



计算机科学

COMPUTER SCIENCE

二维多边形物体剖分研究

金建国

引用本文

金建国. 二维多边形物体剖分研究[J]. 计算机科学, 2023, 50(11A): 230300237-5.

JIN Jianguo. Study on Decomposition of Two-dimensional Polygonal Objects[J]. Computer Science, 2023, 50(11A): 230300237-5.

相似文献推荐 (请使用火狐或 IE 浏览器查看文章)

Similar articles recommended (Please use Firefox or IE to view the article)

[基于配置语句树的网络设备配置异常检测算法](#)

Anomaly Detection Algorithm for Network Device Configuration Based on Configuration Statement Tree

计算机科学, 2023, 50(11A): 230200128-10. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.230200128>

[聚类联邦学习簇间优化](#)

Inter-cluster Optimization for Cluster Federated Learning

计算机科学, 2023, 50(11A): 221000243-5. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.221000243>

[基于物品关联协同过滤的下一购物篮推荐算法](#)

Next-basket Recommendation Algorithm Based on Correlation Between Items Collaborative Filtering

计算机科学, 2023, 50(11A): 221000076-6. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.221000076>

[面向兴趣点推荐系统的自然噪声过滤算法](#)

Natural Noise Filtering Algorithm for Point-of-Interest Recommender Systems

计算机科学, 2023, 50(11): 132-142. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.230400045>

[基于节点聚类复杂度的图聚类方法](#)

Graph Clustering Algorithm Based on Node Clustering Complexity

计算机科学, 2023, 50(11): 77-87. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.230600003>

二维多边形物体剖分研究

金建国

浙江工业大学理学院应用数学系 杭州 310032

摘要 文中对二维多边形物体有意义剖分进行了研究。心理学家通过研究后发现对物体进行有意义的剖分是人类识别物体的一个重要过程。研究对二维多边形物体的剖分,对于图像识别具有重要意义。在进行图像识别时可首先提取图像中物体的边缘,并用封闭多边形表示。研究如何对该多边形进行有意义的剖分,是正确识别该图像中的物体很关键的一步。文中首先用谱分析结合K-均值的方法,对要剖分的多边形的顶点进行聚类,然后用计算多边形剖分线段适合度的方法,递归地在顶点类内部和顶点类之间选择最佳剖分线段,实验结果表明了该方法的有效性。该算法剖分结果和知名的人工剖分结果的定量分析比较表明,算法剖分结果符合人类思维,取得了较好的剖分结果。

关键词 模式识别;多边形剖分;谱分析;聚类;凸率

中图分类号 TP391;TH122

Study on Decomposition of Two-dimensional Polygonal Objects

JIN Jianguo

Applied Mathematics Department of Science College, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310032, China

Abstract This paper studies how to decompose the two-dimensional polygonal objects into meaningful parts. Psychologists have found that meaningful decomposition of objects is an important process for human beings to recognize objects. Especially, in image recognition, after the edge of the object in the image has been detected, the edge can be expressed as a closed polygon. So how to decompose the polygon is a very important step to recognize the object in image. In this paper, we first separate the vertices of polygon into several clusters by spectral analysis combined with K-means, and then by computing cut line fitness proposed in the paper, the algorithm choose the best cut line recursively on between-cluster and within-cluster. Experimental results show the effectiveness of this method. The quantitative analysis and comparison between the algorithm and the well-known artificial decomposition data set show that the algorithm decomposition results are in line with human thinking and have achieved good decomposition results.

Keywords Pattern recognition, Polygon decomposition, Spectral analysis, Clustering, Convexity

1 引言

心理学家研究后发现把一个物体先剖分成各个有意义的子部分^[1](见图1)是人类识别该物体的基础。因此,研究如何对物体进行有意义的剖分(比如把一只兔子剖分为头、耳朵、躯干、尾巴和四只脚)是模式识别、人工智能、计算机图形学和图像处理的重要研究内容。



图1 把物体剖分成有意义的子部分^[1]

Fig.1 Splitting an object into meaningful parts^[1]

例如对图像进行识别时,可首先利用边缘检测技术获得图像中物体的边界,边界可用多边形来表示。对该多边形所表示的物体进行识别,需要对多边形进行有意义的剖分,对

每一个剖分得到的子部分分别进行一一识别,最后组合得到对原始整个物体的认识。因此,对多边形物体有意义剖分方法的研究,对图像识别研究具有较大的促进作用。另外,多边形物体剖分方法还可以推广到三维网格的剖分上,这对三维网格表示的物体的剖分及识别研究也具有重要意义。

