

# 基于在线手绘二次曲线识别的参数特征提取与修正

王关峰 王淑侠 余隋怀 高满屯

(西北工业大学 西安 710072)

**摘要** 给出如何将识别为二次曲线的在线手绘图按照识别类型进行参数特征提取,并提出对被识别为圆(弧)、抛物线的在线手绘二次曲线进行参数特征修正的方法。首先,将二次曲线按中心曲线和非中心曲线两类分别对其参数特征提取方法加以介绍,然后给出圆(弧)、抛物线的参数特征的修正方法,从而为在线手绘图识别系统与CAD系统的融合提供参数接口。实验证明,该特征修正方法可以很好地对拟合结果进行修正,为从2D草图重建3D模型奠定了基础。

**关键词** 在线手绘图,识别,二次曲线,参数特征提取,参数特征修正

**中图分类号** TP391.41 **文献标识码** A

## Extraction and Correction of Feature Parameter for Online Freehand Conic Section

WANG Guan-feng WANG Shu-xia YU Sui-huai GAO Man-tun

(Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract** Freehand sketch is an efficient way for expression, communication and record of ideas at the conceptual design stage of products. The paper presented a novel method for feature extraction and the correction for online freehand conic section and developed a human-computer interface prototype system (FSR) for assisting designers during conceptual design stages, which makes system interface easy and friendly to use. Firstly, this paper classified the conic section to central curve and non-central curve and correspondingly introduced its parameter feature extraction method. Secondly, the paper proposed the parameter characteristic correction method of the circle (arc), the parabola. Consequently, it provided the parameter interface for CAD system that sustains the online freehand sketching. The system was tested with a number of sketched inputs of 2D geometry. The effectiveness of the algorithm was demonstrated preliminarily by experiments. This feature extraction and the revision method may carry on the classification well to the recognition result of online freehand sketch.

**Keywords** Online freehand sketch, Recognition, Conic section, Feature parameter extraction, Feature parameter correction

随着对数字化设计自动化要求的不断提高,人们希望计算机不仅能够从事CAD设计中详细设计阶段的工作,还希望通过计算机将概念设计与详细设计阶段进行自动融合,从而实现将CAD技术延伸到设计全过程。为此,人们已经开始针对设计早期阶段——具有抽象、模糊和非精确特征的草图设计过程寻求计算机智能支持,针对设计思维、草图理解、草图行为等的交叉学科研究正在不断深入进行,已成为设计领域的一个重要研究方向<sup>[1-8]</sup>。草图信息的模糊性、用户输入的随意性使草图本身存在一定误差,导致草图与用户的设计意图产生一定偏差,计算机解释目标是在用户绘制约束最小的情况下,达到最佳的解释效率和效果<sup>[9]</sup>,其中手绘图的拟合是一项重要工作。

在图形拟合领域中,针对离线图形的二次曲线拟合研究较多,其中文献[10]给出了基于垂直距离的目标函数及求解

过程,最终得到一个四次方程,从数学意义上四次方程的解是存在的,但计算过程中如果给定的初值不好,则会使计算量较大,一定程度上制约了该方法的推广。文献[11]研究了平面上散乱数据点的二次曲线拟合问题,给出了一种新的基于代数距离,通过给定新的线性约束条件得到拟合二次曲线。该方法在整个拟合过程中解七次五元线性方程组便得到最终解,但该方法仅限于平面散乱点的拟合。目前在线手绘图拟合中一般采用在线最小二乘法进行二次曲线拟合<sup>[12]</sup>,但如果误差不服从正态分布,最小二乘法就不是最佳的拟合方法<sup>[6]</sup>。而在手绘图中,由于手(或者笔)的抖动,导致输入(笔划)数据点经常会有较大的波动,用最小二乘拟合图形会存在将回归线推向远离正确位置的潜在危险,采用最小中值二乘法对图形进行模糊二次曲线识别<sup>[6]</sup>,最小识别单元包括直线段、折线段、椭圆、椭圆弧、圆、圆弧、双曲线和抛物线。如何将笔划的

到稿日期:2013-03-15 返修日期:2013-07-20 本文受国家自然科学基金(51105310)资助。

王关峰(1978—),男,工程师,主要研究方向为计算机辅助设计,E-mail:wanguanfenga@nwpu.edu.cn;王淑侠(1978—),女,博士,副教授,主要研究方向为计算机视觉、在线手绘图识别、计算机辅助设计;余隋怀(1962—),男,教授,主要研究方向为计算机辅助概念设计、人机交互技术;高满屯(1962—),男,教授,主要研究方向为计算机图形图像处理、计算机视觉。

采样点序列进行拟合得到理想的识别结果是在线手绘图识别的一个重要课题,而对拟合结果进行必要的修正,使其成为符合设计者意图的草图,则是实现在线手绘二次曲线进行分类识别的关键步骤。目前,这方面的研究较少。

