

基于正规序列的Omega网络路由构造方法

张以皓^{1,2} 沈越泓¹ 蒋 嵘³

(解放军理工大学通信工程学院 南京 210007)¹ (解放军理工大学指挥信息系统学院 南京 210016)²

(解放军后勤学院后勤司令部工作系 北京 000858)³

摘 要 在混洗交换网络中,窗口检测法涉及的多窗口之间复杂的制约关系对无冲突路由的构造形成严重阻碍。为克服这一阻碍,提出正规序列概念,在此基础上给出构造无冲突路由的新依据——序列检测法。该方法将 $2n-1$ 级Omega网络中无冲突路由的构造转化为单个序列的构造,与传统的窗口检测法相比,新方法不仅缩小了构造对象的空间规模,而且降低了构造对象的复杂度,为更方便地构造混洗交换网络路由创造了条件。

关键词 混洗交换网络, Omega网络, 可重排性, 正规序列, 序列检测法

中图法分类号 TP393 **文献标识码** A

Method of Constructing Routing Based on Normal Sequence in Omega Networks

ZHANG Yi-hao^{1,2} SHEN Yue-hong¹ JIANG Rong³

(College of Communication Engineering, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China)¹

(College of Command Information System, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210016, China)²

(Department of Logistics Command Work, Institute of PLA Logistics, Beijing 000858, China)³

Abstract Constructing conflict-free routings is seriously prevented due to complex window restrictions of window detection in shuffle-exchange networks. In order to overcome this obstacle, the concept of normal sequence was proposed, and a new method called sequence detection which is used to construct conflict-free routings is offered based on the concept. This method translates constructing conflict-free routing into constructing a single sequence in $2n-1$ stages Omega networks, which reduces complexity and the size of space of object constructed relative to window detection. So, constructing conflict-free routings becomes simpler.

Keywords Shuffle-exchange network, Omega network, Rearrangeability, Normal sequence, Sequence detection

1 引言

交换网络是并行处理系统与数字交换系统的重要构成要素, Stone^[1]在1971年提出的混洗交换网络(shuffle-exchange network)由于在结构成本以及路由机制等方面的优势而得到广泛研究和应用^[2-4]。Omega网络是混洗交换网络的典型代表,许多其它类型的混洗交换网络在拓扑结构上与其等价^[5]。图1是一个4级(4个开关列) 16×16 (具有16条入线和16条出线)的Omega网络拓扑结构。

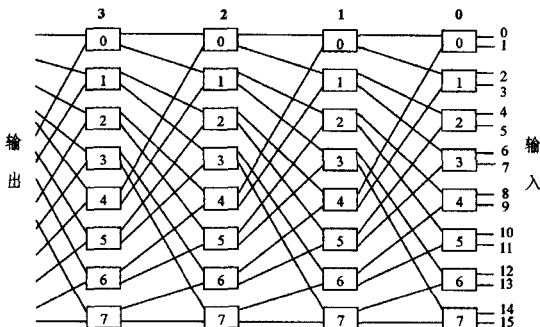


图1 4级 16×16 Omega网络的拓扑结构

混洗交换网络用于信号路由,需解决的关键问题是如何避免路由冲突。所谓路由冲突,是指当信元在网络中传输时,两个信元在同一个网络结点上要求从同一条出线输出。解决路由冲突有重排和非重排两类策略。非重排策略包括路由信元的分批、旁路、缓存和丢弃;重排策略是在可重排网络中通过固定算法构造一次性无冲突路由。可重排的含义是指网络的入线序列 $0, 1, 2, \dots, 2^n-1$ 到任意出线序列 $(0, 1, 2, \dots, 2^n-1)$ 的置换的对应都存在无冲突路由。当前,这两类策略在具体实施当中都还存在一些未克服的问题。非重排策略中,分批方法需要的最少分批数的确定比较困难^[6];旁路与缓存方法难以控制时间延迟;丢弃方法难以控制丢弃率,信息传输质量不易保证。相比非重排策略,重排策略具有一次性实现无损失的信息路由的优势,但由于构造无冲突路由的复杂性,数十年研究也只在规模级不超过5的小规模混洗交换网络中找到了具体的重排实现算法,文献^[6-8]分别给出了规模为3、4、5的网络中无冲突路由的构造方法。关于混洗交换网络可重排性问题, Benes在1975年提出一个著名猜想: $N \times N$ ($N=2^n$)混洗交换网络可重排的充要条件^[9]是,网络级数不少于 $2n-1$ 级。自猜想提出以来,众多学者致力于其研究,

到稿日期:2013-03-08 返修日期:2013-06-19

张以皓(1978—),男,讲师,主要研究方向为并行计算、网络编码, E-mail: zhangyihao78@gmail.com; 沈越泓(1959—),男,博士,教授,主要研究方向为无线通信、信息论; 蒋 嵘(1971—),女,博士,副教授,主要研究方向为数据挖掘、人工智能。

先后尝试了矩阵、图论、布尔代数、有限状态机等工具,提出了拓扑等价、平衡矩阵、平衡树模型等方法,但猜想的充分性至今仍未获得根本解决,文献[10-12]都宣称证明了猜想,但经仔细研究^[6,13,14]发现,这些证明中都存在致命性错误。在放宽网络级数限制的情况下,人们先后证明了级数为 $2n^2, n^2, 3n, 3n-1, 3n-3, 3n-4, 3n-5$ 的混洗交换网络的可重排性^[1,15-20],但这些证明都是非构造性的,无法用于网络中实际路由的构造,而已有的构造性方法只适用于规模级不超过5的小规模混洗交换网络,这些缺陷严重制约了重排策略的推广应用。任何构造混洗交换网络的重排算法都是一个极具挑战性的问题,算法构造的一个重要障碍在于,传统的用于构造无冲突路由的窗口检测法^[6]存在缺陷。窗口检测法涉及网络状态相关矩阵中的众多窗口,窗口之间的复杂依赖关系对无冲突路由的构造形成严重制约。为了克服这一缺陷,本文以 n 级 Omega 网络中路由冲突特性^[21]为基础,提出一种 $2n-1$ 级 Omega 网络中基于正规序列的无冲突路由构造方法——序列检测法,通过该方法将路由冲突的多窗口检测转化为单序列检测,从而有效降低无冲突路由构造的复杂度。

