态混叠现象,文献<sup>[13]</sup>提出利用 EMD 与分段多项式拟合心电信号技术,其相对于 EMD 技术对 BW 噪声有良好的降噪能力,也能解决模态混叠现象。

传统的 EMD 降噪往往利用低阶 IMF 来去除高频噪声,利用高阶 IMF 来去除低频噪声,但这种处理方式往往会丢弃一些重要信息,也不能更好地去除噪声。文献<sup>[14]</sup>利用 EMD 来分解信号,通过计算 IMF 的样本熵来判断需要降噪的 IMF,提出一种优于传统的阈值函数对 IMF 进行降噪。实验结果表明,通过去除不同类型的噪声(AWGN, EM 与 PLI),其算法与 EMD 软阈值、小波软阈值、EMD-NLM 与 CEEMDAN 相比,在信噪比与均方误差方面具有优势。Yao 等<sup>[15]</sup>提出一种基于 CEEMDAN 的心电信号的新方法,对 BW 与 PLI 噪声进行降噪。Teja 等<sup>[16]</sup>提出的采用 EMD, EEMD 与 CEEMDAN 将有噪声的心电信号分解成不同的 IMF,并使用低通滤波方法对 IMF 进行滤波来提取低频基线分量,降低了重构信号的高频噪声。

将每个有噪声的心电信号分解成 IMF,然后用阈值函数对所有的 IMF 进行阈值化,最后对降噪后的心电信号进行相加重构。为了使重构后的信号有较好的信噪比与较低的均方误差,文献<sup>[17]</sup>中由比较了先前的5种关于 EMD 的心电信号降噪技术,即 EMD-Conv, EMD-ITsoft, EMD-IThard, EMD-ITF 与 EMD-Custom。利用这5种方法,使用 MIT-BIH 数据库真实心电信号来处理不同程度的加性高斯白噪声。实验结果表明,在信噪比与均方误差上,EMD-ITF 与 EMD-Custom 在心电信号降噪方面优于其他3种方法。在文献<sup>[18]</sup>中提出了一种结合小波软阈值方法的 EMD 方法,对

高频 IMF 进行小波阈值处理,再重构心电信号。其他技术,诸如 EMD 与交叉验证<sup>[19]</sup>、遗传粒子滤波算法(Genetic Particle Filter Algorithm,GPFA)与 EEMD<sup>[20]</sup>、EEMD 与非局部均值(Non-Local Means,NLM)<sup>[21]</sup>、EMD 和自适应切换均值滤波器(Adaptive Switching Mean Filter,ASMF)<sup>[22]</sup>等,都在实验中取得了良好的降噪效果。

## 2.2 基于小波方法模型

小波变换是分析非平稳信号的有力工具。分析具有可变频率成分的信号的数学方法称为小波变换。小波变换方法主要包括连续小波变换(Continue Wavelet Transform,CWT)、离散小波变换(Discrete Wavelet Transform,DWT)与平稳小波变换(Stationary Wavelet Transform,SWT)等。

小波变换方法是心电信号分解成一组基函数,所得基函数是由母小波平移、扩张与缩小得到的。小波降噪基本原理为:1)对原始信号进行小波分解,得到各细节分量(高频)与近似分量(低频);2)对细节分量进行阈值处理;3)用处理后的各分量进行小波重构,得到降噪后的心电信号。其示意图如图 2 所示。

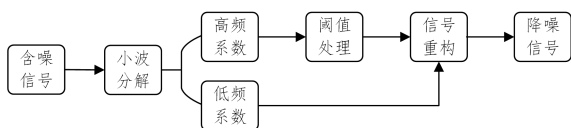


图 2 小波方法降噪框架

Fig. 2 Wavelet method denoising framework

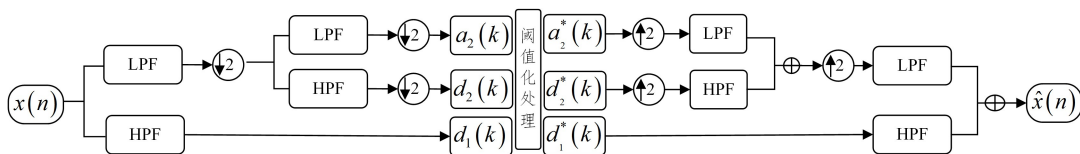


图 3 离散小波变换二维滤波器组结构

Fig. 3 Discrete wavelet transform two-dimensional filter bank structure

图 3 中,LPF 表示低通滤波器,HPF 表示高通滤波器,↓2 表示下采样,↑2 表示上采样。阈值化处理中,文献[12]提出了两种常见的阈值方法,即硬阈值与软阈值技术。

硬阈值函数:

$$hard(d) = \begin{cases} d, & d \geq thr \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (10)$$

软阈值函数:

$$soft(d) = \begin{cases} d - thr, & d \geq thr \\ 0, & d < thr \\ d + thr, & d \leq -thr \end{cases} \quad (11)$$

其中, $d$  表示小波系数, $thr$  表示阈值。对于  $thr$ ,研究者提出了不同阈值方法,可参考文献[24-29]。

信号  $x$  的有效估计需要选择正确的母小波,同一信号选择不同的小波函数进行处理,得到不同的结果,因此小波函数选择慎之又慎。常用到的小波函数有 Daubechies (db), Biorthogonal (bior), Coiflets (coif) 与 symlets (sym) 等。下一步是获得小波系数,对小波系数设置阈值,研究人员开发了不同的阈值方法来对心电图信号进行降噪。Gon<sup>[30]</sup>等提出利用 DWT 算法来对含有噪声的心电信号分解,选择并比较了多种母小波来执行分解,并采用自适应 S-中值阈值技术来对心电信号进行降噪,其中阈值的选择非常关键,选择较大的阈值

在小波变换中,信号可以被表示为小波系数与母小波乘积之和的线性组合。下一步,就 CWT 与 DWT 对心电信号降噪原理作简要讨论。CWT 公式如下:

$$C(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) dt \quad (6)$$

其中, $x(t)$  表示信号, $\psi^*(t)$  是母小波  $\psi(t)$  的复共轭, $a$  是  $y$  轴的缩放参数, $b$  是  $x$  轴的移位参数。信号  $x(t)$  可以由逆小波变换从小波系数  $C(a,b)$  中恢复,由下式<sup>[23]</sup>给出:

$$x(t) = \frac{1}{C_\psi} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{C(a,b) \psi_{a,b}(t)}{a^2} da db \quad (7)$$

其中, $C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|}{|\omega|} d\omega$ ;  $|\hat{\psi}(\omega)|$  是  $\psi(t)$  的傅里叶变换。

DWT 是 CWT 的离散形式,是对 CWT 的尺度、位移按照 2 的幂次进行离散化得到的,所以也被称为二进制小波变换。其公式如下:

$$W(l,s) = 2^{\frac{s}{2}} \sum_n x(n) \psi(2^s n - l) \quad (8)$$

其中, $l=0,1,2,\dots$ ;  $s=0,1,2,\dots$ ;  $n=1,2,3,\dots,N$ ,  $N$  为样本总数。然而 DWT 的目的是使用带通滤波器将信号分解成不同的频率分量。分解方程如下:

$$\begin{cases} a(k) = \sum_n x(n) h(2k-n) \\ d(k) = \sum_n x(n) g(2k-n) \end{cases} \quad (9)$$

其中, $h(n)$  为低通滤波器, $g(n)$  为高通滤波器, $a(k)$  为低频系数, $d(k)$  为高频系数。 $x(n)$  表示原始信号。离散小波变换(2 级)分解与逆离散小波变换重构信号示意图如图 3 所示。

