



计算机科学

COMPUTER SCIENCE

Pauli噪声环境下任意二粒子受控短距离隐形传态

向生建

引用本文

向生建. Pauli噪声环境下任意二粒子受控短距离隐形传态[J]. 计算机科学, 2023, 50(6A): 220700024-4.

XIANG Shengjian. [Controlled Short-distance Quantum Teleportation for Arbitrary Two-particles State in Pauli Noise Environment](#) [J]. Computer Science, 2023, 50(6A): 220700024-4.

相似文章推荐 (请使用火狐或 IE 浏览器查看文章)

Similar articles recommended (Please use Firefox or IE to view the article)

[基于双重二维混沌映射的压缩图像加密方案](#)

Compressed Image Encryption Scheme Based on Dual Two Dimensional Chaotic Map

计算机科学, 2022, 49(8): 344-349. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.210700235>

[面向多无人系统的安全协同模型](#)

Secure Coordination Model for Multiple Unmanned Systems

计算机科学, 2022, 49(7): 332-339. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.210600107>

[适用于物联网环境的无证书广义签密方案](#)

New Certificateless Generalized Signcrypton Scheme for Internet of Things Environment

计算机科学, 2022, 49(3): 329-337. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.201200256>

[一个强安全的无证书签名方案的分析和改进](#)

Security Analysis and Improvement of Strongly Secure Certificateless Digital Signature Scheme

计算机科学, 2021, 48(10): 272-277. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.201200117>

[改进的具有前向安全性的无证书代理盲签名方案](#)

Improved Certificateless Proxy Blind Signature Scheme with Forward Security

计算机科学, 2021, 48(6A): 529-532. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.200700049>

Pauli 噪声环境下任意二粒子受控短距离隐形传态

向生建

四川师范大学数学科学学院 成都 610066

摘要 量子隐形传态是量子通信中研究的热点之一。有别于传统的隐形传态方案,短距离隐形传态通过加强两个参与者距离上的限制以进一步节约宝贵的量子纠缠资源。但这样的限制同时也增加了传输双方作弊的可能。为此,文中在现有短距离隐形传输研究的基础上加入第三方控制者,提高了传输过程的安全性。同时,由于粒子在传输过程中不可避免地会遭受信道噪声的影响,理想环境下的隐形传输是不可能的。保真度是刻画传输前后量子态相似性的工具,文中进一步分析了作为普遍使用的噪声信道模型即 Pauli 噪声信道对二粒子受控短距离隐形传输保真度的影响。最终得出,不同类型的 Pauli 噪声信道下,发送者所传输二粒子的纠缠程度不同保真度也不同。这为短距离隐形传输的实验研究以及量子网络发展提供了一些参考价值。

关键词: 量子隐形传态;短距离;控制者;安全性;Pauli 噪声;保真度

中图分类号 TP309

Controlled Short-distance Quantum Teleportation for Arbitrary Two-particles State in Pauli Noise Environment

XIANG Shengjian

School of Mathematical Science, Sichuan Normal University, Chengdu 610066, China

Abstract The quantum teleportation is one of the hot topics in the quantum communication. The short-distance teleportation, different from the traditional teleportation, can further save costly quantum entanglement resource based on the restriction in the distance. However, this also increases the probability in terms of cheating for the participants. Therefore, this paper proposes another short-distance quantum teleportation for arbitrary two-particles state scheme with a controller in order to enhance the safety. At the same time, it is impossible for quantum teleportation in an ideal environment, due to a fact that the particle will be inevitably affected by the noise channel during the distributing period. This paper also analyzes the influence of Pauli noise, which is a widely used noise channel model, on the fidelity of a two-particles state. As a result, the different concurrence in the two-particles state can generate different fidelity in some typical Pauli noise channel. This research can provide some theoretical value in the aspect of quantum communication network and the experiment research.