2 Omega 网络基础

为便于讨论,对形如图1的 $N \times N$ 的 Omega 网络中的结点列、结点及输入输出线进行编号标识。结点列从输入端输出端标记为 $0, 1, 2, \dots$;每一列的结点由上至下标记为 $0, 1, 2, \dots, 2^{n-1}-1$;每一列的输入线和输出线由上至下都标记为 $0, 1, 2, \dots, 2^n-1$ 。

约定: $\alpha = \{0, 1, 2, \dots, 2^{n-1}-1\}, \beta = \{2^{n-1}, 2^{n-1}+1, \dots, 2^n-1\}$ 分别是 $N \times N (N=2^n)$ 的 Omega 网络的前后两半初始入线集合。以下首先给出 Omega 网络的相关定义及特性^[21]。

定义1 若序列 $S_0, S_1, \dots, S_{2^{n-k}-1} (k=0, 1, \dots, n-1)$ 中每个元素都是 $R_0, R_1, \dots, R_{2^n-1}$ 的一个子列,且对每个 $i (0 \leq i \leq 2^{n-k}-1), S_i$ 表示序列 $R_{i \cdot 2^k}, R_{i \cdot 2^k+1}, \dots, R_{(i+1) \cdot 2^k-1}$,则称 $S_0, S_1, \dots, S_{2^{n-k}-1}$ 是 $R_0, R_1, \dots, R_{2^n-1}$ 的 k 级分割,每个 S_i 称为 $R_0, R_1, \dots, R_{2^n-1}$ 的一个 k 级分割组。

定义2 设 R, k 是自然数,若 $C_{R,k} = R \bmod 2^k$,则称 $C_{R,k}$ 为 R 的 k 级编码。

定理1 设 α, β 分别是 $N \times N (N=2^n)$ 的 Omega 网络前后两半初始入线集合。 A_k, B_k 分别是 α, β 在第 k 列的可达结点集,则

$$A_k = \begin{cases} \bigcup_{s=0}^{2^{k-1}-1} \bigcup_{t=0}^{2^{n-k-2}-1} \{s \cdot 2^{n-k-1} + t\}, & 0 \leq k \leq n-2 \\ \Delta_k, & k \geq n-1 \end{cases}$$

$$B_k = \begin{cases} \bigcup_{s=0}^{2^{k-1}-1} \bigcup_{t=0}^{2^{n-k-2}-1} \{s \cdot 2^{n-k-1} + 2^{n-k-2} + t\}, & 0 \leq k \leq n-2 \\ \Delta_k, & k \geq n-1 \end{cases}$$

定理2 设 i 是 n 级 Omega 网络中任一入线, j 是目标列(最后一列)的任一目标结点,则 i 到 j 的路由唯一,且该路由就是 j 的二进制值。

j 的二进制值是 i 到 j 的路由,其含义是,入线 i 到结点 j 的路由在网络第 $k (k=0, 1, 2, \dots, n-1)$ 列经过的结点的输出状态由 j 的二进制值中第 k 位上的二进制数决定,0、1分别表示路由从结点的上出线和下出线输出。

定理3 在 n 级 Omega 网络中,若路由 R_i, R_j 满足 $i < 2^{n-1}, j \geq 2^{n-1}$ (或 $i \geq 2^{n-1}, j < 2^{n-1}$),则 R_i, R_j 不冲突。

该定理说明, n 级 Omega 网络中,入线分属 α, β 的路由不冲突,这为路由构造提供了便利。

定理4 在 n 级 Omega 网络中,路由组 $R_0, R_1, \dots, R_{2^{n-1}-1}$ 无冲突的充要条件是,对任意 $k (1 \leq k \leq n-1), R_0, R_1, \dots, R_{2^{n-1}-1}$ 的每一个 k 级分割组中路由的 k 级编码两两互异。

3 序列检测法

考察 $N \times N$ 混洗交换网络。设序列 $D_0, D_1, \dots, D_{2^n-1}$ 是 $0, 1, 2, \dots, 2^n-1$ 置换,其中,每个 D_i 表示与入线 i 对应的出线,称该序列是 $N \times N (N=2^n)$ 网络的一组路由要求。设 $\mathcal{R} = \{r_0, r_1, \dots, r_{2^n-1}\}$ 是满足该路由要求 $D_0, D_1, \dots, D_{2^n-1}$ 的路由集合,即每个 $r_i (i=0, 1, \dots, 2^n-1)$ 表示网络中入线 i 与出线 D_i 间的一条路径。设序列 $M_0^k, M_1^k, \dots, M_{2^n-1}^k$ 是路径序列 $r_0, r_1, \dots, r_{2^n-1}$ 在网络的第 k 列所经过的对应入线序列。设 $N_i^k = f(M_i^k) (i=0, 1, \dots, 2^{n-1})$ 表示入线 M_i^k 所在的结点,显然

$$N_i^k = f(M_i^k) = \begin{cases} \frac{M_i^k}{2}, & i \text{ 为偶数} \\ \frac{M_i^k-1}{2}, & i \text{ 为奇数} \end{cases}$$