会导致信号过度平滑,而较小的阈值保持了更为精细的细节,以至于无法抑制有噪声的部分。本文 Donoho 与 Johnstone 所提出的通用的软硬阈值函数下改进,其公式为:

$$th = \left( \frac{l}{i} \right) \frac{\sigma_i \sqrt{2 \log N}}{S_{i,l} + b} \quad (12)$$

$$S_{i,l} = 2^{\frac{l-i}{T}}, i=0,1,2,\dots,l \quad (13)$$

其中, $\sigma_i$  在 DWT 分解级别  $i$  的噪声方差, $N$  为信号样本总数, $b$  为调谐因子, $l$  是分解级别。通过改变  $b$  的值,S-中值阈值技术变得更适应于降噪,有较好的降噪效果。其对去除 BW,MA 与 EM 噪声时,产生了较高的信噪比与较低的均方误差。文献[31]提出使用混合方法对被高斯白噪声污染的心电信号进行降噪,即 DWT 与自适应双阈值滤波器(Adaptive Dual Threshold Filter,ADTF)。其灵感产生于图像降噪的 ADTF 技术。将 DWT 与 ADTF 组合用于心电信号降噪,主要分为 3 个步骤:1)基于所选小波函数(db6)进行 DWT 分解;2)采用 ADTF 算法进行阈值处理;3)心电信号高峰校正。Kumar 等<sup>[32]</sup>采用 SWT 来对心电信号降噪,用 bior3.1 来分解含噪信号。SWT 作为实时应用与处理非平稳信号最佳方法之一,针对 PLI 与 BW 有较好的降噪效果。由于降噪后保持幅度的独特性,SWT 可用于实现计算复杂度低的硬件对

ECG 信号进行降噪。此外, SWT 可以结合到最新的技术中, 以实现适用于 ECG 信号和其他生物医学信号的混合模型。Prashar<sup>[33]</sup>用双树复小波变换(Dual Tree Complex Wavelet Transform, DTCWT)来分解信号, 并采用非负 Garrote 阈值函数:

$$f = \begin{cases} \text{sign}(d) \left( |d| - \frac{thr^2}{|d|} \right), & |d| \geq thr \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (14)$$

来进行阈值处理。相比于其他的传统阈值处理技术, 其有好的信噪比, 可用于心电信号降噪。文献[34]提出一种自适应 Symlet 小波变换滤波器, 从 ECG 信号中去除 BW 噪声, 以最大程度地减少 ECG 信号的高采样频率的 S-T 段的失真。该方法在去除 BW 噪声时是一种非常有效的滤波器。文献[35]在利用 14 种母小波进行降噪时, 发现其中两个小波函数 db3 与 sym3 在去除 BW 噪声时性能最佳。Zhuang 等<sup>[36]</sup>提出了一种新的分解噪声和非平稳信号的方法, 即结合了经验小波变换(Empirical Wavelet Transform, EWT)与分段三次埃尔米特插值多项式(Piecewise Cubic Hermite Interpolating Polynomial, PCHIP)。文献[37]提出一种新噪声方差估计的遗传算法最小化(Genetic Algorithm Minimization of a New Noise Variation Estimate, GAMNVE)新方法, 该方法将 DWT 应用到有噪声的心电信号中, 并通过最小化新的噪声方差估计来处理小波系数。与经典的 5 种技术(NIWT, EMD-ASMF, PLI-SWT, UHTWS 与 1DTVD)相比, 其对 AWGN, PLI 与 MA 噪声表现出良好的降噪性能。

### 2.3 基于心电信号稀疏模型

近年来, 信号的稀疏表示在心电信号方面引起了广泛关注。心电信号被分解成稀疏部分与残差之和, 利用稀疏部分来估计信号, 以得到降噪后的心电信号。信号稀疏表示的两大主要任务就是字典的生成和信号的稀疏分解。稀疏表示的基本理论是利用序列里原子的线性组合来表示信号, 计算出稀疏解, 再利用稀疏解来重构信号。

假设有一信号  $x \in R^m$ , 一观测矩阵或字典  $D \in R^{m \times n}$ , 信号  $x$  可由字典  $D$  中的原子线性表示, 即有以下关系:

$$x = D\alpha \quad (15)$$

其中,  $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n]^T$  表示解系数,  $\alpha$  必须是稀疏的。下一步只需求得稀疏解, 对于上述公式, 可以通过  $l_0$  最小化约束求得稀疏解  $\alpha$ , 则式(15)将变成优化问题:

$$\tilde{\alpha} = \arg \min \|\alpha\|_0 \quad \text{s. t. } x = D\alpha \quad (16)$$

其中,  $\|\cdot\|_0$  表示向量中非零元素的个数。此优化问题等同于如下优化问题:

$$x = D\alpha \quad \text{s. t. } \|\alpha\|_0 \leq k \quad (17)$$

也称  $K$  稀疏估计问题。再根据拉格朗日乘法, 联合式(16)和式(17)可以将此问题转变成无约束优化问题:

$$\tilde{\alpha} = L(\alpha, \lambda) = \arg \min \|x - D\alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_0 \quad (18)$$

该类方法第一步是寻找合适字典, 第二步利用字典寻找信号的最稀疏表示。寻找最稀疏表示问题, 是多项式复杂程度的非确定性(Nondeterministic Polynomially, NP)问题。利用贪婪算法<sup>[38]</sup>可以解决此问题。

Shi 等<sup>[39]</sup>提出用一个带状矩阵来表示稀疏优化问题, 并采用 Majorization-Minimization(MM)算法来优化, 实验结果

表明其对去除 BW 噪声有较好的性能。其提出一种稀疏优化模型是基于组稀疏惩罚(Group Sparse Total Variation, GSTV)模型。在 GSTV 模型中, 对原始信号  $x$  的估计由式(19)给出:

$$\tilde{x} = \arg \min \left\{ F(u) = \frac{1}{2} \|H(y - Ru)\|_2^2 + \lambda \phi(u) \right\} \quad (19)$$

其中,  $y = x + f + w$ ,  $x = Ru$  表示原始信号,  $f$  表示 BW 信号,  $w$  表示方差为  $\sigma^2$  的高斯白噪声。  $H = A^{-1}B$  代表高通滤波矩阵,  $A$  与  $B$  表示 LTI 系统的带状矩阵,  $D$  是一阶差分矩阵, 且  $DR = I$ 。惩罚函数  $\phi(u) = \sum_n \|u_{n,k}\|_2$ , 其中  $u_{n,k} = [u(n), \dots, u(n+k-1)] \in R^n$ 。

GSTV 算法的具体步骤如算法 1 所示。

#### 算法 1 群稀疏惩罚(GSTV)模型算法

输入:  $y, K, \lambda > 0$

1.  $u \leftarrow Dy$
2.  $b \leftarrow (1/\lambda)B_1^T(AA^T)^{-1}By$
3. 重复以下步骤:
4.  $\Lambda \leftarrow \sum_{j=0}^{K-1} [\sum_{k=0}^{K-1} |z(n-j+k)|^2]^{-1/2}$
5.  $M \leftarrow \lambda AA^T + B_1 \Lambda B_1^T$
6.  $u \leftarrow \Lambda [b - B_1^T M^{-1} B_1 \Lambda b]$
7. 直到收敛
8.  $f \leftarrow (y - x) - A^{-1}B(y - x)$
9.  $x \leftarrow Ru$
10. 输出  $f, x$

Wang 等<sup>[40]</sup>提出利用对称惩罚稀疏差分模型与非对称惩罚稀疏差分模型进行心电信号降噪, 优化技术也采用 MM 优化算法, 其结果对去除 BW 噪声也具有有良好的性能。对称惩罚模型中对原始信号  $x$  的估计为:

$$\tilde{x} = \arg \min \left\{ F(x) = \frac{1}{2} \|H(y - x)\|_2^2 + \sum_{i=1}^K \lambda_i \sum_{n=0}^{N_i-1} \phi([D_i x]_n) \right\} \quad (20)$$

其中的符号与式(19)符号表示相同。在全变差降噪中, 稀疏导数降噪可以表示为  $x$  的  $l_1$  范数的极小化问题, 但其在零点不可微, 作者便提出  $l_1$  范数的可微近似  $\phi_B$ 。

$$\phi_B = |x| - \rho \log(|x| + \rho) \quad (21)$$

其中当  $\rho = 0$  时, 其转换为标准  $l_1$  范数问题, 因此  $\rho$  取值应该为一个足够小的数, 以确保其光滑性。

对称惩罚稀疏差分模型算法的步骤如算法 2 所示。

#### 算法 2 对称惩罚稀疏差分模型算法

输入:  $y, A, B, \lambda_i, i = 0, \dots, K$

1.  $b = B^T B A^{-1} y$
2. 初始化:  $x = y$
3. 重复以下步骤:
4.  $[\Lambda_i]_{n,n} = \frac{\phi'([D_i x]_n)}{[D_i x]_n}, i = 0, \dots, K$
5.  $I = \sum_{i=0}^K \lambda_i D_i \Lambda D_i$
6.  $E = B^T B + A^T I A$
7.  $x^{(k+1)} = A [E^{(k)}]^{-1} b$
8. 直到收敛
9.  $H = B A^{-1}$
10. 输出  $f, x$