Keywords Quantum teleportation, Short-distance, Controller, Safety, Pauli noise, Fidelity

1 引言

量子通信作为量子力学与信息论的结合,拥有无条件安全等独特的性质。而量子隐形传态作为量子通信中重要组成部分,其自 1993 年 Bennett 等^[1]发现以来就得到了广泛的关注。最初的隐形传态方案利用一对 $X = |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|$ 作为量子信道,使得两个遥远的参与者能单向传输一个任意的未知单粒子态。基于这个开创性的想法,大量的隐形传态协议被提出。在对粒子传输方向与参与者个数方面进行推广时,学者们提出了受控量子隐形传态^[2-4]、双向量子隐形传态^[5-8]、循环量子隐形传态^[9]、多跳量子隐形传态^[10-11]以及概率隐形传态^[12-13]等。在传输信道方面,不少研究发现能作为量子信道的纠缠态也丰富多样,如 $X = |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|$ 态^[14]、 $X = |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|$ 态^[15-16]、 $X = |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|$ 态^[17]等。这些协议中大部分都是利用量子纠缠现象作为信道,而量子纠缠本身就是宝贵的量子资源。

短距离隐形传态作为量子计算的子程序在量子芯片方面有着重要的应用^[18]。最近 Tan 等^[19]提出了短距离条件下的二粒子隐形传态方案。该方案在纠缠资源方面只需要一对 $X = |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|$ 对便能完成任意未知二粒子态的传输。相比于上述方案,该方案节约的量子纠缠资源。随后 Xiong 等^[20]提出的双向同时短距离传输同样能节约一定的纠缠资源,同时其考虑了如何通过多跳的方式将之拓展为长距离传输。总之,短距离传态有着广阔的应用前景,但短距离在拥有获取资源等方面优势的同时也附加了参与者之间的距离限制,这将导致参与者作弊概率的增加。因此在短距离传输中加入第三方控制者是很有必要的。

另一方面,在现实生活中粒子传输不可避免地受到噪声的影响。噪声会导致纠缠的粒子退相干,从而使得隐形传态中传输粒子的状态发生改变。保真度作为刻画量子状态相似性的工具,常在隐形传态中用于衡量传输前后粒子状态的差异程度,即传输效果的高低。因此,在隐形传态中分析保真度

基金项目:四川省重点研发计划(2020YFG0290);成都市量子科技计划(2021-YF09-00116-GX)

This work was supported by the Key R&D Program of Sichuan Province(2020YFG0290) and Chengdu Science and Technology Plan(2021-YF09-00116-GX).

通信作者:向生建(xsj.newmail@163.com)

的变化与提高保真度的方法引起了大量学者的注意。Oh 等^[21]于 2002 首次研究了隐形传态在噪声信道下的保真度变化。随后抗噪声的方法相继被提出,如量子纠错码^[22-25]、无消相干子空间^[26-28]、纠缠蒸馏^[29-30]、弱测量与恢复测量^[5,31-34]等。特别的,对于不同噪声类型的信道,所使用的方法以及对保真度的影响也不同。而一般泡利信道是使用最普遍的信道模型^[35],因此分析 Pauli 噪声对整个传输过程中粒子保真度的影响有着重要的意义。

本文利用 $X=|0\rangle\langle 1|+|1\rangle\langle 0|$ 态使得在双方参与的短距离二粒子隐形传态中加入第三方控制者以提高传输的安全性,同时分析 Pauli 噪声信道对所提方案的传输保真度的影响。比特翻转噪声、相位翻转噪声、退极化噪声是典型的 Pauli 噪声,本文最终发现不同类型的 Pauli 噪声信道下,发送者所传输二粒子的纠缠程度对保真度有着不同的影响。