序列 $N_0^k, N_1^k, \dots, N_{2^{n-1}-1}^k$ 称为序列 $M_0^k, M_1^k, \dots, M_{2^{n-1}-1}^k$ 的对应结点序列。

定义3 若序列 $w_0, w_1, \dots, w_{2^n-1}$ 满足 $w_i \in \{0, 1, \dots, 2^n-1\} (i=0, 1, \dots, 2^n-1)$,且对任意 $k (1 \leq k \leq n)$,序列的每个 $k (k=1, 2, \dots, n)$ 级分割组中所有元素的 k 级编码两两互异,则称序列 $w_0, w_1, \dots, w_{2^n-1}$ 是正规序列。

容易发现,若序列 $w_0, w_1, \dots, w_{2^n-1}$ 是正规的,则 $w_0, w_1, \dots, w_{2^n-1}$ 必是序列 $0, 1, \dots, 2^n-1$ 的置换。

根据定理3可推知, n 级 Omega 网络中,路由由序列 $R_0, R_1, \dots, R_{2^n-1}$ 无冲突,当且仅当 $R_0, R_1, \dots, R_{2^n-1}$ 是正规的。

定义4 设序列 $U_0, U_1, \dots, U_k$ 和 $V_0, V_1, \dots, V_k$ 都是由自然数组成的序列,且序列 $U_0, U_1, \dots, U_k$ 中的元素彼此不同,若序列 $U_0, U_1, \dots, U_k$ 是序列 $U_0, U_1, \dots, U_k$ 的元素按升序重排后的序列,则称序列 $V_0, V_1, \dots, V_k$ 是 $V_0, V_1, \dots, V_k$ 关于 $U_0, U_1, \dots, U_k$ 的自然序列。

引理1 n 级 Omega 网络中,前半初始入线集合 α 中的任何入线在第 $n-1$ 列(最后一列)中可达的入线集合为 $\{0, 2, 4, \dots, 2^n-2\}$;后半初始入线集合 β 中的任何入线在第 $n-1$ 列(最后一列)中可达的入线集合为 $\{1, 3, 5, \dots, 2^n-1\}$ 。

证明:根据定理1知, α 中的入线在 Omega 网络第 $n-2$ 列的可达结点集为: $A_{n-2} = \{0, 2, 4, \dots, 2^{n-1}-2\}$,对任意 $x \in A_{n-2}$,下一列中与 x 相连的入线编号为 x 和 $x+2^{n-1}$,可见, A_{n-2} 在下一列中可达入线集合为 $\{0, 2, 4, \dots, 2^n-2\}$,这也是 α 中的入线在网络第 $n-1$ 列中可达的入线集合;类似可得, β 中的入线在第 $n-1$ 列中可达的入线集合为 $\{1, 3, 5, \dots, 2^n-1\}$ 。

定理5 $2n-1$ 级 Omega 网络可重排,当且仅当,对任意路由要求 $D_0, D_1, \dots, D_{2^n-1}$ (序列 $0, 1, \dots, 2^n-1$ 的置换),都存在对应路由序列 $r_0, r_1, \dots, r_{2^n-1}$,该路由由序列在网络第 $n-1$ 列对应的入线序列 $M_0^{n-1}, M_1^{n-1}, \dots, M_{2^n-1}^{n-1}$ 满足以下两个条件:

(1) $M_0^{n-1}, M_1^{n-1}, \dots, M_{2^{n-1}-1}^{n-1}$ 是偶数序列, $M_{2^{n-1}}^{n-1}, \dots, M_{2^n-1}^{n-1}$ 是奇数序列。

$M_{2^{n-1}+1}^{2^{n-1}}, \dots, M_{2^n-1}^{2^{n-1}}$ 是奇数序列, 且它们的对应结点序列 $N_0^{2^{n-1}}, N_1^{2^{n-1}}, \dots, N_{2^{n-1}-1}^{2^{n-1}}$ 和 $N_{2^{n-1}}^{2^{n-1}}, N_{2^{n-1}+1}^{2^{n-1}}, \dots, N_{2^n-1}^{2^{n-1}}$ 都是正规的。

(2) 序列 $D_0, D_1, \dots, D_{2^{n-1}-1}$ 对应的结点序列关于 $M_0^{2^{n-1}}, M_1^{2^{n-1}}, \dots, M_{2^{n-1}-1}^{2^{n-1}}$ 的自然序列以及序列 $D_{2^{n-1}}, D_{2^{n-1}+1}, \dots, D_{2^n-1}$ 的对应结点序列关于 $M_{2^{n-1}}^{2^{n-1}}, M_{2^{n-1}+1}^{2^{n-1}}, \dots, M_{2^n-1}^{2^{n-1}}$ 的自然序列都是正规的。其中, 序列 $M_0^{2^{n-1}}, M_1^{2^{n-1}}, \dots, M_{2^{n-1}-1}^{2^{n-1}}$ 和 $M_{2^{n-1}}^{2^{n-1}}, M_{2^{n-1}+1}^{2^{n-1}}, \dots, M_{2^n-1}^{2^{n-1}}$ 分别是 $M_0^{2^{n-1}}, M_1^{2^{n-1}}, \dots, M_{2^{n-1}-1}^{2^{n-1}}$ 中小于 2^{n-1} 和不少于 2^{n-1} 的元素构成的两个子列。

很显然, 定理 5 成立, 当且仅当在 $2n-1$ 级 Omega 网络中, 对任意路由要求 $D_0, D_1, \dots, D_{2^n-1}$, 满足定理中所给条件的路由 $r_0, r_1, \dots, r_{2^n-1}$ 是无冲突的, 下面来证明这一点。