Latecki等^[2]、Lien等^[3]提出了基于多边形凸性的剖分方法,他们认为多边形的有意义的每个子部分应该是凸多边形或近似凸多边形。Bertamini等^[4]回顾了凸性是如何影响图形和背景的分隔、图形的子结构的构成,以及凸性和凹性对观察图形或物体时注意力分配的影响。Meng等^[5]提出了基于种子传播和区域凸性的图像分割方法。Li等^[6]采用了对区域 visibility range 以及基于此的凹率度量的数值计算方法进行定量分析,用近似凸多边形在类似于蜥蜴等带有较长的弯曲尾巴的二维图形方面取得了较好的剖分结果。上述研究把一个多边形物体和其他平面图形或图像剖分为几个凸的或近似凸的子部分,从而得到对物体有意义的一个剖分。但

基金项目:国家自然科学基金(61972458)

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(61972458).

通信作者:金建国(npy20022003@zjut.edu.cn)

只单纯考虑凸性,剖分效果还是不太理想,原因在于:其一,事实上还是有不少(多边形)物体的有意义的子部分是凹的(多边形),而非凸的;其二,即使是凸的,也未必一定是有意义的子部分。

Hoffman 等^[7]、Braunstein 等^[8]、Xu 等^[9]提出对物体的剖分应遵循极小化规则,他们指出物体的剖分位置在边界上应在具有局部最小负曲率的地方,例如对于二维物体,剖分线的两个端点应在物体边界上的局部最小负曲率处。但这些文献考虑的都只是剖分点的位置,而没有具体指出剖分线应该怎样放置。另外,需要指出的是,剖分点也并非一定只能是这类点。极小化规则也适用于对 3D 网格的剖分,例如, Lin 等^[10]结合极小化规则和决定“part salience”的 3 个因素对 3D 网格进行了剖分。

Singh 等^[11]提出了最短剖分线段原则。他们认为剖分线段应该倾向于放置在使剖分线段尽量短的位置上,但他们要求剖分线段必须横跨一个局部形状对称轴,显然这样的剖分方法通用性有待提高。Luo 等^[12]提出了结合极小化规则和最短剖分线段原则的剖分方法,取得了较好的剖分结果,但没有把可以描述形状整体性的凸性考虑在内。

Tanase 等^[13]和 Lien 等^[14]提出了一个基于线骨架的多边形剖分方法。通过提取物体线骨架并对线骨架进行剖分得到相应的物体剖分结果。Papanelopoulous 等^[15]提出用基于中轴线的方法进行二维形状的剖分,该方法用外部中轴线的顶点提供了曲线负曲率最小值的位置和范围,对内部中轴的遍历则提供了一小部分候选端点用于剖分,剖分点的最后选择是根据局部凸性规则确定的优先顺序进行处理。这些算法因为还要提取物体骨架或中轴线,因此算法比较复杂,计算量较大。

Siddiqi 等^[1]提出了基于“Limb-based”和“Neck-based”的剖分方法。他们认为基于肢体的“部分”(Limb-based parts)是在端点为负曲率极小值且端点切线从一端平滑地连续到另一端进行剖分的结果(共圆切线)(见图 2(a))。而基于颈部的“部分”(Neck-based parts)是在最窄的区域进行分割的结果,即在长度为局部最小值的线段上进行分割,而这些线段是一个内切圆的直径(见图 2(b))。但显然,仅仅在形成 Limb 和 Neck 的位置放置剖分线是不够的,因为事实上有不少物体在不形成 Limb 和 Neck 的位置也需要放置剖分线。另外,即使物体有的地方形成了 Limb 或 Neck,也未必适合在此位置进行剖分。

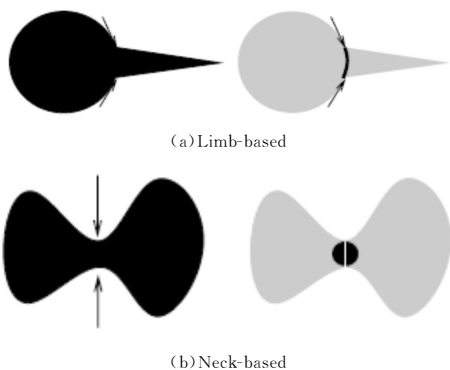


图 2 基于“Limb”的剖分和基于“Neck”的剖分

Fig. 2 “Limb” based partition and “Neck” based partition

本文的剖分算法与以往不同,我们首先把多边形物体的顶点分割为几个顶点类,然后利用剖分线适合度在顶点类之间和顶点类内部递归地选择最佳剖分线,算法剖分结果和人工剖分结果(人工剖分数据集由 Winter 等^[16]提供,是目前多边形物体人工剖分的知名数据集)定量分析比较显示,本文算法是可行的,取得了符合人类思维习惯的较好剖分结果。