2 任意二粒子受控短距离隐形传态

假设 Alice 要传送状态为 $|\psi\rangle_{A_1A_2}=(a_{00}|00\rangle+a_{01}|01\rangle+a_{10}|10\rangle+a_{11}|11\rangle)_{A_1A_2}$ 的任意未知二粒子给 Bob,其中系数 $a_{ij}(i,j\in\{0,1\})$ 满足归一化条件 $\sum_{i,j=0}^1|a_{ij}|^2=1$ 。同时该任务是在控制者 Charlie 的监控下完成的,他决定着任务是否完成以及任务何时完成。本文的传送方案采用量子态 $|GHZ\rangle_{123}=\frac{1}{\sqrt{2}}(|010\rangle+|101\rangle)_{123}$ 作为量子信道。Charlie 制备完成该信道后,将其中的 1 粒子分发给 Alice,2 粒子分发给 Bob,3 粒子留在自己手中。量子信道的构造方式如下:

- (1) Charlie 准备 3 个位于基态的单量子比特 $|0\rangle_1, |0\rangle_2, |0\rangle_3$;
- (2) 对 1 粒子执行 H 门操作,此时 3 个粒子的状态处于 $|GHZ'\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle+|100\rangle)_{123}$;
- (3) 对 1,2 粒子执行 CX 门操作,其中 1 粒子为控制位,2 粒子为目标位;接着再对 1,3 粒子执行同样的 CX 门操作,其中 1 粒子为控制位,3 粒子为目标位。此时 3 个粒子的状态处于 $|GHZ''\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle+|111\rangle)_{123}$ 。
- (4) Charlie 再对 2 粒子执行 $X=|0\rangle\langle 1|+|1\rangle\langle 0|$ 操作,状态 $|GHZ'\rangle$ 将演变成 $|GHZ\rangle$ 。整个制备过程的线路图如图 1 所示。

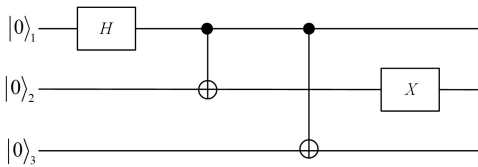


图 1 信道制备过程
Fig. 1 Channel preparation process

在粒子分发阶段完成后,Alice 与 Bob 联合准备处于基态的辅助粒子 $|0\rangle_4$ 。此时,整个系统的总态为:

$$|\mathcal{G}'\rangle=|\psi\rangle_{A_1A_2}\otimes|W\rangle_{123}|0\rangle_4$$

为完成任意二粒子的受控短距离隐形传态,具体的方案设计如下:

Step 1 Alice 在 4 粒子上执行 H 门操作。此时总态 $|\mathcal{G}'\rangle$ 演化成

$$|\mathcal{G}'\rangle=(a_{00}|00\rangle+a_{01}|01\rangle+a_{10}|10\rangle+a_{11}|11\rangle)_{A_1A_2}\otimes$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|010\rangle+|101\rangle)_{123}\otimes\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle+|1\rangle)_4$$

$$=\frac{1}{2}(a_{00}|000100\rangle+a_{01}|010100\rangle+a_{10}|100100\rangle+a_{11}|110100\rangle+a_{00}|001010\rangle+a_{01}|011010\rangle+a_{10}|101010\rangle+a_{11}|111010\rangle+a_{00}|000101\rangle+a_{01}|010101\rangle+a_{10}|100101\rangle+a_{11}|110101\rangle+a_{00}|001011\rangle+a_{01}|011011\rangle+a_{10}|101011\rangle+a_{11}|111011\rangle)_{A_1A_21234}$$

Step 2 Alice 在 $A_2, 4$ 粒子之间执行 CX 操作,其中 4 粒子为控制位, A_2 粒子为目标位。

Step 3 Alice 在 $A_1, 1$ 粒子之间执行 CX 操作,其中 A_1 粒子为控制位,1 粒子为目标位。

Step 4 Alice 在 1 粒子上执行 X 门,并在 A_1 粒子上执行 H 门,此时总态可表示为:

$$|\mathcal{G}''\rangle=\frac{1}{2\sqrt{2}}(a_{00}|001100\rangle+a_{00}|101100\rangle+a_{01}|011100\rangle+a_{01}|111100\rangle+a_{10}|000100\rangle-a_{10}|100100\rangle+a_{11}|010100\rangle-a_{11}|110100\rangle+a_{00}|000010\rangle+a_{00}|100010\rangle+a_{01}|010010\rangle+a_{01}|110010\rangle+a_{10}|001010\rangle-a_{10}|101010\rangle+a_{11}|011010\rangle-a_{11}|111010\rangle+a_{00}|011101\rangle+a_{00}|111101\rangle+a_{01}|001101\rangle+a_{01}|101101\rangle+a_{10}|010101\rangle-a_{10}|110101\rangle+a_{11}|000101\rangle-a_{11}|100101\rangle+a_{00}|010011\rangle+a_{00}|110011\rangle+a_{01}|000011\rangle+a_{01}|100011\rangle+a_{10}|011011\rangle-a_{10}|111011\rangle+a_{11}|001011\rangle-a_{11}|101011\rangle)_{A_1A_21234}$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{2}}[|000\rangle_{A_1A_1,1}(a_{00}|010\rangle+a_{10}|100\rangle+a_{01}|011\rangle+a_{11}|101\rangle)_{234}+|001\rangle_{A_1A_1,1}(a_{00}|100\rangle+a_{10}|010\rangle+a_{01}|101\rangle+a_{11}|011\rangle)_{234}+|010\rangle_{A_1A_1,1}(a_{00}|011\rangle+a_{10}|101\rangle+a_{01}|010\rangle+a_{11}|100\rangle)_{234}+|011\rangle_{A_1A_1,1}(a_{00}|101\rangle+a_{10}|011\rangle+a_{01}|100\rangle+a_{11}|010\rangle)_{234}+|100\rangle_{A_1A_1,1}(a_{00}|010\rangle-a_{10}|100\rangle+a_{01}|011\rangle-a_{11}|101\rangle)_{234}+|101\rangle_{A_1A_1,1}(a_{00}|100\rangle-a_{10}|010\rangle+a_{01}|101\rangle-a_{11}|011\rangle)_{234}+|110\rangle_{A_1A_1,1}(a_{00}|011\rangle-a_{10}|101\rangle+a_{01}|010\rangle-a_{11}|100\rangle)_{234}+|111\rangle_{A_1A_1,1}(a_{00}|101\rangle-a_{10}|011\rangle+a_{01}|100\rangle-a_{11}|010\rangle)_{234}]$$

Step 5 Alice 对 $A_1, A_2, 1$ 粒子执行基为 $\{|ijk\rangle\}(i,j,k\in\{0,1\})$ 的测量。并将测量结果广播给 Bob。

Step 6 Charlie 对手上的 3 粒子执行 H 变换。不失一般性,若 Alice 的测量结果为 000,Charlie 对 3 粒子执行 H 变换后,2,3,4 粒子的状态可表示为:

$$(a_{00}|00\rangle+a_{01}|01\rangle+a_{10}|10\rangle+a_{11}|11\rangle)_{24}|0\rangle_3+(a_{00}|00\rangle+a_{01}|01\rangle-a_{10}|10\rangle-a_{11}|11\rangle)_{24}|1\rangle_3$$

接着 Charlie 再对 3 粒子执行 Z 基测量。若它同意任务执行,则将测量结果 $|l\rangle(l\in\{0,1\})$ 广播给 Bob。

Step 7 Bob 接收到 Alice 与 Charlie 的测量结果后对 2, 4 粒子执行相应的 Pauli 操作。

$$X_l^i X_2^k Z_4^{l\oplus i}$$

在忽略一个全局相位因子的情况下恢复目标状态,其中 $Z=|0\rangle\langle 0|-|1\rangle\langle 1|$,矩阵的下标表示其作用的粒子位数。