证明: (必要性) 用反证法。假设在 $2n-1$ 级 Omega 网络中, 对某个路由要求 $D_0, D_1, \dots, D_{2^n-1}$, 不存在满足条件(1)、(2)的序列 $M_0^{2^{n-1}}, M_1^{2^{n-1}}, \dots, M_{2^n-1}^{2^{n-1}}$, 即当路由要求为 $D_0, D_1, \dots, D_{2^n-1}$ 时, 对任何序列 $M_0^{2^{n-1}}, M_1^{2^{n-1}}, \dots, M_{2^n-1}^{2^{n-1}}$, 条件(1)或(2)不成立。根据定理 4 及正规序列的定义, 条件(1)不成立说明前 $n-1$ 级网络中存在路由冲突, 条件(2)不成立说明从第 $n-1$ 到第 $2n-3$ 级网络中存在路由冲突, 可见, 对路由要求 $D_0, D_1, \dots, D_{2^n-1}$, 网络中不存在无冲突路由, 这与网络可重排矛盾。

(充分性) 只需证明, 对任何路由要求 $D_0, D_1, \dots, D_{2^n-1}$, 满足条件(1)、(2)的序列 $M_0^{2^{n-1}}, M_1^{2^{n-1}}, \dots, M_{2^n-1}^{2^{n-1}}$ 在 $2n-1$ 级 Omega 网络中确定了一组无冲突路由。首先, 根据引理, $M_0^{2^{n-1}}, M_1^{2^{n-1}}, \dots, M_{2^{n-1}-1}^{2^{n-1}}$ 和 $M_{2^{n-1}}^{2^{n-1}}, M_{2^{n-1}+1}^{2^{n-1}}, \dots, M_{2^n-1}^{2^{n-1}}$ 分别是偶数和奇数序列, 说明序列 $M_0^{2^{n-1}}, M_1^{2^{n-1}}, \dots, M_{2^n-1}^{2^{n-1}}$ 所确定的满足要求的路由 $r_0, r_1, \dots, r_{2^n-1}$ 是存在的。其次, 根据定理 4 和正规序列的定义, 条件(1)说明在网络的前 $n-1$ 列中, 路由集合 $\{r_0, r_1, \dots, r_{2^{n-1}-1}\}$ 和 $\{r_{2^{n-1}}, r_{2^{n-1}+1}, \dots, r_{2^n-1}\}$ 内部都无冲突。而定理 3 又说明, 网络前 $n-1$ 列中, $\{r_0, r_1, \dots, r_{2^{n-1}-1}\}$ 和 $\{r_{2^{n-1}}, r_{2^{n-1}+1}, \dots, r_{2^n-1}\}$ 之间的路由也无冲突。可见, 在网络的前 $n-1$ 列中, 路由 $r_0, r_1, \dots, r_{2^n-1}$ 无冲突。同样的理由, $r_0, r_1, \dots, r_{2^n-1}$ 满足条件(2)说明, 在网络的第 $n-1$ 列到第 $2n-3$ 列, $r_0, r_1, \dots, r_{2^n-1}$ 也无冲突。对于网络的最后一列(第 $2n-2$ 列), 由于路由目标序列 $D_0, D_1, \dots, D_{2^n-1}$ 中的元素互异, 因此 $r_0, r_1, \dots, r_{2^n-1}$ 在该列同样无冲突。可见, 满足路由要求 $D_0, D_1, \dots, D_{2^n-1}$ 的路由序列 $r_0, r_1, \dots, r_{2^n-1}$ 在整个网络中无冲突, 根据 $D_0, D_1, \dots, D_{2^n-1}$ 的任意性, $2n-1$ 级 Omega 网络可重排。

上述定理给出了一个在 $2n-1$ 级 Omega 网络中构造无冲突路由的新依据。对任意路由要求 $D_0, D_1, \dots, D_{2^n-1}$, 使用此依据构造无冲突路由只需找到一个满足条件(1)、(2)的序列 $M_0^{2^{n-1}}, M_1^{2^{n-1}}, \dots, M_{2^n-1}^{2^{n-1}}$, 这种通过寻找特殊序列构造无冲突路由的方法称为序列检测法, 该方法为混洗交换网络的可重排性研究提供了一种全新的思路。

在序列检测法之前, 构造无冲突路由使用的是窗口检测法。用窗口检测法寻找无冲突路由需构造一个 $2^n \times (3n-1)$ 的 0,1 矩阵, 当 n 大于 3 时, 这样确定无冲突路由是十分困难的。其原因一方面是矩阵可能空间巨大, 达到 $(\frac{N}{2})^N$ ($N=2^n$); 另一方面, 矩阵涉及 $2n$ 个窗口, 窗口间制约关系极其复杂。相对于窗口检测法, 序列检测法用于 Omega 网络中无冲突路由的

构造具有明显优势。首先, 用序列检测法确定无冲突路由只需寻找一个序列, 序列空间大小为 $2 \cdot (\frac{N}{2}!) (N=2^n)$, 数量级小于窗口检测法的矩阵空间数量级; 其次, 序列检测法中制约关系只涉及两个序列, 关系复杂性要低于窗口检测法中众多序列和窗口间的制约关系的复杂性。