若信号  $x$  不对称稀疏时,其采用惩罚函数  $\theta$ ,其定义为:

$$\theta(x, r) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -rx, & x < 0 \end{cases} \quad (22)$$

其中,  $r > 0$ , 但其在零点也不可微,即提出另一种可微形式:

$$\theta_\rho(x, r) = \begin{cases} x, & x > \rho \\ f(x), & |x| \leq \rho \\ -rx, & x < -\rho \end{cases} \quad (23)$$

其中,  $f(x) = \frac{1+r}{4}x^2 + \frac{1-r}{2}x + \frac{(1+r)\rho}{4}$ ,  $\|x\| \leq \rho$ 。

为了更好地表示心电信号的细节部分,增强心电信号的稀疏性,恢复更为真实的心电信号,公式可以进一步写成:

$$\tilde{x} = \arg \min \left\{ F(x) = \frac{1}{2} \|H(y-x)\|_2^2 + \lambda_0 \sum_{n=0}^{N-1} \theta_\rho(x, r) + \sum_{i=1}^K \lambda_i \sum_{n=0}^{N_i-1} \phi_B([D_i x]_n) \right\} \quad (24)$$

实验结果表明,该算法虽然能有效去除 BW 噪声,保留细节,但是还存在一定的局限性,即只能根据经验选择参数。

复合惩罚稀疏差分模型算法的步骤如算法 3 所示。

### 算法 3 复合惩罚稀疏差分模型算法

输入:  $y, r \geq 0, A, B, \lambda_i, i=0, \dots, K$

1.  $b = (1-r)/2$
2.  $z = B^T B A^{-1} y - \lambda_0 A^T b$
3. 初始化:  $x = y$
3. 重复以下步骤:
4.  $[\Delta_i]_{n,n} = \frac{\phi'_B([D_i x]_n)}{[D_i x]_n}, i=0, \dots, K$
5.  $P = B^T B + A^T K A$
6.  $K = 2\lambda_0 \Gamma + \sum_{i=0}^K \lambda_i (D_i)^T \Delta_i$
7.  $x = A P^{-1} z$
8. 直到收敛
9.  $H = B A^{-1}$
- $f = y - x - H(y - x)$
10. 输出  $f, x$

Selesnick 在信号处理领域做出了较大贡献,几乎都在利用信号的稀疏性来对信号降噪处理,利用带状托普利兹矩阵来作为字典,提出 SASS<sup>[41]</sup>算法,  $s_1(t)$  被建模为具有稀疏二阶导数的信号,  $s_2(t)$  被建模为低通信号。SASS 算法可以看作是稀疏性基线估计与降噪的特例。文献[42]提出一种结合低通滤波与利用广义极大极小凹罚函数(GMC)稀疏恢复算法的降噪框架,将心电信号建模为低通分量、稀疏分量与噪声之和,然后使用前向-后向分裂(FBS)算法来寻找最优解,并与经典的  $l_1$  范数惩罚函数作了比较。实验结果表明,该方法克服了  $l_1$  范数惩罚函数的低估问题,更好地保留了细节。

### 2.4 基于贝叶斯滤波模型

基于贝叶斯滤波模型的工作原理是在估计理论帮助下估计底层模型的隐藏状态(示意图如图 4 所示)。

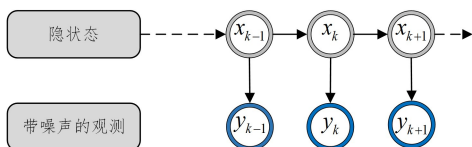


图 4 贝叶斯滤波降噪原理图

Fig. 4 Schematic diagram of Bayesian filtering denoising

其中一个经典的模型就是卡尔曼滤波器(Kalman filtering, KF),还有许多基于该模型的优化模型,如扩展卡尔曼滤波器(Extended Kalman Filter, EKF)、扩展卡尔曼平滑器(Kalman filtering Smooth, EKS)与无迹卡尔曼滤波器(Unscented Kalman Filter, UKF)等<sup>[44]</sup>。

本节主要讨论基于非线性贝叶斯框架的心电信号降噪。在一些应用工程中, KF 只适用于线性系统,不适用于心电降噪。对此,学者们提出了 KF 的高级版本,即 EKF,可用于非线性系统。EKF 在去除噪声方面显示出良好的信噪比与均方误差。EKF 是标准 KF 到非线性系统的扩展。考虑离散时间非线性动态系统,该系统的动态模型可以表示如下<sup>[45]</sup>:

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k, w_k, k) \\ y_k = g(x_k, v_k, k) \end{cases} \quad (25)$$

其中,  $k \in N$  是时间指标,  $x_k$  是  $k$  时刻的状态向量,  $y_k$  是  $k$  时刻的观测向量,  $f$  是系统状态演化映射,  $g$  是状态向量到观测向量的映射,  $w_k$  是  $n$  维过程演化噪声以及协方差矩阵  $Q_k = E\{w_k w_k^T\}$ ,  $v_k$  表示  $m$  维观测噪声以及协方差矩阵  $R_k = E\{v_k v_k^T\}$ 。为了对该系统使用 KF 形式,有必要在期望值的参考点  $(\hat{x}_k, \hat{w}_k, \hat{v}_k)$  附近导出式(25)的线性近似,推出以下近似模型:

$$\begin{cases} x_{k+1} \approx f(\hat{x}_k, \hat{w}_k, k) + A_k(x_k - \hat{x}_k) + F_k(w_k - \hat{w}_k) \\ y_k \approx g(\hat{x}_k, \hat{v}_k, k) + C_k(x_k - \hat{x}_k) + G_k(v_k - \hat{v}_k) \end{cases} \quad (26)$$

其中,  $A_k, F_k, C_k, G_k$  是由式(27)给出的雅可比矩阵。

$$\begin{cases} A_k = \left. \frac{\partial f(x, \hat{w}_k)}{\partial x} \right|_{x_k = \hat{x}_k} \\ F_k = \left. \frac{\partial f(\hat{x}_k, w_k)}{\partial w} \right|_{w_k = \hat{w}_k} \\ C_k = \left. \frac{\partial g(x, \hat{v}_k)}{\partial x} \right|_{x_k = \hat{x}_k} \\ G_k = \left. \frac{\partial g(\hat{x}_k, v)}{\partial v} \right|_{v_k = \hat{v}_k} \end{cases} \quad (27)$$

最终, EKF 方程可以由式(28)给出:

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1}^- = f(\hat{x}_{k+1}^-, w, k) |_{w = \hat{w}_k} \\ r_k = y_k - g(\hat{x}_k^-, v, k) |_{v = \hat{v}_k} \\ K_k = P_k^- C_k^T [C_k P_k^- C_k^T + G_k R_k G_k^T]^{-1} \\ \hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k r_k \\ P_{k+1}^- = A_k P_k^+ A_k^T + F_k Q_k F_k^T \\ P_k^+ = P_k^- - K_k C_k P_k^- \end{cases} \quad (28)$$

其中,  $\bar{w} = E\{w_k\}$ ,  $\bar{v}_k = E\{v_k\}$ ,  $\hat{x}_k^- = E\{x_k | y_{k-1}, \dots, y_1\}$  和  $\hat{x}_k^+ = E\{x_k | y_k, \dots, y_1\}$  是第  $k$  次使用观测值对状态向量的先验估计,  $P_k^-$  与  $P_k^+$  以相同的方式被定义。从式(28)可以看出, EKF 的基本思想是将非线性系统线性化,并通过线性化方程计算出增益矩阵  $K_k$  与协方差矩阵  $Q_k, R_k$ 。

文献[46]比较了 Kalman 滤波器与 Wiener 滤波器,在心电信号降噪方面, Kalman 在信噪比、均方误差等均不及 Wiener 滤波器。Hesar 等<sup>[47]</sup>提出的自适应 Kalman 滤波器组利用两个独立的 Kalman 滤波器,一个处理 QRS 复合波,一个处理 P 波和 T 波,利用 EM 算法来进行迭代与更新参数。与小波变换、经验模式分解等几种常用的心电信号降噪方法的比较表明,该方法能适应不同的心电形态,从而达到良好的