本文采用文献[13]的方法进行在线手绘二次曲线识别,下面分别对参数特征提取和修正方法加以讨论。

## 1 参数特征提取

本文利用最小中值二乘得到在线手绘图的拟合二次曲线,见方程式(1),其系数向量为  $X_s(AB C D E)$ ,由该向量不仅可以得到二次曲线的不变量特征,还可以得到其它一些重要参数特征。

$$C_1: Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (1)$$

下面将二次曲线按中心曲线(椭圆型或双曲线)和非中心曲线(抛物型)依次介绍其主要参数特征的提取方法。

### 1.1 中心曲线参数特征提取

若二次曲线为中心曲线,则通过求解式(2):

$$\begin{cases} F_1(x, y) = Ax + \frac{B}{2}y + \frac{D}{2} = 0 \\ F_2(x, y) = \frac{B}{2}x + Cy + E = 0 \end{cases} \quad (2)$$

可得到二次曲线中心坐标  $\bar{o}(x_0, y_0)$

$$x_0 = \frac{\begin{vmatrix} -D/2 & B/2 \\ -E/2 & C \end{vmatrix}}{I_2}, y_0 = \frac{\begin{vmatrix} -A & D/2 \\ -B/2 & E/2 \end{vmatrix}}{I_2} \quad (3)$$

二次曲线特征方程为

$$\lambda^2 - I_1\lambda + I_2 = 0 \quad (4)$$

求解可得两个特征根  $\lambda_1, \lambda_2$ ,由式(5)可得其相应的主方向。

$$\begin{cases} l_1: m_1 = B/2 : (\lambda_1 - A) = (\lambda_1 - C) : B/2 \\ l_2: m_2 = B/2 : (\lambda_2 - A) = (\lambda_2 - C) : B/2 \end{cases} \quad (5)$$

由式(2)、式(6)可分别求出  $l_1: m_1, l_2: m_2$  的主直径

$$lF_1(x, y) + mF_2(x, y) = 0 \quad (6)$$

令  $n_i = l_i: m_i, i=1, 2$ ,则主直径方程为

$$Z_i: (An_i + \frac{B}{2})x + (\frac{B}{2}n_i + C)y + \frac{D}{2}n_i + \frac{E}{2} = 0 \quad (7)$$

整理得到主直径的斜率,即椭圆长轴或双曲线实轴对应的斜率。

$$k_i = \begin{cases} \frac{An_i + \frac{B}{2}}{\frac{B}{2}n_i + C} & \frac{B}{2}n_i + C \neq 0 \\ \frac{\pi}{2} & \frac{B}{2}n_i + C = 0 \end{cases} \quad (8)$$

特征根  $\lambda_1, \lambda_2$  与二次曲线一般方程的化简方程的对应关系为

$$\lambda_1 x^{*2} + \lambda_2 y^{*2} + I_3/I_2 = 0 \quad (9)$$

若二次曲线为椭圆型,可得长、短轴半径  $r_a, r_b$ 。

$$r_a = \sqrt{-\frac{I_3}{I_2(\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda)}}, r_b = \sqrt{-\frac{I_3}{I_2\lambda}} \quad (10)$$

其中,  $\lambda = \begin{cases} \lambda_2, & |\lambda_1| > |\lambda_2| \\ \lambda_1, & \text{其它} \end{cases}$ ,若二次曲线为双曲线,可得实、虚轴半径  $r_a, r_b$ 。

$$r_a = \sqrt{-\frac{I_3}{I_2\lambda}}, r_b = \sqrt{\frac{I_3}{I_2(\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda)}} \quad (11)$$

其中,  $\lambda = \begin{cases} \lambda_1, & \lambda_1 I_3 > 0 \\ \lambda_2, & \text{其它} \end{cases}$ 。

由式(10)和式(11)知:若二次曲线为椭圆型,则  $\lambda_1, \lambda_2$  同号,且由  $\lambda_1, \lambda_2$  绝对值的大小可判断相对坐标系下长轴位置,即若  $|\lambda_1| > |\lambda_2|$ ,则长轴在  $x$  轴上;若  $|\lambda_1| < |\lambda_2|$ ,则长轴在  $y$  轴上;若  $|\lambda_1| = |\lambda_2|$ ,则表示二次曲线为圆(弧)。若二次曲线为双曲线,则  $\lambda_1, \lambda_2$  异号,且由  $\lambda_1$  与  $I_3$  是否同号可判断实轴位置,即若  $\lambda_1 I_3 > 0$ ,则实轴在  $x$  轴上;否则实轴在  $y$  轴上。