4 基于序列检测的无冲突路由构造算法

下面利用序列检测法, 给出 $n=3$ 时 5 级 Omega 网络中无冲突路由的构造算法。

设 $D_0, D_1, \dots, D_7$ ($0, 1, 2, \dots, 7$ 的置换) 是 5 级 8×8 的 Omega 网络中任意路由目标序列, 序列 $T_0, T_1, \dots, T_7$ 是 $D_0, D_1, \dots, D_7$ 对应的结点序列。显然, 序列 $T_0, T_1, \dots, T_7$ 由 $0, 1, 2, 3$ 构成, 且每个数出现两次。下面依据序列 $T_0, T_1, \dots, T_7$ 中重复数出现不同特征分情况构造满足定理 5 中条件(1)、(2)的序列 $M_0^{2^{n-1}}, M_1^{2^{n-1}}, \dots, M_7^{2^{n-1}}$ 。

算法 5 级 8×8 的 Omega 网络中无冲突路由构造算法

(1) T_0, T_1, T_2, T_3 中无重复数

Step1 选择 T_0, T_1 构造对应元素: $T_0 \rightarrow 0, T_1 \rightarrow 2$ 。

Step2 在 T_4, T_5, T_6, T_7 中, 选择 T_i, T_j ($i < j$), 使 $T_i, T_j \notin \{T_0, T_1\}$, 如果 $(T_i - T_0) \bmod 2 \neq 0$, 则构造对应 $T_i \rightarrow 1, T_j \rightarrow 3$; 否则, $T_i \rightarrow 3, T_j \rightarrow 1$ 。

Step3 对 T_4, T_5, T_6, T_7 中未被选择的 T_u, T_v ($u < v$), 如果 i 为偶数, 且 $j = i + 1$, 则 $T_u \rightarrow 5, T_v \rightarrow 7$ 。否则, 当 $T_i \rightarrow 1$ 时, 构造 $T_u \rightarrow 7, T_v \rightarrow 5$; 当 $T_i \rightarrow 3$ 时, 构造 $T_u \rightarrow 5, T_v \rightarrow 7$ 。

Step4 如果 $(T_2 - T_u) \bmod 2 \neq 0$, 当 $T_u \rightarrow 7$ 时, 构造 $T_2 \rightarrow 6, T_3 \rightarrow 4$; 当 $T_u \rightarrow 5$ 时, 构造 $T_2 \rightarrow 4, T_3 \rightarrow 6$ 。如果 $(T_2 - T_u) \bmod 2 = 0$, 当 $T_u \rightarrow 7$ 时, 构造 $T_2 \rightarrow 4, T_3 \rightarrow 6$; 当 $T_u \rightarrow 5$ 时, 构造 $T_2 \rightarrow 6, T_3 \rightarrow 4$ 。

(2) T_0, T_1, T_2, T_3 中只有一对重复数

1. T_0, T_1, T_2, T_3 中两个非重复数奇偶不同

Step1 在 T_0, T_1, T_2, T_3 中选择奇偶不同的两个数 T_i, T_j ($i < j$), 且其中之一必须为重复数。构造 $T_i \rightarrow 0, T_j \rightarrow 2$ 。

Step2 在 T_4, T_5, T_6, T_7 中选择两个不同的数 T_u, T_v ($u < v$), 使 $T_u, T_v \notin \{T_i, T_j\}$ 。如果 $(T_i - T_u) \bmod 2 \neq 0$, 则构造 $T_u \rightarrow 1, T_v \rightarrow 3$; 否则 $T_u \rightarrow 3, T_v \rightarrow 1$ 。

Step3 对 T_4, T_5, T_6, T_7 中剩余的 T_x, T_y ($x < y$), 如果 x 为偶数, 且 $y = x + 1$, 则 $T_x \rightarrow 5, T_y \rightarrow 7$; 否则, 当 $T_u \rightarrow 1$ 时, $T_x \rightarrow 7, T_y \rightarrow 5$; 当 $T_u \rightarrow 3$ 时, $T_x \rightarrow 5, T_y \rightarrow 7$ 。

Step4 对 T_0, T_1, T_2, T_3 剩余的 T_k, T_l ($k < l$), 构造 $T_k \rightarrow 6, T_l \rightarrow 4$ 。

2. T_0, T_1, T_2, T_3 中两个非重复数奇偶相同

a) T_0, T_1, T_2, T_3 中一对重复数以及 T_4, T_5, T_6, T_7 中一对重复数各自都在 $T_0, T_1, \dots, T_7$ 的同一个一级分割组中。

Step1 在 T_0, T_1, T_2, T_3 中选择两个数 T_i, T_j ($i < j$), 其中之一为重复数, 构造 $T_i \rightarrow 0, T_j \rightarrow 2$ 。

Step2 在 T_4, T_5, T_6, T_7 中选择两个不同的数 T_u, T_v ($u < v$), 使 $T_u, T_v \notin \{T_i, T_j\}$, 如果 $(T_i - T_u) \bmod 2 \neq 0$, 则构造 $T_u \rightarrow 1, T_v \rightarrow 3$; 否则 $T_u \rightarrow 3, T_v \rightarrow 1$ 。

Step3 对 T_4, T_5, T_6, T_7 中剩余的 T_x, T_y ($x < y$), 当 $T_u \rightarrow 1$ 时, $T_x \rightarrow 7, T_y \rightarrow 5$; 否则, $T_x \rightarrow 5, T_y \rightarrow 7$ 。

Step4 对 T_0, T_1, T_2, T_3 剩余的 T_k, T_l ($k < l$), 构造 $T_k \rightarrow 6, T_l \rightarrow 4$ 。

b) T_0, T_1, T_2, T_3 中的一对重复数不在同一个一级分割组中。

Step1 在 T_0, T_1, T_2, T_3 中选择 T_0, T_1 , 构造 $T_0 \rightarrow 0, T_1 \rightarrow 2$ 。