降噪效果。Bodile 等<sup>[48]</sup>提出的容积正交卡尔曼滤波器模型,在去除 MA 噪声与 AWGN 噪声方面,相比于 EKF2 和 EKF3,信噪比有了较大改善。由于心脏噪声和数据伪影的来源并不为人所知,平滑技术被认为是去除噪声的最有效方法,其保留了心电信号的基本特性。最初,平滑技术是由 Savitsky and Golay(SG)应用到心电信号噪声处理上的;现在许多学者在平滑技术上做了进一步扩展,已经发展了一种更一般的无偏有限脉冲响应(UFIR)平滑技术。作为 SG 平滑器推广的特殊情况,该方法利用了递归的快速迭代算法。实验结果表明,UFIR 平滑器能比其他技术产生更高的精度。但它也有缺点,就是不能很好地拟合心电信号。继而基于谐波模型的 UFIR 平滑器被提出,该方法可以产生最佳的降噪效果<sup>[49]</sup>。边缘化粒子扩展卡尔曼滤波(MP-EKF)对去除 AWGN 噪声有最佳表现<sup>[50]</sup>。

2.5 基于深度学习模型

深度学习模型在图像处理和其他领域得到了广泛的应用,并取得了巨大的成功,但直到最近才被用于心电信号处理。近几年的热点主要聚焦在神经网络与深度学习方法上,基于深度学习算法的心电信号降噪研究很有前途,因为它们在多噪声情况下具有很好的泛化能力。而其中基于深度学习方法的模型大多都是由自动编码器功能构建的,其原理如图 5 所示。

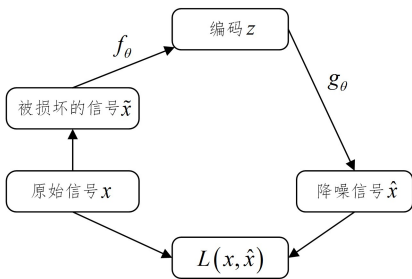


图 5 降噪自动编码器原理图

Fig. 5 Schematic diagram of DAE

图 5 中,  $f$  为非线性编码器函数,  $g$  为非线性解码器函数,  $\theta$  为参数,  $L$  为最小化重构错误。

由 Vincent<sup>[51]</sup>等提出的降噪自动编码器(Denoising Auto-Encoder, DAE)是自动编码器的扩展,该方法尝试从损坏的版本中来重构干净的信号,如图 6 所示。

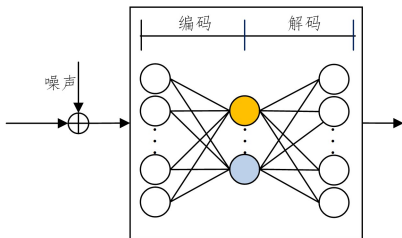


图 6 DAE 降噪示意图

Fig. 6 Schematic of DAE denoising

初始输入的信号  $x$  通过随机映射  $\tilde{x} \sim q(\tilde{x}|x)$  得到所损坏的信号  $\tilde{x}$ , 随后干净信号  $\tilde{x}$  作为初始输入, 通过编码器得到相应的隐藏  $z$ , 并最终通过解码器得到重构后的干净信号  $\hat{x}$ 。其公式如下:

$$\begin{cases} z = f(W\tilde{x} + b) \\ \hat{x} = g(\tilde{W}z + \tilde{b}) \end{cases} \quad (29)$$

其中,  $W$  与  $b$  表示编码器的权重与偏置矩阵,  $\tilde{W}$  与  $\tilde{b}$  表示解码器的权重与偏置矩阵,  $f$  与  $g$  表示非线性激活函数。上述参数是通过优化标准目标函数  $L$  来确定。其中  $L$  表达式如下:

$$L(\theta) = \sum_{n=1}^N \|x - \hat{x}\|_2^2 \quad (30)$$

其中,  $\theta = \{W, b, \tilde{W}, \tilde{b}\}$  表示参数集。

Casas 等<sup>[52]</sup>提出了一种新的编码器-解码器网络结构(见图 7), 其采用降噪自动编码器原理, 提出了一个对抗公式, 在潜在表示部分利用鉴别器来检测潜在表示部分是来自于干净信号还是有噪声信号。

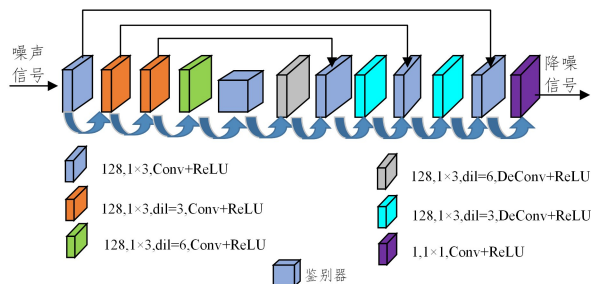


图 7 编码器-解码器网络结构

Fig. 7 Encoder-decoder network architecture

起初, 利用标准重构误差来训练编码器:

$$L_{ED}(f) = E_{x,y} [f_{\theta}(x) - y]^2 \quad (31)$$

在鉴别器中学者构造了四层网络, 为一个卷积层与三个全连接层, 两个激活函数为 Relu 函数与 sigmoid 函数, 鉴别器是将潜在表示分类为干净或有噪声, 最后根据 GAN 网络原始公式, 将目标定义为:

$$L_{GAN}(\phi, D) = E_y [\log(D(\phi(y)))] + E_x [\log(1 - D(\phi(x)))] \quad (32)$$

其中,  $y$  表示干净信号,  $x$  表示有噪声信号。为防止第一项干净信号的鉴别器梯度更新编码器, 引入了  $\lambda$  作为控制项, 重新定义为:

$$L_{GAN}(\phi, D) = \lambda E_y [\lg(D(\phi(y)))] + E_x [\lg(1 - D(\phi(x)))] \quad (33)$$

综上, 最终目标函数表达为:

$$\arg \min_{\phi, f, \lambda=0} \max_{D, \lambda=1} L_{Adv}(\phi, D, \lambda) + L_{ED}(f) \quad (34)$$

其参数主要利用反向传播算法与随机梯度下降法来学习。实验表明, 该降噪方法比一些传统的降噪方法有更好的性能, 可以适用于不同的信号与噪声类型。

Singh 等<sup>[53]</sup>提出基于生成对抗网络(Generative Adversarial Networks, GAN)的降噪模型, 其优势利用 GAN 模型可以将干净心电信号与带噪声心电信号进行端对端训练。GAN 网络起初是由 Goodfellow 等<sup>[54]</sup>提出的利用对抗训练来评估生成的模型, 目前学者们提出了不同的改进版本, 诸如 Adversarial method<sup>[55]</sup>, GAN-ECG<sup>[53]</sup>, LSGAN<sup>[56]</sup> 与 SEG-AN<sup>[57]</sup>等。GAN 可以训练两种不同的模型, 分别为鉴别器(D)模型与生成器(G)模型。生成器用来学习模仿训练数据分布, 而鉴别器则用来判断该数据来自真实数据还是模仿数据, 所以对 G 的训练是通过最大化 D 犯错误的概率下完成

的。因此, GAN 网络可以看作两个玩家的极大极小游戏。其表达式如下:

$$\min_G \max_D V(D, G) = E_{x \sim p_{\text{data}}(x)} [\lg D(x)] + E_{z \sim p_z(z)} [\lg(1 - D(G(z)))] \quad (35)$$

文献[53]在 LSGAN 模型思想上改进,在  $D$  模型中执行二分类问题,  $G$  模型中采用自动编码器原理,  $G$  模型中的编码器与解码器中承载着卷积层,共 16 层,编码器 8 层,解码器与编码器呈对称模型。最终尺寸为:  $1024 \times 1,512 \times 16,256 \times 32,128 \times 64,64 \times 128,32 \times 256,16 \times 512,8 \times 1024$ 。每一个卷积层均与 PReLU 函数相结合(见图 8)。最终建模公式如下:

$$\min_G V_{\text{LSGAN}}(G) = \frac{1}{2} E_{z \sim p_z(z), \tilde{x} \sim p_{\text{data}}(\tilde{x})} [(D(G(z), \tilde{x}) - 1)^2] + \lambda \|G(z, \tilde{x}) - x\|_1 \quad (36)$$