第 2 章给出了与本文剖分算法相关的概念和定义,在此基础上给出了本文对多边形物体进行有意义剖分的剖分新算法。第 3 章给出了剖分算法的实验结果与实例,并指出了下一步的工作。

2 多边形物体有意义剖分方法

2.1 基本概念

定义 1(多边形顶点的凹率) 如图 3 所示,我们定义多

$$VC = \begin{cases} 0, & \text{sign}(P_i) \geq 0 \\ \frac{1 + \cos \alpha}{2}, & \text{sign}(P_i) = -1 \end{cases}, \text{其中:}$$

$$\text{sign}(P_i) = \begin{cases} -1, & P_i P_{i+1} \times P_i P_{i-1} < 0 \\ 0, & P_i P_{i+1} \times P_i P_{i-1} = 0 \\ 1, & P_i P_{i+1} \times P_i P_{i-1} > 0 \end{cases}$$

α 为 $P_i P_{i+1}$ 到 $P_i P_{i-1}$ 逆时针方向的夹角。若顶点的凹率为 0,称该顶点为凸顶点,否则称之为凹顶点。

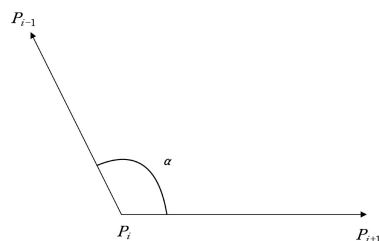


图 3 多边形顶点的凹率

Fig. 3 Concavity of polygon vertices

定义 2(多边形凸率) 我们定义多边形凸率 $PC =$

$$\frac{A_P + (1 - \frac{\max d}{p}) A_H}{2}, \text{其中 } A_P \text{ 和 } A_H \text{ 分别是多边形和它的凸包的面积, } p \text{ 是多边形凸包的最小矩形包围盒的对角线长度, } \max d \text{ 是多边形顶点到多边形凸包的最大距离,如图 4 所示。}$$

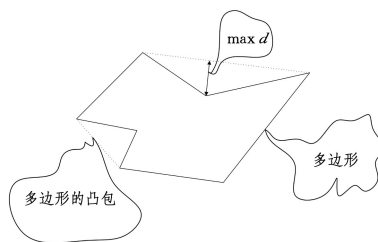


图 4 多边形和它的包围盒

Fig. 4 Polygon and its bounding box

定义 3(多边形剖分线段的短率) 我们定义多边形剖分线段的短率 $CS = 1.0 - \frac{dis}{0.5 * per}$,其中 per 是多边形周长, dis 是剖分线段长度。

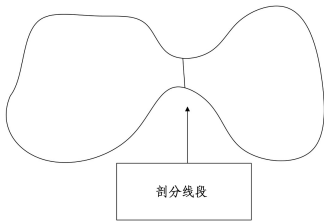


图 5 剖分线段的短率

Fig. 5 Shortness value of cut line

定义 4(多边形剖分线段的突出率) 我们定义多边形剖分线段的突出率 $PS=1.0-\frac{dis}{gdis}$, 其中, dis 是剖分线段长度, $gdis$ 是剖分线段两端点(两多边形顶点)之间的测地距离。

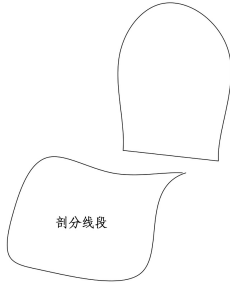


图 6 剖分线段的突出率

Fig. 6 Stick-out value of cut line

定义 5(多边形被剖分成两部分后两子多边形的面积比因子) 我们定义一个多边形被剖分成两部分后得到的两子多边形的面积比因子 $ADF=\frac{\min(area1,area2)}{\max(area1,area2)}$, 其中 $area1$ 和 $area2$ 分别为两子多边形的面积, 如图 7 所示。