Step2 在 T_4, T_5, T_6, T_7 中选择两个不同的数 $T_u, T_v (u < v)$, 使 $T_u, T_v \notin \{T_0, T_1\}$, 如果 $(T_u - T_0) \bmod 2 \neq 0$, 则构造 $T_u \rightarrow 1, T_v \rightarrow 3$, 否则 $T_u \rightarrow 3, T_v \rightarrow 1$ 。

Step3 对 T_4, T_5, T_6, T_7 中剩余的 $T_x, T_y (x < y)$, 如果 x 为偶数, 且 $y = x + 1$, 则 $T_x \rightarrow 5, T_y \rightarrow 7$; 否则, 当 $T_u \rightarrow 1$ 时, $T_x \rightarrow 7, T_y \rightarrow 5$; 当 $T_u \rightarrow 3$ 时, $T_x \rightarrow 5, T_y \rightarrow 7$ 。

Step4 对 T_0, T_1, T_2, T_3 剩余的 T_2, T_3 , 如果 $(T_2 - T_x) \bmod 2 \neq 0$, 那么, 当 $T_x \rightarrow 5$ 时, 构造 $T_2 \rightarrow 4, T_3 \rightarrow 6$, 当 $T_x \rightarrow 7$ 时, 构造 $T_2 \rightarrow 6, T_3 \rightarrow 4$; 如果 $(T_2 - T_x) \bmod 2 = 0$, 那么, 当 $T_x \rightarrow 5$ 时, 构造 $T_2 \rightarrow 6, T_3 \rightarrow 4$, 当 $T_x \rightarrow 7$ 时, 构造 $T_2 \rightarrow 4, T_3 \rightarrow 6$ 。

c) T_0, T_1, T_2, T_3 中的一对重复数在同一个一级分割组中, 而 T_4, T_5, T_6, T_7 中的一对重复数不在同一个一级分割组中。

Step1 构造序列 $T_0', T_1', \dots, T_7'$, 使 $T_i' = T_{7-i}$ 。

Step2 对序列 $T_0', T_1', \dots, T_7'$, 使用 b) 中的算法构造出其对应序列 $N_0^b, N_1^b, \dots, N_7^b$ 。

Step3 构造序列 $M_0, M_1, \dots, M_7$, 使 $M_i = N_{7-i}^b (0 \leq i \leq 7)$ 。

Step4 将序列 $M_0, M_1, \dots, M_7$ 中的 0 与 1 交换, 2 与 3 交换, 4 与 5 交换, 6 与 7 交换, 得序列 $M_0^b, M_1^b, \dots, M_7^b$ 。

(3) T_0, T_1, T_2, T_3 中有两对重复数

1. $T_0 \neq T_1$

使用算法 (2) / 2 / b) 构造 $M_0^b, M_1^b, \dots, M_7^b$ 。

2. $T_0 = T_1, T_4 \neq T_5$

Step1 构造序列 $T_0', T_1', \dots, T_7'$, 使 $T_i' = T_{7-i}$ 。

Step2 对序列 $T_0', T_1', \dots, T_7'$, 使用 (3) / 1 中的算法构造其对应序列 $N_0^b, N_1^b, \dots, N_7^b$ 。

Step3 构造序列 $M_0, M_1, \dots, M_7$, 使 $M_i = N_{7-i}^b (0 \leq i \leq 7)$ 。

Step4 将序列 $M_0, M_1, \dots, M_7$ 中的 0 与 1 交换, 2 与 3 交换, 4 与 5 交换, 6 与 7 交换, 得序列 $M_0^b, M_1^b, \dots, M_7^b$ 。

3. $T_0 = T_1, T_4 = T_5$

Step1 构造 $T_0 \rightarrow 0, T_1 \rightarrow 6, T_2 \rightarrow 2, T_3 \rightarrow 4$ 。

Step2 如果 $(T_4 - T_0) \bmod 2 \neq 0$, 则 $T_4 \rightarrow 1, T_5 \rightarrow 7; T_6 \rightarrow 3, T_7 \rightarrow 5$; 否则, $T_4 \rightarrow 3, T_5 \rightarrow 5; T_6 \rightarrow 1, T_7 \rightarrow 7$ 。

从算法中序列 $M_0^b, M_1^b, \dots, M_7^b$ 的构造过程不难看出, $M_0^b, M_1^b, \dots, M_7^b$ 满足以下两个结论:

(1) $M_0^b, M_1^b, M_2^b, M_3^b$ 是 0, 2, 4, 6 的置换, 且 $(M_0^b - M_1^b) \bmod 4 \neq 0, (M_2^b - M_3^b) \bmod 4 \neq 0; M_4^b, M_5^b, M_6^b, M_7^b$ 是 1, 3, 5, 7 的置换, 且 $(M_4^b - M_5^b) \bmod 4 \neq 0, (M_6^b - M_7^b) \bmod 4 \neq 0$ 。

(2) 序列 $M_0^b, M_1^b, \dots, M_7^b$ 中的 0, 1, 2, 3 和 4, 5, 6, 7 各自对应的序列 $T_{s_0}, T_{s_1}, T_{s_2}, T_{s_3}$ 和 $T_{s_4}, T_{s_5}, T_{s_6}, T_{s_7} (0 \leq s_i \leq 7)$ 都是 0, 1, 2, 3 的置换, 且 $(T_{s_0} - T_{s_1}) \bmod 2 \neq 0, (T_{s_2} - T_{s_3}) \bmod 2 \neq 0, (T_{s_4} - T_{s_5}) \bmod 2 \neq 0, (T_{s_6} - T_{s_7}) \bmod 2 \neq 0$ 。