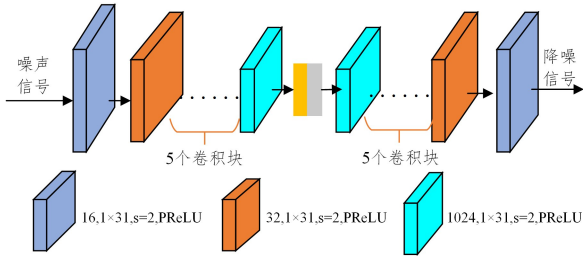


图 8 G 网络编码器-解码器结构

Fig. 8 G network encoder-decoder architecture

参数的选择是通过性能指标进行数次实验来获取最佳值。定性定量评估表明,该技术在多种噪声条件下具有良好的降噪能力。

文献[58]设计了一种深度学习模型——卷积神经网络,以及更为传统的滤波方法和基于小波的心电信号降噪技术。Chiang 等[59]提出的基于全卷积神经网络的降噪编码器模型,有利于去除 EM, BW 与 MA 噪声,这两种技术均用于心电信号降噪。文献[60]提出用 U-net 模型与 DR-net 模型对信号降噪与重构,该方法在很大程度上既能消除噪声,又能保留有效细节。文献[61]介绍了一种利用深度递归神经网络对信号进行降噪的新方法。文献[62]提出基于监督深度因子分析的心电信号降噪算法,该算法充分利用噪声的特点,构建了含噪声心电信号的深度因子分析模型,通过深度因子分析模型的每一层消除高斯噪声信号,整个网络可以消除更多的噪声;此外,该算法不依赖于阈值的设置,降噪性能相当突出。

## 2.6 其他混合方法模型

对于心电信号降噪,一直以来,众多学者尝试结合不同领域的降噪方法,以提高信噪比以及均方误差等。

Dwivedi 等[63]提出的经验模态分解与平稳小波变换(EMD-SWT)和集成经验模态分解与平稳小波变换(EEMD-SWT)降噪新方法,与传统的 EMD 与 EEMD 降噪方法相比,提高了信噪比,可用于去除 PLI 噪声。在去除 PLI 噪声与 BW 噪声方面, Boda 等[64]提出利用经验模态分解(EMD)与经验小波变换(EWT)相结合的方法来抑制心电信号中的噪声。文献[65]利用集成经验模态分解(EEMD)将信号分解成几个本征模函数,引入样本熵计算信号含噪比,再利用非局部均值(NLM)对降噪后的信号进一步降噪,然后重构信号,采用 EEMD-NLM 混合方法来对心电信号进行降噪。还有很多优秀模型,如提升小波变换与全变差最小化(LWT-TVM)

混合模型[66]、经验模态分解与自适应中心加权平均(EMD-ACWA)混合模型[67]、变分模式分解与非局部均值和离散小波变换(VMD-NLM-DWT)[68]、离散小波变换与自动编码器(DWT-DAE)[69]等优秀混合模型。

## 3 性能评价标准

为了分析不同的降噪方法,使用了不同的指标。

### 3.1 均方误差

均方误差(Mean-Square Error, MSE)表示降噪信号与原始信号之间的均方差。公式如下:

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_i - x_r)^2 \quad (37)$$

### 3.2 均方根误差

均方根误差(Root-Mean-Square Error, RMSE)表示降噪信号与原始信号之间均方差的平方根,其公式如下:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_i - x_r)^2} \quad (38)$$

### 3.3 均方根差百分比

均方根差百分比(Percentage-Root-mean-square Difference, PRD)用于计算降噪后信号的质量效果,期望值尽可能低 B 公式如下:

$$\text{PRD} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (x_i - x_r)^2}{\sum_{k=1}^N (x_i)^2}} \cdot 100\% \quad (39)$$

### 3.4 信噪比

信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNRimp)表示降噪后的信噪比与原始输入信号信噪比之间的差异。信噪比越大,降噪性能越好。公式如下:

$$\text{SNR}_{\text{imp}}(\text{dB}) = 10 \cdot \lg \frac{\sum_{k=1}^N (x_i)^2}{\sum_{k=1}^N (x_n - x_i)^2} \quad (40)$$

$$\text{SNR}_{\text{out}}(\text{dB}) = 10 \cdot \lg \frac{\sum_{k=1}^N (x_i)^2}{\sum_{k=1}^N (x_r - x_i)^2} \quad (41)$$

$$\text{SNR}_{\text{imp}}(\text{dB}) = \text{SNR}_{\text{out}}(\text{dB}) - \text{SNR}_{\text{imp}}(\text{dB}) \quad (42)$$

### 3.5 相关系数

相关系数作为一种指标,越高的相关系数所描绘的相似性越高。公式如下[15,70]:

$$C_R = \frac{\sum_{k=1}^N (x_r - \bar{x}_r)(x_i - \bar{x}_i)}{\sqrt{\sum_{k=1}^N (x_i - \bar{x}_i)^2} \sqrt{\sum_{k=1}^N (x_r - \bar{x}_r)^2}} \quad (43)$$

其中,  $x_i$  代表原始信号,  $x_n$  代表噪声信号,  $x_r$  代表降噪后信号,  $\bar{x}_i$  和  $\bar{x}_r$  分别表示相应的信号平均值,  $N$  代表信号中的样本数。

## 4 讨论

本节主要基于现有的降噪技术,在噪声类型、信噪比以及均方根误差百分比方面对降噪方法进行定量分析,数据选取 MIT-BIH 数据库,它是国际标准的心电信号数据库。

本文搜集近 5 年在 WGAN, PLI, BW, EM 与 MA 噪声影响下,结合信噪比等评价标准来探究在心电信号处理方面优秀的降噪模型,定性分析如表 1-表 6 所列。可以发现去除

WGAN 噪声降噪模型较多,并且 WT-VBE 在记录信号为 100 时,输入信噪比为 5 dB 与 10 dB 时表现最佳。EMD-MAF 在记录信号为 100,输入信噪比为 10dB 时仅次于 WT-VBE。记录信号平均时,GAN-ECG 表现出较好的性能。在去除 PLI 噪声时,改善的 NLMS 还是有较高的信噪比,而在平均的记录信号中 DLSR 在其他模型中有较好的优势。对于 BW 噪声,CEEMD-ANN 相结合的模型在输入信噪比为 -2 dB 与 15dB 时表现出 31.57 dB 与 56.69 dB 的信噪比与低的均方误差,Adversarial method 与 GAN-ECG 方法也表现出较好的降噪水平。在对比去除 MA 与 EM 噪声中,Adversarial method 是去除它们的最佳方法。如表 6 所列,在去除复合噪声(BW+MA+EM)时,基于 FCN-DAE 模型优于 DNN-DAE 模型与 CNN-DAE 模型,表现出较好的降噪能力,而在记录

信号为 103 时,HTSD 模型在输入信噪比为 5 dB 与 10 dB 时表现较高的降噪能力。

表 1 BW 噪声去除方法

Table 1 BW noise removal method

SNR <sub>inp</sub>	-2 dB		15 dB	
记录信号	平均			
降噪方法	SNR <sub>imp</sub>	MSE	SNR <sub>imp</sub>	MSE
CEEMD-ANN <sup>[85]</sup>	<b>31.57</b>	<b>0.988</b>	<b>56.69</b>	<b>0.003</b>
SNR <sub>inp</sub>	0 dB		5 dB	
记录信号	103			
降噪方法	SNR	RMSE	SNR	RMSE
Adversarial method <sup>[48]</sup>	<b>40.26</b>	<b>0.003</b>	<b>36.60</b>	<b>0.003</b>
GAN-ECG <sup>[46]</sup>	—	—	<b>30.70</b>	<b>0.019</b>
CPSD <sup>[39]</sup>	12.53	0.095	12.87	0.055
New-DAE <sup>[86]</sup>	23.78	0.026	23.89	0.025