3 Pauli 噪声环境下的影响分析

在现实生活中粒子的传输不可避免地会受到信道噪声的

影响, 本文假设 1 粒子所在的信道为噪声信道。而一般泡利信道是使用最普遍的信道模型, 其 Kraus 表示为:

$$\epsilon(\rho) = \sum_{i=1}^3 p_i (\sigma^{(i)} \otimes I) \rho (\sigma^{(i)} \otimes I)^\dagger$$

其中

$$\sigma^{(1)} = |0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|, \sigma^{(1)} = X$$

$$\sigma^{(2)} = i(|0\rangle\langle 1| - |1\rangle\langle 0|), \sigma^{(2)} = Z$$

并且 $p_i (i=0, 1, 2, 3)$ 为 $\sigma^{(i)}$ 发生的概率且满足 $\sum_{i=1}^3 p_i = 1$ 。当 1 粒子在 Charlie 的分发过程中经过此噪声信道后, 量子信道的密度矩阵在基 $\{|ijk\rangle\} (i, j, k=0, 1)$ 表示为:

$$\rho_{22}^p = \rho_{77}^p = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)$$

$$\rho_{27}^p = \rho_{72}^p = \frac{1}{2}(p_1 - p_2)$$

$$\rho_{33}^p = \rho_{66}^p = \frac{1}{2}(p_0 + p_3)$$

$$\rho_{36}^p = \rho_{63}^p = \frac{1}{2}(p_0 - p_3)$$

另一方面, 保真度可以描述两个状态的接近程度, 因此隐形传态中常用保真度刻画传输的效果。根据文献[36-37], 对于任意的量子态 ρ 态 $|\psi\rangle$, 二者之间的保真度为 $F(\rho, |\psi\rangle) = \langle \psi | \rho | \psi \rangle$ 。

在受噪声影响的信道上完成第 2 节所描述的二粒子受控短距离隐形传态过程后, 根据 Alice 与控制者 Charlie 的测量结果, Bob 可以在 2, 4 粒子上恢复出 Alice 想要传送给他的粒子状态。此时 2, 4 粒子的状态可表示为:

$$\rho_{11} = a_{00}^2 (p_0 + p_3) + a_{10}^2 (p_1 + p_2)$$

$$\rho_{22} = a_{01}^2 (p_0 + p_3) + a_{11}^2 (p_1 + p_2)$$

$$\rho_{33} = a_{00}^2 (p_1 + p_2) + a_{10}^2 (p_0 + p_3)$$

$$\rho_{44} = a_{01}^2 (p_1 + p_2) + a_{11}^2 (p_0 + p_3)$$

$$\rho_{12} = \rho_{21} = a_{00} a_{01} (p_0 + p_3) + a_{10} a_{11} (p_1 + p_2)$$

$$\rho_{34} = \rho_{43} = a_{00} a_{01} (p_1 + p_2) + a_{10} a_{11} (p_0 + p_3)$$

$$\rho_{14} = \rho_{41} = a_{00} a_{11} (p_0 - p_3) + a_{10} a_{10} (p_1 - p_2)$$

$$\rho_{23} = \rho_{32} = a_{00} a_{11} (p_1 - p_2) + a_{01} a_{10} (p_0 - p_3)$$

$$\rho_{13} = \rho_{31} = a_{00} a_{10} (p_0 + p_1 - p_2 - p_3)$$

$$\rho_{24} = \rho_{42} = a_{01} a_{11} (p_0 + p_1 - p_2 - p_3)$$

于是, 状态 ρ 与 Alice 的待传状态 $|\psi\rangle_{A_1 A_2}$ 之间的保真度为:

$$F = p_0 + (a_{00} a_{10} + a_{01} a_{11})^2 p_1 + (a_{00}^2 + a_{01}^2 - a_{10}^2 - a_{11}^2)^2 p_3$$