凭借以上结论, 根据定理 5 容易验证算法构造的序列 $M_0^b, M_1^b, \dots, M_7^b$ 确定的路由是无冲突的。

上述算法与文献[5]中基于窗口检测的同类路由构造算法对比, 新提出的算法针对路由要求的分类更少, 构造路由的过程更简单。在普通的 PC 平台 (CPU: Intel(R) 4, 2.80GHz;

EMS memory: 512M; OS: Windows XP) 上, 通过随机方式产生 8×8 的 Omega 网络中 1000 个路由目标序列, 针对这些序列利用 Visual C++ 对两种算法进行仿真实验对比, 表 1 中的实验数据显示, 新算法在时间效率上也更具优势。

表 1 两种路由构造算法的时间效率对比

路由构造算法	路由目标序列的数量	构造路由的平均时间(ms)
基于窗口检测的算法	1000	0.0016
基于序列检测的算法	1000	0.0012

在存储资源的占用方面, 基于序列检测的算法具有更为明显的优势。基于窗口检测的算法中占用存储资源的对象是二进制路由目标地址和构造出的路由矩阵, 它们各包含 3 个长度为 8 的二进制序列; 而基于序列检测的算法中占用存储资源的是路由目标地址、目标结点序列和路由序列, 它们都是长度为 8 的序列, 可见, 基于序列检测的算法所需的存储空间只是基于窗口检测算法的一半。

下面是算法的一个应用实例。

例 在 5 级 8×8 的 Omega 网络中, 根据上述算法计算路由目标序列 2, 0, 5, 4, 7, 3, 1, 6 对应的无冲突路由。

首先, 计算路由目标序列 2, 0, 5, 4, 7, 3, 1, 6 对应的结点序列 $T_0, T_1, \dots, T_7$, 结果为 1, 0, 2, 2, 3, 1, 0, 3。根据算法情形 (2) / 1 计算得 $T_0, T_1, \dots, T_7$ 的对应序列 $M_0^b, M_1^b, \dots, M_7^b$ 为 0, 6, 2, 4, 3, 5, 1, 7。图 2 显示, 网络中由序列 $M_0^b, M_1^b, \dots, M_7^b (0, 6, 2, 4, 3, 5, 1, 7)$ 确定的路由是无冲突的。

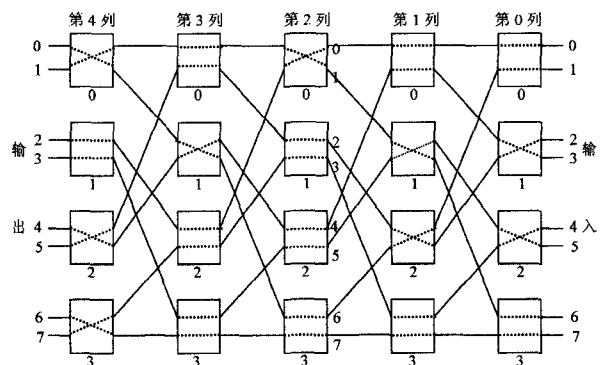


图 2 序列 0, 6, 2, 4, 3, 5, 1, 7 确定的无冲突路由

结束语 无冲突路由的构造是混洗交换网络研究和应用中的核心问题, 序列检测法的提出为该问题的求解提供了一个全新的思路。和窗口检测法相比, 它不仅缩小了构造对象的空间规模, 同时也降低了构造对象的复杂度, 从而更方便了无冲突路由的构造, 也为 Benes 猜想的突破创造了更好的条件。当然, 由于长度较大序列的正规性判定涉及较多的序列分割组, 序列检测法用于较大规模 Omega 网络中无冲突路由的构造仍面临不小的挑战, 解决这些挑战是混洗交换网络路由理论与方法研究的新的方向。

参考文献

- [1] Stone H S. Parallel Processing with the Perfect shuffle[J]. IEEE Transactions on Computers, 1971, C-20(2): 153-161
- [2] Akbar S, Reza S N, Hamid Sarbazi A. The Shuffle-Exchange Mesh Topology for 3D NoCs[C]// The International Symposium on Parallel Architectures, Algorithms, and Networks. IEEE, 2008, 23: 275-280

(下转第 201 页)

够满足正常情况下及重路由情况下的传输要求,又保证耗费资源最少。

结束语 本文在深入分析原有 RRL 原理的基础上,给出了弹性路由层的矩阵表示,基于此提出了对 RRL 进行评估的指标体系以及面向 RRL 生成的原拓扑设计方法。仿真结果表明,提出的 RRL 评估指标可以客观地评判出 RRL 在不同情况下的适用程度,同时原拓扑设计方法可以得到既满足应用需求又节省建设资源的原拓扑设计方案。本文 RRL 评估指标以及原拓扑设计方法的给出,进一步深化了 RRL 重路由技术的研究范畴,很大程度上克服了 RRL 存在的路径次优问题,提高了 RRL 的适用度。下一步工作将致力于 RRL 生成算法的优化问题。

参 考 文 献

- [1] Sterbenz J P G, Hutchison D, Ctinkeya E K, et al. Resilience and survivability in communication networks; strategies, principles, and survey of disciplines [J]. *Computer Networks*, 2010, 54(8): 1245-1265
- [2] Retvari G, Csikor L, Tapolcai J, et al. Optimizing IGP link costs for improving IP-level resilience with Loop-Free alternates [C]// *Proceedings of the 8th International Workshop on the Design of Reliable Communication Networks*. Krakow, 2011: 62-69
- [3] Su H K. A local fast-reroute mechanism for single node or link protection in hop-by-hop routed networks[J]. *Computer Communications*, 2012, 35(8): 970-979
- [4] 苏金树, 胡乔林, 赵宝康. 互联网无中断转发的生存性路由协议[J]. *软件学报*, 2010, 21(7): 1589-1604
- [5] Atlas A. U-turn alternates for IP/LDP local protection [Z]. IETF Internet Draft, Draft-Atlas-IP-Local-Protect-Uturn-