表 2 AWGN 噪声去除方法

Table 2 AWGN noise removal method

SNR <sub>inp</sub>	5 dB		10 dB		5 dB		10 dB	
记录信号	100							
降噪方法	SNR <sub>imp</sub>	PRD	SNR <sub>imp</sub>	PRD	SNR <sub>imp</sub>	PRD	SNR <sub>imp</sub>	PRD
IDTVD <sup>[71]</sup>	13.34	21.59	13.93	20.11	10.97	28.29	11.15	27.71
EMD-ASMF <sup>[22]</sup>	8.87	36.05	12.78	22.98	8.70	36.77	12.50	23.72
GAMNVE <sup>[37]</sup>	10.88	28.65	15.09	17.65	10.16	31.10	14.40	19.08
NIWT <sup>[72]</sup>	5.11	55.54	10.13	31.16	5.13	55.44	10.14	56.32
PLI-SWT <sup>[73]</sup>	4.99	56.30	9.99	31.67	4.99	56.32	9.99	31.68
UHTWS <sup>[37]</sup>	9.90	32.03	14.21	19.52	9.27	34.45	13.58	20.96
EMD <sup>[74]</sup>	4.96	32.00	2.20	25.00	—	—	—	—
CEMD <sup>[10]</sup>	2.50	42.00	1.25	37.00	—	—	—	—
CEEMD <sup>[75]</sup>	11.25	16.00	7.50	13.00	—	—	—	—
EMD-MAF <sup>[76]</sup>	—	—	<b>19.94</b>	<b>3.18</b>	—	—	—	—
WNN <sup>[77]</sup>	13.72	12.00	8.75	11.50	—	—	—	—
WT-VBE <sup>[78]</sup>	<b>25.00</b>	<b>3.16</b>	<b>21.25</b>	<b>2.70</b>	—	—	—	—
EMD-NLM <sup>[79]</sup>	9.20	20.00	8.20	12.00	—	—	—	—
SNR <sub>inp</sub>	5 dB				10 dB			
记录信号	平均							
降噪方法	SNR <sub>imp</sub>	PRD	SNR <sub>imp</sub>	PRD	SNR <sub>imp</sub>	PRD	SNR <sub>imp</sub>	PRD
DWT(sym7)-NLM <sup>[80]</sup>	9.60	18.62	8.70	11.61	9.60	18.62	8.70	11.61
GAN-ECG <sup>[46]</sup>	<b>14.52</b>	<b>6.68</b>	<b>14.64</b>	<b>6.49</b>	<b>14.52</b>	<b>6.68</b>	<b>14.64</b>	<b>6.49</b>
VMD-NLM-DWT <sup>[68]</sup>	10.60	16.60	9.00	11.22	10.60	16.60	9.00	11.22
NewMP-EKF <sup>[62]</sup>	8.00	22.00	3.50	21.00	8.00	22.00	3.50	21.00

表 3 PLI 噪声去除方法

Table 3 PLI noise removal method

记录信号	100		105	
降噪方法	SNR <sub>imp</sub>	MSE	SNR <sub>imp</sub>	MSE
NLMS <sup>[81]</sup>	<b>51.47</b>	<b>0.000211</b>	<b>51.10</b>	<b>0.000226</b>
DWT <sup>[81]</sup>	36.00	0.0074	41.18	0.0022
IIR <sup>[81]</sup>	28.89	0.0381	28.89	0.0376
FIR <sup>[81]</sup>	26.47	0.0668	21.61	0.2031
SNR <sub>inp</sub>	0 dB		5 dB	
记录信号	平均			
降噪方法	SNR <sub>imp</sub>	PRD	SNR <sub>imp</sub>	PRD
DLSR <sup>[82]</sup>	21.90	8.04	19.00	6.31
EWTF <sup>[83]</sup>	22.15	7.81	18.00	7.08

表 4 MA 噪声去除方法

Table 4 MA noise removal method

SNR <sub>inp</sub>	0 dB		5 dB	
记录信号	103			
降噪方法	SNR <sub>imp</sub>	RMSE	SNR <sub>imp</sub>	RMSE
Adversarial method <sup>[48]</sup>	<b>41.36</b>	<b>0.004</b>	<b>38.24</b>	<b>0.003</b>
GAN-ECG <sup>[46]</sup>	—	—	25.34	0.018
New-DAE <sup>[85]</sup>	21.38	0.034	23.33	0.027
SNR <sub>inp</sub>	0 dB		5 dB	
记录信号	平均			
降噪方法	SNR	PRD	SNR	PRD
EMD-ASMF <sup>[22]</sup>	9.30	34.32	9.14	18.95
DLSR <sup>[82]</sup>	10.50	29.85	9.90	17.99

表 5 EM 噪声去除方法

Table 5 EM Noise removal method

SNR <sub>inp</sub>	0 dB		5 dB	
记录信号	103			
降噪方法	SNR <sub>imp</sub>	RMSE	SNR <sub>imp</sub>	RMSE
Adversarial method <sup>[48]</sup>	<b>38.09</b>	<b>0.005</b>	<b>39.39</b>	<b>0.004</b>
GAN-ECG <sup>[46]</sup>	—	—	25.40	0.022
New-DAE <sup>[85]</sup>	22.75	0.029	23.45	0.027

表 6 复合噪声(BW+EM+MA)噪声去除方法

Table 6 (BW+EM+MA) noise removal method

SNR <sub>inp</sub>	-1 dB		7 dB	
记录信号	平均			
降噪方法	SNR <sub>imp</sub>	RMSE	SNR <sub>imp</sub>	RMSE
FCN-DAE <sup>[52]</sup>	<b>15.49</b>	<b>0.063</b>	<b>10.54</b>	<b>0.044</b>
CNN-DAE <sup>[52]</sup>	14.14	0.072	8.37	0.056
DNN-DAE <sup>[52]</sup>	11.75	0.094	5.56	0.077
SNR <sub>inp</sub>	5 dB		10 dB	
记录信号	103			
降噪方法	SNR <sub>imp</sub>	MSE	SNR <sub>imp</sub>	MSE
HTSD <sup>[86]</sup>	<b>28.19</b>	<b>0.0004</b>	<b>25.93</b>	<b>0.0009</b>

基于经验模态分解模型虽然采用数据驱动,但是如果数据有差异,分解的也就有差异,并且 EMD 的模式混叠现象严重。基于小波变换模型,它的频带固定,分解相比于经验模态

分解模型降噪性能更强一些,但是需要人的去设置基函数与阈值函数,以至于它的灵活性相对于经验模态分解模型较差。在信号稀疏表示算法方面,现在学者主要研究在正则化方法与优化算法上,在稀疏表示算法中,许多超参数需要人为的去设定,确定其值后,进行求解,然后将求解结果与目标需求进行比较。如果不满足要求,再调整参数,这必然造成了求解过程的非适应性与非灵活性,目前存在很多问题需要继续深入挖掘。基于贝叶斯滤波模型,虽然可以有效滤除噪声,得到比较准确的状态估计,但是相比于其他模型,计算复杂度与计算效率却大大降低了。最后,基于深度学习模型是近年来兴起的领域,毫无疑问在信号处理领域实现了质的突破,它不仅体现在去噪能力上,而且在训练好的模型中也有很好的泛化能力。但是基于神经网络降噪模型也具有一定的不足,神经网络模型作为一种黑匣子,相比于传统模型,在解释性中却远不足传统模型,这也是接下来研究的主要任务之一。

综上所述,不管针对单一噪声或是复合噪声,基于神经网络的降噪方法在去除噪声中具有较高的降噪能力与泛化能力。此外在最新研究成果中,基于神经网络模型的降噪方法在临床实践中具有较好的应用前景。

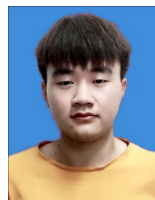
**结束语** 本文讨论了5种心电信号降噪模型,对各种降噪模型的理论及原理以及经典降噪技术进行了归纳总结,并且搜集了近5年降噪模型在去除各种噪声上的优秀模型。继而得出:WT-VBE,EMD-MAF与GAN-ECG模型最适合去除AWGN噪声;在去除MA与EM噪声中,Adversarial method是最佳方法;对于BW噪声,CEEMD-ANN相结合的模型与Adversarial method模型表现较好;去除PLI噪声中,改进之后的NLMS模型在众多模型中表现最佳。心电信号降噪是心电信号处理的重要研究方向,特别是提出一种降噪能力与泛化能力高的模型尤为重要,在信号处理领域具有广阔的应用前景。一般,相对于传统降噪方法,深度学习方法可以获得更好的准确性与精确性。在下一步的研究工作中,我们将在深度学习方向提出一种泛化能力强的降噪模型。此外,深度神经网络作为一种黑匣子,缺乏可解释性。我们将研究深度学习方法与传统方法相结合的降噪模型,以提出一种可解释的且学习能力强的神经网络模型。心电信号的降噪研究,对实现移动心电的实时可靠监测和移动心电设备的大规模应用推广具有重要意义。