### 1.2 非中心曲线参数特征的提取

若二次曲线为非中心曲线,则  $I_2 = 0$ ,由式(4)可得一个非零特征根  $\lambda_1$ ,从而计算二次曲线的主方向

$$l_1: m_1 = (\lambda_1 - C)/(B/2) \quad (12)$$

令  $n_1 = l_1: m_1$  可得主直径方程

$$Z: (An_1 + \frac{B}{2})x + (\frac{Bn_1}{2} + C)y + \frac{Dn_1 + E}{2} = 0 \quad (13)$$

式(13)与二次曲线的一般方程式(1)求交,将距离笔划上某一采样点较近的交点作为抛物线的顶点  $Cen(x_0, y_0)$ 。

## 2 参数特征的修正

若笔划被识别为圆、圆弧或抛物线,则其拟合二次曲线的系数向量只是一种近似,需要对其参数特征进行修正。

### 2.1 圆(弧)的修正

若笔划为圆(弧),则首先通过系数向量得到二次曲线不变量  $I_1, I_2, I_3$ ,计算二次曲线的特征根  $\lambda_1, \lambda_2$ 。

$$\lambda_{1,2} = \frac{I_1 \pm \sqrt{I_1^2 - 4I_2}}{2} \quad (14)$$

取其平均值作为修正后圆(弧)的特征根  $\lambda'$ 。

$$\lambda' = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} \quad (15)$$

由表 1 可知,修正后圆(弧)的半径为

$$r' = \sqrt{-I_3/I_2/\lambda'} \quad (16)$$

由式(3)得到圆心  $\bar{o}(x_0, y_0)$ ,可得到修正后的圆(弧)的标准方程

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r'^2 \quad (17)$$

整理可得修正后二次曲线一般方程的系数向量  $X_s(A' B' C' D' E')$ 。

### 2.2 抛物线的修正

若笔划被识别为抛物线,则渐近线方程过顶点且与主直径方向垂直,由顶点坐标  $Cen(x_0, y_0)$  和主直径公式(13)可得渐近线方程

$$-B_0(x - x_0) + A_0(y - y_0) = 0 \quad (18)$$

整理得

$$Z': -B_0x + A_0y + B_0x_0 - A_0y_0 = 0 \quad (19)$$

将主直径  $Z$  与渐近线  $Z'$  方程法化,并令

$$\begin{cases} x' = A_1x + B_1y + C_1 \\ y' = A_0x + B_0y + C_0 \end{cases} \quad (20)$$

其中,  $A_i = \frac{Al_i + \frac{B}{2}}{\sqrt{A_i^2 + B_i^2}}; B_i = \frac{\frac{Bl_i}{2} + C}{\sqrt{A_i^2 + B_i^2}}; C_i = \frac{Dl_i + E}{\sqrt{A_i^2 + B_i^2}}$ 。

由二次曲线一般方程式(1)简化后得到的标准方程为

$$y'^2 = 2tpx' \quad (21)$$

式中,  $t$  为符号函数,  $p$  为抛物线焦参数的绝对值。

$$p = \sqrt{\frac{-I_3}{I_1^3}} \quad (22)$$

将二次曲线上的已知点  $(x_s, y_s)$  (本文取起点) 代入式(23), 可判断  $t$  的符号。

$$t = \begin{cases} 1, & A_1x_s + B_1y_s + C_1 > 0 \\ 0, & A_1x_s + B_1y_s + C_1 = 0 \\ -1, & A_1x_s + B_1y_s + C_1 < 0 \end{cases} \quad (23)$$

将式(20)代入式(21), 整理可得修正后的系数向量  $X_s(A' B' C' D' E' F')$

$$\begin{cases} A' = A_0^2 \\ B' = 2A_0B_0 \\ C' = B_0^2 \\ D' = 2A_0C_0 - 2tpA_1 \\ E' = 2B_0C_0 - 2tpB_1 \\ F' = C_0^2 - 2tpC_1 \end{cases} \quad (24)$$

### 3 算例

图 1 为手绘抛物线修正前后的比较, 取  $R_x = 0.5, R_y = 0.30, R_0 = \pi/6$ 。其中(a)为输入笔划; (b)为参数修正前的离散显示结果与笔划的比较; (c)为参数修正后的离散显示结果与笔划的比较; (d)为修正前后离散显示结果的比较, 浅色为修正前的, 深色为修正后的。该参数特征提取和修正算法的时间复杂度为  $O(n^2)$ , 可以满足实时的草图识别与修正的要求。