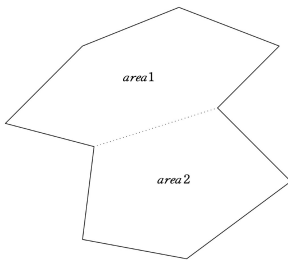


图 7 多边形被剖分成两个子多边形

Fig. 7 A polygon is divided into two sub polygons

定义 6(多边形的适合度) 我们定义多边形的适合度 PF 为该多边形的凸率 PC 。

定义 7(多边形剖分线段的适合度) 定义多边形剖分线段的适合度 $CLF=\omega_0 * CPF + \omega_1 * PS + \omega_2 * CS + \omega_3 * ADF$. 其中 $PS, CS,$ 和 ADF 分别为多边形剖分线段的突出率、短率 and 此剖分线段剖分多边形后产生的两子多边形的面积比因子。 CPF 为多边形被剖分成两个子多边形时这两个相邻子多边形的组合总适合度, 即:

$$CPF=t * PF_1 + (1-t) * PF_2$$

$$t=\frac{area1}{area1+area2} \in (0,1)$$

其中, PF_1 和 PF_2 分别为两子多边形的适合度, $area1$ 和 $area2$ 分别为两子多边形的面积。 $\omega_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3$ 为 CPF, PS, CS, ADF 的权因子, 满足 $\sum_{i=0}^3 \omega_i = 1,$ 且 $\omega_i \geq 0, i=0, 1, 2, 3.$

2.2 多边形剖分算法

多边形顶点分类算法和多边形剖分算法的伪代码如

算法 1 和算法 2 所示。

算法 1 多边形顶点分类算法

1. 输入多边形的各个顶点(坐标)。
2. 计算多边形顶点之间的亲密度矩阵 M, M 中的每一个元素 m_{ij} 定义为多边形顶点 i 和 j 之间的测地距离 g_{ij} 的一个函数, 即 $m_{ij} = e^{-g_{ij}^2/(2\sigma^2)}$, 这里, $\sigma^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{1 \leq i, j \leq n} g_{ij}^2, n$ 是多边形顶点数目。
3. 对亲密度矩阵 M 利用特征值和特征向量的方法进行谱分析(Liu 等^[17]、Chahhou 等^[18]、Pang 等^[19]), 得到多边形顶点的类的一个初始划分。
4. 以第三步谱分析的类划分结果作为初值, 执行 K-均值算法, 得到多边形顶点类的最终划分。

算法 2 多边形剖分算法

1. 输入待进行有意义剖分的多边形(物体);
2. 利用谱分析(Spectral Analysis)结合 K-均值算法得到多边形顶点的分类, 见算法 1。
3. 计算多边形的适合度(The Fitness of Polygon),
 - if(该多边形的适合度已达到要求或该多边形的相对面积已经足够小)
 - 算法结束;
 - else
 - {
 - 利用剖分线段适合度(Cut Line Fitness)递归地在多边形顶点类之间的顶点和类内部顶点之间选择最佳多边形剖分线段。
 - if(最佳剖分线段存在于两个类之间的顶点(的连线上))
 - {
 - 进一步计算所有这两个类之间的顶点间的剖分线段的适合度, 取其中最佳的剖分线段, 把多边形剖分为两部分。
 - }
 - else if(最佳剖分线段位于类内部两个顶点之间)
 - {直接使用该最佳剖分线段剖分多边形成两个子部分。}
 - 对剖分得到的两个子多边形中的每个子多边形, 转 3, 进一步递归剖分。
 - }
 - }
4. 为避免出现剖分线段(通过多边形两顶点, 在多边形两顶点之间的那部分)的一部分可能在多边形外部或在多边形边界上, 检测并在剖分线段邻域调整剖分线位置, 使剖分线段完全在多边形内部。最后得到了多边形有意义剖分的全部剖分线段集合 CLS。

算法 2 中, 当在两个顶点类之间选择剖分线时, 初始时在每个顶点类中, 我们只选择 5 个“关键顶点”作为剖分线的端点, 顶点类之间的候选剖分线段的两个端点分别为两个类中的 5 个关键点, 由于有些类包含的顶点数少于 5 个, 因此初始时两个类之间候选剖分线段最多只有 $C_5^1 \times C_5^1 = 25$ 条。而只有当“最佳剖分线段”位于两个类顶点之间时, 算法才会进一步考虑这两个类之间所有顶点之间的剖分线段, 从中选择真正的最佳剖分线段。在一个顶点类中, 5 个关键顶点分别是类的 2 个边界顶点 b_1 和 b_2 , 最接近类中心的顶点 c , 以及分别从顶点类的左边和右边开始遇到的第一个凹顶点 c_1 和 c_2 , 如图 8 所示。