## 参 考 文 献

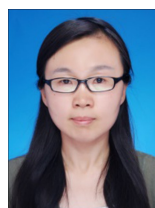
- [1] HOSNY K M, KHALID A M, MOHAMED E R. Efficient compression of bio-signals by using Tchebichef moments and Artificial Bee Colony[J]. *Biocybernetics and Biomedical Engineering*, 2018, 38(2): 385-398.
- [2] SARITHA C, SUKANYA V, MURTHY Y N. ECG signal analysis using wavelet transforms[J]. *Bulg. J. Phys.*, 2008, 35(1): 68-77.
- [3] LIU J, YIN L, HE C, et al. A multiscale autoregressive model-based electrocardiogram identification method[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 18251-18263.
- [4] CLIFFORD G D, AZUAJE F, MCSHARRY P. ECG statistics, noise, artifacts, and missing data[J]. *Advanced Methods and Tools for ECG Data Analysis*, 2006, 6(1): 18.
- [5] SATIJA U, RAMKUMAR B, MANIKANDAN M S. A review of signal processing techniques for electrocardiogram signal quality assessment[J]. *IEEE Reviews in Biomedical Engineering*, 2018, 11: 36-52.
- [6] GACEK A, PEDRYCZ W. ECG signal processing, classification and interpretation: a comprehensive framework of computational intelligence[M]. Springer Science & Business Media, 2011.
- [7] JOY J, MANIMEGALAI P. Wavelet based EMG artifact removal from ECG signal[J]. *J Eng Comp & Appl Sci*, 2013, 2: 55-58.
- [8] MAKDESSY C, CAO H, PEYRODIE L, et al. A comparative analysis of ECG denoising methods[C]//2020 IEEE 20th International Conference on Bioinformatics and Bioengineering (BIBE). IEEE, 2020: 853-858.
- [9] CHATTERJEE S, THAKUR R S, YADAV R N, et al. Review of noise removal techniques in ECG signals[J]. *IET Signal Processing*, 2020, 14(9): 569-590.
- [10] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A: Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 1998, 454(1971): 903-995.
- [11] HUANG N E, NII O. Attoh-Okine, eds. The Hilbert-Huang transform in engineering[M]. Taylor & Francis, 2005.
- [12] DAVID L, DONOHO J. Denoising by soft-thresholding[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1995, 41(3): 613-627.
- [13] LI G, ULLAH S M W, LI B, et al. Baseline Wander Removal for ECG Signals Based on Improved EMD[C]//2020 15th IEEE International Conference on Signal Processing (ICSP). IEEE, 2020: 484-487.
- [14] ZHANG D, WANG S, LI F, et al. An Efficient ECG Denoising Method Based on Empirical Mode Decomposition, Sample Entropy, and Improved Threshold Function[J]. *Wireless Communications and Mobile Computing*, 2020, 2020(2): 1-11.
- [15] YAO L, PAN Z. A new method based CEEMDAN for removal of baseline wander and powerline interference in ECG signals[J]. *Optik*, 2020, 223: 165566.
- [16] TEJA K, TIWARI R, MOHANTY S. Adaptive denoising of ECG using EMD, EEMD and CEEMDAN signal processing techniques[J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, 1706(1): 012077.
- [17] MOHGUEN W, BEKKA R E. Comparative Study of ECG Signal Denoising by Empirical Mode Decomposition and Thresholding Functions[C]//2019 6th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ICEEE). IEEE, 2019: 126-130.
- [18] ZEBIN L, WEI L, LIFU G, et al. Research on ECG Denoising method Based on Empirical Mode Decomposition and Wavelet Transform[C]//2020 IEEE 5th International Conference on Signal and Image Processing (ICSIP). IEEE, 2020: 675-679.
- [19] VARGAS R N, VEIGA A C P. Electrocardiogram signal denoising by clustering and soft thresholding[J]. *IET Signal Processing*, 2018, 12(9): 1165-1171.
- [20] THAKRAN S. A hybrid GPFA-EEMD\_Fuzzy threshold method for ECG signal de-noising[J]. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 2020, 39(5): 6773-6782.
- [21] YIN J, CHEN X, ZHANG P, et al. Research on ECG Signal Denoising by Combination of EEMD and NLM[C]//2020 Chinese Control And Decision Conference (CCDC). IEEE, 2020: 5033-5038.
- [22] RAKSHIT M, DAS S. An efficient ECG denoising methodology

- using empirical mode decomposition and adaptive switching mean filter[J]. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2018, 40:140-148.
- [23] TAN Y, DU L. Study on wavelet transform in the processing for ECG signals[C]//2009 WRI World Congress on Software Engineering. IEEE, 2009:515-518.
- [24] DONOHO D L, JOHNSTONE J M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage[J]. *Biometrika*, 1994, 81(3):425-455.
- [25] NASON G P. Wavelet function estimation using cross-validation [M]// *Wavelets and Statistics*. Springer Verlag, 1995:281-299.
- [26] NASON G P. The wavethresh package; wavelet transform and thresholding software for S[J]. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 1994, 3(2):163-191.
- [27] VIDAKOVIC B. Nonlinear wavelet shrinkage with Bayes rules and Bayes factors[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1998, 93(441):173-179.
- [28] ABRAMOVICH F, BENJAMINI Y. Adaptive thresholding of wavelet coefficients[J]. *Computational Statistics & Data Analysis*, 1996, 22(4):351-361.
- [29] DONOHO D L, JOHNSTONE I M. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1995, 90(432):1200-1224.
- [30] GON A, MUKHERJEE A. Removal of Noises from an ECG Signal Using an Adaptive S-Median Thresholding Technique [C]//2020 IEEE Applied Signal Processing Conference (ASP-CON). IEEE, 2020:89-93.
- [31] LATIF R, JENKAL W, TOUMANARI A, et al. Electrocardiogram Signal Denoising Using a Hybrid Technique[J]. *International Journal of Bioengineering and Life Sciences*, 2017, 11(3):256-259.
- [32] KUMAR A, TOMAR H, MEHLA V K, et al. Stationary wavelet transform based ECG signal denoising method[J]. *ISA transactions*, 2021, 114:251-262.
- [33] PRASHAR N, SOOD M, JAIN S. Design and implementation of a robust noise removal system in ECG signals using dual-tree complex wavelet transform[J]. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2021, 63:102212.
- [34] NAHAR A K. Adaptive symlet filter based on ECG baseline wander removal[J]. *Serbian Journal of Electrical Engineering*, 2020, 17(2):187-197.
- [35] CHEN C C, TSUI F R. Comparing different wavelet transforms on removing electrocardiogram baseline wanders and special trends[J]. *BMC Medical Informatics and Decision Making*, 2020, 20(11):1-10.
- [36] ZHUANG C, LIAO P. An improved empirical wavelet transform for noisy and non-stationary signal processing[J]. *IEEE Access*, 2020, 8:24484-24494.
- [37] VARGAS R N, VEIGA A C P. Electrocardiogram signal denoising by a new noise variation estimate[J]. *Research on Biomedical Engineering*, 2020, 36(1):13-20.
- [38] TROPP J A, GILBERT A C, MARTIN J S, et al. Algorithms for simultaneous sparse approximation[C]// *EURASIP J. App. Signal Processing*. 2006.
- [39] SHI H. ECG Baseline Estimation and Denoising With Group Sparse Regularization[J]. *IEEE Access*, 2021(9):23595-23607.
- [40] WANG X, ZHOU Y, SHU M, et al. ECG baseline wander correction and denoising based on sparsity[J]. *IEEE access*, 2019, 7:31573-31585.
- [41] SELESNICK I. Sparsity-assisted signal smoothing (revisited) [C]//2017 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). IEEE, 2017:4546-4550.
- [42] JIN Z Y. Sparse ECG denoising with generalized minimax concave penalty[J]. *Sensors*, 2019, 19(7):1718.
- [43] GUPTA R, NARAYANAN N, GUPTA P, et al. Modified Adaptive Dictionary Reconstruction Framework for Compressed Sensing of ECG Signals[C]//2020 International Conference on Communication and Signal Processing (ICCSP). Chennai, India, 2020:0006-0011.
- [44] SAMENI R, SHAMSOLLAHI M B, JUTTEN C, et al. A nonlinear Bayesian filtering framework for ECG denoising[J]. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2007, 54(12):2172-2185.
- [45] OUALI M A, CHAFAA K, GHANAI M, et al. ECG denoising using extended Kalman filter[C]//2013 International Conference on Computer Applications Technology (ICCAT). IEEE, 2013:1-6.
- [46] MANJU B R, SNEHA M R. ECG Denoising using Wiener filter and Kalman filter[J]. *Procedia Computer Science*, 2020, 171:273-281.
- [47] HESAR H D, MOHEBBI M. An adaptive Kalman filter bank for ECG denoising[J]. *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, 2020, 25(1):13-21.
- [48] BODILE R M, RAO T V K H. ECG Denoising Using Cubature Quadrature Kalman Filter Approach [C]//2020 IEEE India Council International Subsections Conference (INDISCON). IEEE, 2020:216-220.
- [49] LASTRE-DOMÍNGUEZ C, IBARRA-MANZANO O, ANDRADE-LUCIO J A, et al. Denoising ECG Signals Using Unbiased FIR Smoother and Harmonic State-Space Model[C]//2020 28th European Signal Processing Conference (EUSIPCO). IEEE, 2021:1279-1283.
- [50] HESAR H D, MOHEBBI M. An adaptive particle weighting strategy for ECG denoising using marginalized particle extended Kalman filter: An evaluation in arrhythmia contexts[J]. *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, 2017, 21(6):1581-1592.
- [51] VINCENT P, LAROCHELLE H, BENGIO Y, et al. Extracting and composing robust features with denoising autoencoders [C]// *Proceedings of the 25th International Conference on Machine Learning*. 2008:1096-1103.
- [52] CASAS L. Adversarial signal denoising with encoder-decoder networks[C]//2020 28th European Signal Processing Conference (EUSIPCO). IEEE, 2021.
- [53] SINGH P, PRADHAN G. A new ECG denoising framework using generative adversarial network[J]. *IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics*, 2020, 18(2):759-764.
- [54] GOODFELLOW I J, POUGET-ABADIE J, MIRZA M, et al. Generative adversarial networks[J]. *arXiv:1406.2661*, 2014.
- [55] WANG J, LI R, LI R, et al. Adversarial de-noising of electrocardiogram[J]. *Neurocomputing*, 2019, 349:212-224.
- [56] MAO X, LI Q, XIE H, et al. Least squares generative adversarial networks[C]// *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*. 2017:2794-2802.
- [57] PASCUAL S, BONAFONTE A, SERRA J. SEGAN: Speech enhancement generative adversarial network [J]. *arXiv:1703.09452*, 2017.
- [58] ARSENE C. Design of Deep Convolutional Neural Network Ar-