03. Txt, Work in Progress, 2006
- [6] Xu M W, Yang Y, Li Q. Selecting shorter alternate paths for tunnel-based IP fast reroute in linear time[J]. *Computer Networks*, 2012, 56(2): 845-857
- [7] Shand M, Bryant S, Previdi S. IP fast reroute using not-via addresses[Z]. IETF Internet Draft, Draft-Ietf-Rtgwg-Ipfr-Notvia-Addresses-007. Txt, 2008
- [8] 于涛, 陈山枝, 李昕, 等. 偏转路由的网络故障处理技术[J]. *北京邮电大学学报*, 2007, 30(6): 1-4
- [9] Nelakuditi S, Lee S, Yu Y Z, et al. Fast local rerouting for handling transient link failures [J]. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 2007, 15(2): 359-372
- [10] Hansen A F, Kvalbein A, Gjessing S, et al. Fast, effective and stable IP recovery using resilient routing layers [C]// *Proceedings of the 19th international teletraffic congress*. Beijing, China, 2005: 1631-1640
- [11] Kvalbein A, Hansen A F, Cicic T, et al. Multiple routing configurations for fast IP network recovery[J]. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 2009, 17(2): 473-486
- [12] Hansen A F, Kvalbein A, Cicic T, et al. Resilient routing layers for recovery in packet networks [C]// *Proceedings of the 2005 International Conference on Dependable Systems and Networks*. Washington, DC, 2005: 238-247
- [13] Xi K, Chao H J. IP fast reroute for double-link failure recovery [C]// *Proceedings of the 2009th Global Telecommunications Conference (GLOBECOM 2009)*. Honolulu, HI, 2009: 1-8
- [14] Lee S S W, Tseng P K, Chang C C, et al. A non-weighted load balanced fast local protection scheme for IP networks [C]// *Proceedings of the 2010 IEEE Conference on Computer Communications Workshops (INFOCOM 2010)*. San Diego, CA, 2010: 1-5

(上接第 195 页)

- [3] Chou W Y, Chen R B, Chen Chiu-yuan. All-to-All Personalized Exchange in Generalized Shuffle-exchange Networks[J]. *Theoretical Computer Science*, 2010, 411: 16-18
- [4] Muller O, Baghdadi A, Jezequel M. From parallelism levels to a multi-asp architecture for turbo decoding[J]. *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems*, 2009, 17(1): 92-102
- [5] Raghavendra C S, Varma A. Rearrangeability of the 5-Stage Shuffle-Exchange Network for $N=8$ [A]// *Proceedings of 1986 International Conference on Parallel Processing* [C]. University Park, USA, 1987: 119-122
- [6] 戴浩, 沈孝钧. 在 7 级混洗交换网络中实现 16×16 的可重排性[J]. *电子学报*, 2007, 35(10): 1875-1885
- [7] Ge F B, Zhang T, Song J Y, et al. Study on the rearrangeability of $3n-1$ stages shuffle-exchange network[J]. *Journal on Communications*, 2011, 32(10): 10-18
- [8] Lee K Y. On the rearrangeability of the $2(\log_2 N)-1$ stage permutation network[J]. *IEEE Transactions on Computers*, 1985, C-34(5): 412-425
- [9] Sovis F. On rearrangeable networks of the shuffle-exchange network [A]// *Proc of frontiers of massively parallel computation* [C]. College Park, USA, 1990: 304-314
- [10] Abdennadher A, Feng T. On rearrangeability of Omega-Omega networks [A]// *Proc. 1992 International Conference on Parallel Proc* [C]. University of Michigan, USA, 1992: 159-165

- [11] Hasan C. Rearrangeability of $2n-1$ stage shuffle-exchange networks[J]. *SIAM Comp*, 2003, 32(3): 557-585
- [12] Raghavendra C S. On the Rearrangeability Conjecture of $(2\log_2 N - 1)$ -stage Shuffle-Exchange Network [A]// *IEEE Computer Society Technical Committee on Computer Architecture Newsletter* [C]. Winter, 1994-95, 1994: 10-12
- [13] Kim M, Yook H, Maeny S. On the correct-ness of inside-out routing algorithm [J]. *IEEE Transactions on Computers*, 1997, 46(7): 820-823
- [14] Parker D S. Notes on shuffle/exchange-type switching networks [J]. *IEEE Transactions on Computers*, 1980, c-29: 213-222
- [15] Bhardwaj V P, Nitin. A New Fault Tolerant Routing Algorithm for Advance Irregular Augmented Shuffle Exchange Network [C]// *14th International Conference on Modelling and Simulation*, 2012
- [16] Arzilawati N, Yunus M. Mohamed Othman Shuffle Exchange Network in Multistage Interconnection Network; A Review and Challenges[J]. *International Journal of Computer and Electrical Engineering*, 2011, 3(5): 724-728
- [17] Ge F B, Zhao M, Zhang T, et al. A new policy to solve routing conflict in shuffle-exchange network[J]. *Science China Information Sciences*, 2011, 54(7): 1512-1523
- [18] Garofalakis J, Stergiou E. Performance evaluation for single- and semilayer multistage interconnection networks servicing multicast traffic by full multicast operation[J]. *International Journal of Communication Systems*, 2011, 24(4): 415-437