显然当 $p_0 = 1, p_1 = p_2 = p_3 = 0$ 时, 保真度为 1, 此时信道为无噪声信道。同时, 典型的 Pauli 噪声有如下 3 种类型: 比特翻转噪声、相位翻转噪声、去极化噪声。这 3 种噪声所对应的 Kraus 算子如表 1 所列。即上式所表示的一般泡利信道中 p_0, p_1, p_2, p_3 取不同值时对应着不同的噪声。

表 1 典型 Pauli 噪声及其对应的 Kraus 算子

Table 1 Typical Pauli noises and corresponding Kraus operators

The typical Pauli noise	The corresponding Kraus operator
bit-flip channel	$E_1 = \sqrt{1-p}I; E_2 = \sqrt{p}\sigma_1$
phase-flip channel	$E_1 = \sqrt{1-p}I; E_2 = \sqrt{p}\sigma_3$
ddepolarizing channel	$E_1 = \sqrt{1-3p/4}I; E_2 = \sqrt{p/4}\sigma_1$ $E_3 = \sqrt{p/4}\sigma_2; E_4 = \sqrt{p/4}\sigma_3$

当 $p_0 = 1 - p, p_1 = p, p_2 = p_3 = 0$ 时, 其中 $1 > p > 0$, 信道为比特翻转信道, 相应保真度为:

$$F = 1 - [1 - (a_{00} a_{10} + a_{01} a_{11})^2] p$$

显然当 $a_{00}, a_{10}, a_{01}, a_{11}$ 中有一个为 1 时, 保真度 $F = 1$ 。即 Alice 将要传输的粒子为可分态时, 在比特翻转噪声信道下保真度最高。

当 $p_0 = 1 - p, p_1 = p_2 = 0, p_3 = p$ 时, 信道为相位翻转信道, 相应保真度为:

$$F = 1 - [1 - (a_{00}^2 + a_{01}^2 - a_{10}^2 - a_{11}^2)^2] p$$

若令 $\eta_1 = (a_{00}, a_{01}, a_{10}, a_{11}), \eta_2 = (a_{00}, a_{01} - a_{10}, -a_{11})$, 则 $F = 1 - (1 - (\eta_1 \cdot \eta_2))^2 p$ 。于是由柯西不等式, 有 $\eta_1 \cdot \eta_2 = |\eta_1 \cdot \eta_2| \leq |\eta_1| \cdot |\eta_2| = 1 \cdot 1 = 1$ 。当且仅当 $|\eta_1| = |\eta_2|$ 时等号成立, 此时有 $a_{00} = a_{01} = a_{10} = a_{11} = \frac{1}{2}$ 。从而保真度 F

最大值在 $|\psi\rangle_{A_1 A_2}$ 为最大纠缠态时取得。

当 $p_0 = 1 - \frac{3}{4}p, p_1 = p_2 = p_3 = \frac{1}{4}p$ 时, 信道为去极化信道, 相应保真度为:

$$F = 1 - \frac{1}{4} p [3 - (a_{00} a_{10} + a_{01} a_{11})^2] - (a_{00}^2 + a_{10}^2 - a_{01}^2 - a_{11}^2)^2$$

此时, 若 $|\psi\rangle_{A_1 A_2}$ 为最大纠缠态, 那么保真度 $F = 1 - \frac{11}{16} p$;

若 $|\psi\rangle_{A_1 A_2}$ 为可分态, 则保真度 $F = 1 - \frac{1}{2} p$ 。即 Alice 传输的粒子是可分态时的保真度大于最大纠缠态的保真度。于是, 在实际情况中发送者可以事先探测出相应类型的 Pauli 噪声信道, 再根据信道类型选择纠缠度不同的状态进行传输, 尽可能地提高传输粒子的保真度。