- chitectures for Denoising Electrocardiographic Signals [C] // 2020 IEEE Conference on Computational Intelligence in Bioinformatics and Computational Biology (CIBCB). Via del Mar, Chile, 2020; 1-8.
- [59] CHIANG H T. Noise reduction in ECG signals using fully convolutional denoising autoencoders [J]. *IEEE Access*, 2019 (7): 60806-60813.
- [60] QIU L S. A two-stage ECG signal denoising method based on deep convolutional network [J]. *Physiological Measurement*, 2021, 42(11): 115002.
- [61] KAROL A. Deep recurrent neural networks for ECG signal denoising [J]. *arXiv*: 1807. 11551, 2018.
- [62] WANG G. ECG signal denoising based on deep factor analysis [J]. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2020 (57): 101824.
- [63] DWIVEDI, KUMAR A. Noise Reduction in ECG Signal Using Combined Ensemble Empirical Mode Decomposition Method with Stationary Wavelet Transform [J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2021, 40(2): 827-844.
- [64] SOMARAJU B, MANJUNATHA M, PRANAB K D. A hybrid method for removal of power line interference and baseline wander in ECG signals using EMD and EWT [J]. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2021(67): 102466.
- [65] YIN J F. Research on ECG Signal Denoising by Combination of EEMD and NLM [C] // 2020 Chinese Control And Decision Conference (CCDC). IEEE, 2020.
- [66] TALBI M, RIADH B, MED S B. A New Technique of ECG Denoising based on LWT and Total Variation Minimization ECG Denoising [C] // 2020 21st International Arab Conference on Information Technology (ACIT). IEEE, 2020.
- [67] TELLALA I, AMARDJIA N, KESMIA A. A Modified EMD-ACWA Denoising Scheme using a Noise-only Model [J]. *Engineering, Technology & Applied Science Research*, 2020, 10(2): 5470-5476.
- [68] SINGH P, PRADHAN G. Variational mode decomposition based ECG denoising using non-local means and wavelet domain filtering [J]. *Australasian Physical & Engineering Sciences in Medicine*, 2018, 41(4): 891-904.
- [69] ALHUSSAINY A, JASIM A D. ECG signal denoising based on deep learning auto encoder and discrete wavelet transform [J]. *International Journal of Engineering & Technology*, 2020, 9(2): 415.
- [70] ZHANG M, WEI G. An integrated EMD adaptive threshold denoising method for reduction of noise in ECG [J]. *Plos one*, 2020, 15(7): e0235330.
- [71] CONDAT L. A direct algorithm for 1-D total variation denoising [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2013, 20(11): 1054-1057.
- [72] HAN G, XU Z. Electrocardiogram signal denoising based on a new improved wavelet thresholding [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2016, 87(8): 084303.
- [73] GARCÍA M, MARTÍNEZ-INIESTA M, RÓDENAS J, et al. A novel wavelet-based filtering strategy to remove powerline interference from electrocardiograms with atrial fibrillation [J]. *Physiological Measurement*, 2018, 39(11): 115006.
- [74] BLANCO-VELASCO M, WENG B, BARNER K E. ECG signal denoising and baseline wander correction based on the empirical mode decomposition [J]. *Computers in Biology and Medicine*, 2008, 38(1): 1-13.
- [75] WU Z, HUANG N E. Ensemble empirical mode decomposition: a noise-assisted data analysis method [J]. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2009, 1(1): 1-41.
- [76] SINGH O, SUNKARIA R K. ECG signal denoising based on empirical mode decomposition and moving average filter [C] // 2013 IEEE International Conference on Signal Processing, Computing and Control (ISPCC). IEEE, 2013: 1-6.
- [77] KAERGAARD K, JENSEN S H, PUTHUSSERYPADY S. A comprehensive performance analysis of EEMD-BLMS and DWT-NN hybrid algorithms for ECG denoising [J]. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2016, 25: 178-187.
- [78] AMINDAVAR H, NARAGHI F. Wavelet-based variational Bayesian ECG denoising [C] // 2017 3rd International Conference on Pattern Recognition and Image Analysis (IPRIA). IEEE, 2017: 7-12.
- [79] KUMAR S, PANIGRAHY D, SAHU P K. Denoising of Electrocardiogram (ECG) signal by using empirical mode decomposition (EMD) with non-local mean (NLM) technique [J]. *Biocybernetics and Biomedical Engineering*, 2018, 38(2): 297-312.
- [80] SINGH P, PRADHAN G, SHAHNAWAZUDDIN S. Denoising of ECG signal by non-local estimation of approximation coefficients in DWT [J]. *Biocybernetics and Biomedical Engineering*, 2017, 37(3): 599-610.
- [81] SAXENA S, JAIS R, HOTA M K. Removal of powerline interference from ECG signal using FIR, IIR, DWT and NLMS adaptive filter [C] // 2019 International Conference on Communication and Signal Processing (ICCSP). IEEE, 2019: 12-16.
- [82] RAKSHIT M, DAS S. Hybrid approach for ECG signal enhancement using dictionary learning-based sparse representation [J]. *IET Science, Measurement & Technology*, 2019, 13(3): 381-391.
- [83] SINGH O, SUNKARIA R K. ECG signal denoising via empirical wavelet transform [J]. *Australasian Physical & Engineering Sciences in Medicine*, 2017, 40(1): 219-229.
- [84] BIROK R. ECG Denoising Using Artificial Neural Networks and Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition [J]. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 2021, 12(2): 2382-2389.
- [85] BIROK R. ECG Denoising Using Artificial Neural Networks and Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition [J]. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 2021, 12(2): 2382-2389.
- [86] OUALI M A, TINOUNA A, GHANAI M, et al. Electrocardiogram Signal Denoising by Hilbert Transform and Synchronous Detection [J]. *International Journal Bioautomation*, 2020, 24(4): 323.



**HOU Yanrong**, born in 1999, postgraduate. His main research interests include intelligent system and its application in engineering, and medical signal processing.



**LIU Ruixia**, born in 1976, associate researcher, master supervisor. Her main research interests include signal processing and medical artificial intelligence.