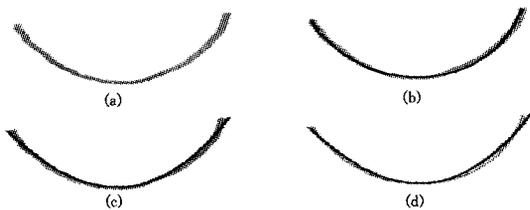


图 1 二次曲线方程修正前后的比较

表 1 二次曲线修正前后各项参数特征值比较

参数特征	修正前	修正后
类型	椭圆弧	抛物线
A	-1.3814	0.9990
B	0.0722	-0.0635
C	-0.2987	0.0010
D	1941.6706	-1401.7747
E	-2.8549	92.4487
F	-677630.1100	480748.9520
中心(顶点)	704.9122, 80.4448	706.9880, 229.4735
特征	半径 149.0439 长轴 69.1378 短轴	焦参数: -23.9418
主方向	1.5374	1.5390
离散特征	离心角 起点 0.3048 终点 2.7378	控制点 715.3261, 326.4929
起点	643.3212, 141.0955	641.1266, 141.4041
终点	772.3158, 122.9556	777.1556, 122.2750
不变量	$I_1$ -1.6801 $I_2$ 0.4113 $I_3$ 2718.2796	1.0000 0.0000 -573.2084

表 1 给出了二次曲线方程修正前后的各项参数特征值的

比较, 其中各参数值的小数点后均仅保留 4 位数字。由表 1 可知, 修正前虽然笔划被识别为抛物线, 但由系数向量得到的不变量在标准二次曲线分类中确定的类型仍为椭圆型, 因此需要对其系数向量进行修正, 使其符合标准二次曲线分类中抛物线的要求。

本文方法的优势在于能让拟合出的二次曲线按照识别意图进行调整, 使其符合要求, 最终符合投影规律的要求。例如, 圆柱被倾斜平面截切以后的截交线如果是椭圆, 但由于手绘图本身的精度问题, 可能识别为双曲线, 这时计算机会自动将其进行调整为椭圆。

**结束语** 文中讨论了在线手绘图中二次曲线的参数特征提取及修正方法, 该方法可以有效地将在线手绘图识别中的笔画按照用户本意进行分类, 从而使在线手绘 3D 物体能按照投影规律进行规整处理, 为手绘 3D 物体的三维重构奠定了基础。该算法未考虑手绘图的非几何特征(速度、加速度等), 因此也适用于离线识别。在自主开发的原型系统 FSR 上进行了验证, 结果表明利用该方法进行参数特征提取和修正是有效的。进一步的研究工作是如何对二次曲线进行高效的离散显示。

### 参考文献

- [1] Ma Cui-xia, Dai Guo-zhong, Teng Dong-xing, et al. Research of Interaction Computing Based on Pen Gesture in Conceptual Design [J]. Journal of Software, 2006, 2(15): 303-308
- [2] 张莉莎, 孙正兴. 面向在线图符识别的免疫克隆选择算法 [J]. 软件学报, 2008, 19(7): 1654-1665
- [3] He Li-li, Fang Gui-sheng, Kong Fan-sheng. Sketch-Based Solid Modeling for Concept Design [J]. Journal of Software, 2008, 19(7): 1817-1827
- [4] Fonseca M J, Alfredo F, Jorge J A. Content-based retrieval of technical drawings [J]. Journal of Computer Applications in Technology, 2005, 23(2): 86-100
- [5] Qin Sheng-feng. Investigation of Sketch Interpretation Techniques Into 2D and 3D Conceptual Design Geometry [D]. Wales: University of Wales Institute, 2000
- [6] 王淑侠, 高满屯, 齐乐华. 基于二次曲线的在线手绘图识别 [J]. 西北工业大学学报, 2007, 25(1): 37-41
- [7] Wang Shu-xia, Gao Man-tun, Qi Le-hua. Freehand Sketching Interfaces: Early Processing for Sketch Recognition [J]. Lecture Notes in Computer Science, 2007, 4551: 161-170
- [8] Avola D, Caschera M C, Ferri F, et al. Classifying and resolving ambiguities in sketch-based interaction [J]. Journal of Virtual Technology and Multimedia, 2010, 1(2): 104-139
- [9] 孙正兴, 冯桂焕, 周若鸿. 基于草图的人机交互技术研究进展 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2005, 17(9): 1889-1899
- [10] Zhang Zheng-you. Parameter estimation techniques: A tutorial with application to conic fitting [J]. Image and Vision Computing, 1995, 15: 59-76
- [11] 刘海香, 张彩明, 梁秀霞. 平面上散乱数据点的二次曲线拟合 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2004, 16(1): 1595-1598
- [12] 刘文萍, 张常年, 赵会群, 等. 一种基于分形特征的图片分类算法 [J]. 中国图象图形学报, 2005, 10(6): 754-757
- [13] 王淑侠, 高满屯, 齐乐华. 基于模糊理论的在线手绘图识别 [J]. 模式识别与人工智能, 2008, 21(3): 317-325