结束语 隐形传态是当前量子通信研究的热点之一。短距离隐形传态可以节约一定的量子纠缠资源, 但也使得两个距离更近的参与者更容易出现作弊等行为。一方面, 本文在短距离隐形传态的基础上提出一个只需要 3 粒子的纠缠态作为信道的任意二粒子态传态方案。相比于传统的需要 4 个纠缠粒子作为信道的任意二粒子隐形传态方案, 该信道节约了 1/4 的粒子数量, 即宝贵的纠缠资源。另一方面, 本文对短距离下的量子隐形传态方案增加了第三方控制者, 从而增加了整个传输过程的安全性。同时, Pauli 噪声信道是普遍使用的噪声模型, 本文分析了在 Pauli 噪声信道下传输粒子保真度的变化, 最终发现当噪声参数固定时, 发送者在比特翻转信道下所传输的二粒子纠缠程度越低, 粒子的保真度越高; 发送者在相位翻转噪声信道下所传输的二粒子纠缠程度越高, 粒子的保真度越高; 对于退极化噪声信道, 发送者所传输的二粒子是可分态时的保真度大于最大纠缠态的保真度。相应研究成果对实验下的短距离隐形传输提供了一些参考价值。该工作也可以进一步推广到多粒子多参与者的短距离隐形传态网络, 以及分析其他噪声下传输粒子保真度的变化。

参考文献

- [1] BENNETT C H, BRASSARD G, CREPEAU C, et al. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels [J]. Physics Review Letter, 1993, 70(13): 1895-1899.
- [2] LIU J C, LI Y H, NIE Y Y. Controlled Teleportation of an Arbitrary Two-Particle Pure or Mixed State by Using a Five-Qubit Cluster State [J]. International Journal of Theoretical Physics, 2010, 49(8): 1976-1784.

- [3] MAN Z X, XIA Y J, AN N B. Genuine multiqubit entanglement and controlled teleportation [J]. *Physical Review A*, 2007, 75(5):052306.
- [4] ZHANG Z J. Controlled teleportation of an arbitrary n-qubit quantum information using quantum secret sharing of classical message[J]. *Physics letters A*, 2006, 352(1/2):55-58.
- [5] YANG G, LIAN B W, NIE M, et al. Bidirectional multi-qubit quantum teleportation in noisy channel aided with weak measurement[J]. *Chinese Physics B*, 2017, 26(4):040305.
- [6] ZHA X W, ZOU Z C, QI J X, et al. Bidirectional quantum controlled teleportation via five-qubit cluster state[J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2013, 52(6):1740-744.
- [7] HASSANPOUR S, HOUSHMAND M. Bidirectional teleportation of a pure EPR state by using GHZ states[J]. *Quantum Information Processing*, 2016, 15(2):905-912.
- [8] PENG J Y, BAI M Q, MO Z W. Bidirectional quantum states sharing[J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2016, 55(5):2481-2489.
- [9] CHEN Y X, DU J, LIU S Y, et al. Cyclic quantum teleportation [J]. *Quantum Information Processing*, 2017, 16(8):201.
- [10] PENG J Y, BAI M Q, MO Z W. Deterministic Multi-hop Controlled Teleportation of Arbitrary Single-Qubit State[J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2017, 56(10):3348-3458.
- [11] ZHAN H T, Y X T, XIONG P Y, et al. Multi-hop teleportation based on W state and EPR pairs[J]. *Chin Phys B*, 2016, 25(5):50305-050305.
- [12] ZHU F, CHEN D J Z, CHEN X B, et al. Probabilistic teleportation of multi-particle partially entangled state[J]. *Chin Phys B*, 2008, 17(3):771-777.
- [13] YAN F, YAN T. Probabilistic teleportation via a non-maximally entangled GHZ state [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2010, 55(10):902-906.
- [14] KARLSSON A, BOURENNANE M. Quantum teleportation using three-particle entanglement[J]. *Physical Review A*, 1998, 58(6):4394-4400.
- [15] JOO J, PARK Y J, OH S, et al. Quantum teleportation via a W state[J]. *New Journal of Physics*, 2003, 5(1):136.
- [16] AGRAWAL P, PATI A. Perfect teleportation and superdense coding with W states[J]. *Physical Review A*, 2006, 74(6):062320.
- [17] TAN X, ZHANG X, FANG J. Perfect quantum teleportation by four-particle cluster state[J]. *Information Processing Letters*, 2016, 116(5):347-350.
- [18] PIRANDOLA S, EISERT J, WEEDBROOK C, et al. Advances in quantum teleportation[J]. *Nature Photonics*, 2015, 9(10):641-652.
- [19] TAN X D, HAN J Q. Short-Distance Teleportation of an Arbitrary Two-Qubit State Via a Bell State[J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2021, 60(4):1275-1282.
- [20] XIONG S Y, TANG L, ZHANG Q, et al. The rotation scheme of quantum states based on EPR pairs[J]. *Modern Physics Letters B*, 2022:2150579.
- [21] OH S, LEE S, LEE H W. Fidelity of quantum teleportation through noisy channels[J]. *Physical Review A*, 2002, 66(2):022316.
- [22] DONG L, WANG J X, SHEN H Z, et al. Deterministic transmission of an arbitrary single-photon polarization state through bit-flip error channel[J]. *Quantum Information Processing*, 2014, 13(6):1413-1424.
- [23] TERHAL B M. Quantum error correction for quantum memories[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2015, 87(2):307-346.
- [24] SHOR P W. Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory [J]. *Physical Review A*, 1995, 52(4):R2493-R2496.
- [25] DONG L, WANG J X, LI Q Y, et al. Single logical qubit information encoding scheme with the minimal optical decoherence-free subsystem[J]. *Optics Letters*, 2016, 41(5):1030-1033.
- [26] XU G F, ZHANG J, TONG D M, et al. Nonadiabatic Holonomic Quantum Computation in Decoherence-Free Subspaces [J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(17):170501.
- [27] LI C K, NAKAHARA M, POON Y T, et al. Recursive encoding and decoding of the noiseless subsystem and decoherence-free subspace[J]. *Physical Review A*, 2011, 84(4):044301.
- [28] XIU X M, LI Q Y, LIN Y F, et al. Preparation of four-photon polarization-entangled decoherence-free states employing weak cross-Kerr nonlinearities[J]. *Physical Review A*, 2016, 94(4):042321.
- [29] PAN J W, SIMON C, BRUKNER Č, et al. Entanglement purification for quantum communication[J]. *Nature*, 2001, 410(6832):1067-1070.
- [30] REN B C, DU F F, DENG F G. Two-step hyperentanglement purification with the quantum-state-joining method[J]. *Physical Review A*, 2014, 90(5):052309.
- [31] KIM Y S, LEE J C, KWON O, et al. Protecting entanglement from decoherence using weak measurement and quantum measurement reversal[J]. *Nature Physics*, 2012, 8(2):117-20.
- [32] KIM Y S, CHO Y W, RA Y S, et al. Reversing the weak quantum measurement for a photonic qubit [J]. *Optics Express*, 2009, 17(14):11978-11985.
- [33] KOROTKOV A N, JORDAN A N. Undoing a Weak Quantum Measurement of a Solid-State Qubit[J]. *Physical Review Letters*, 2006, 97(16):166805.
- [34] LEE J C, JEONG Y C, KIM Y S, et al. Experimental demonstration of decoherence suppression via quantum measurement reversal[J]. *Optics Express*, 2011, 19(17):16309-16316.
- [35] YANG R K, JIANG L Z. Approximation of the quantum capacity of the general Pauli channel[J]. *Journal of Quantum Optics*, 2014(1):40-45.
- [36] UHLMANN A. The "transition probability" in the state space of a $*$ -algebra[J]. *Reports on Mathematical Physics*, 1976, 9(2):273-279.
- [37] JOZSA R. Fidelity for mixed quantum states [J]. *Journal of Modern Optics*, 1994, 41(12):2315-2323.



XIANG Shengjian, born in 1964, Ph.D, professor, is a member of China Computer Federation. His main research interests include quantum communication and information technology.