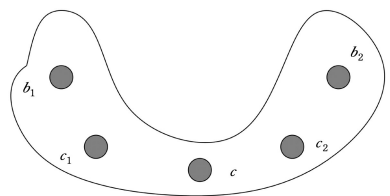


图 8 在一个顶点类中的 5 个关键顶点

Fig. 8 Five key vertices in a vertex cluster

3 实验与结果

当培训剖分算法中的参数(包括递归剖分算法终止参数和剖分线段适合度的4个权因子)时,我们首先把78个多边形物体^[16]随机分为2部分,40个物体用以培训参数,另外38个用以测试。我们把40个用以参数培训的多边形物体进一步手工分为两类,一类我们认为剖分时多边形剖分线段的突出率和短率更重要,称之为A类,包含25个物体。另一类我们认为考虑剖分时多边形剖分线段的组合总适合度CPF(和多边形凸率相关)很重要,称之为B类,包含了15个物体。在培训参数时,我们所要获得的参数值要满足所提算法所得到的多边形的剖分线段数目和各个剖分线段的位置与人类手工剖分(78个物体的手工剖分数据集由Joeri De Winter and Johan Wagemans 2006^[16]提供)的结果之间的标准误差(standard error)达到最小值。算法剖分线段的位置和人工剖分线段的位置匹配我们采用了Hungarian算法。经过这样的培训后,我们得到针对上述两类不同多边形物体的两组参数值。A类与B类参数值培训结果见表1。比较两组参数值表明,A类多边形与B类多边形的递归剖分算法终止参数值比较接近。而剖分线段适合度中的4个权因子有明显差异。显然A类中剖分线段的短率CS和突出率PS尤为重要,权重分别占0.4和0.325。而B类多边形剖分时剖分线段的组合总适合度CPF更重要,权重占了0.8。然后用培训获得的参数值对余下用以测试的38个多边形物体对所提剖分算法进行测试,算法用Fisher Linear Discriminant^[20]分类器自动选择对某多边形物体采用哪组参数值,算法剖分和人工剖分之间的标准误差测试结果见表2,其中“人工剖分”中,剖分线段数的误差(error)指的是各个人工剖分小组给出的剖分线段数目和标准剖分线段数目(各个小组对同一物体剖分时可能有不同的剖分线段数目,其中剖分线段数目出现次数最多的那个剖分线段数)对38个测试物体的平均误差。剖分线位置误差(error)指的是不同人工剖分小组放置剖分线位置的平均误差。“算法剖分”中,剖分线段数误差(error)指的是算法给出的剖分线段数目和标准剖分线段数目对38个测试物体的

平均误差。剖分线位置误差(error)指的是算法剖分线位置和人工剖分线位置之间的平均误差。表2中算法剖分和人工剖分之间的剖分线段数和剖分线位置的标准误差值(standard error)(0.1621和1.1848)表明我们的剖分算法是有效的,符合人类思维方式,取得了较好的剖分结果。剖分部分实际例子见图9,同一个颜色的顶点表示属于同一类,白色剖分线段(集)为人工剖分,同一个位置有多条白色剖分线段是因为人工剖分时有多个小组对同一个多边形物体进行剖分导致的,也即有多个小组在此位置画了剖分线,绿色剖分线段是本文算法的程序剖分结果。本文引言中图1是Siddiqi等^[1]基于“Limb-based”和“Neck-based”的方法剖分结果,图9和图1对“兔子”和“大象”剖分结果的比较显示(图9和图1的“兔子”和“大象”图形状稍有一些差异),我们基于Cut Line Fitness递归选择最佳剖分线段的算法的剖分结果要优于Siddiqi等^[1]的剖分结果。

表1 参数培训结果

Table 1 Parameter training results

参数	A类	B类
递归剖分算法终止参数 (多边形的适合度,相对面积)	(0.93,0.22)	(0.9682,0.2350)
剖分线段适合度的4个权因子 (w_0, w_1, w_2, w_3)	(0.25,0.325, 0.4,0.025)	(0.8,0.0, 0.1,0.1)

表2 测试结果

Table 2 Test results

剖分方法	剖分线段数		剖分线位置	
人工剖分 (Human)	误差 (error)	0.5043	误差 (error)	25.8293
	标准差 (standard deviation)	0.4617	标准差 (standard deviation)	18.5963
算法剖分 (Program)	误差 (error)	0.4295	误差 (error)	47.8615
	标准误差 (standard error)	0.1621	标准误差 (standard error)	1.1848

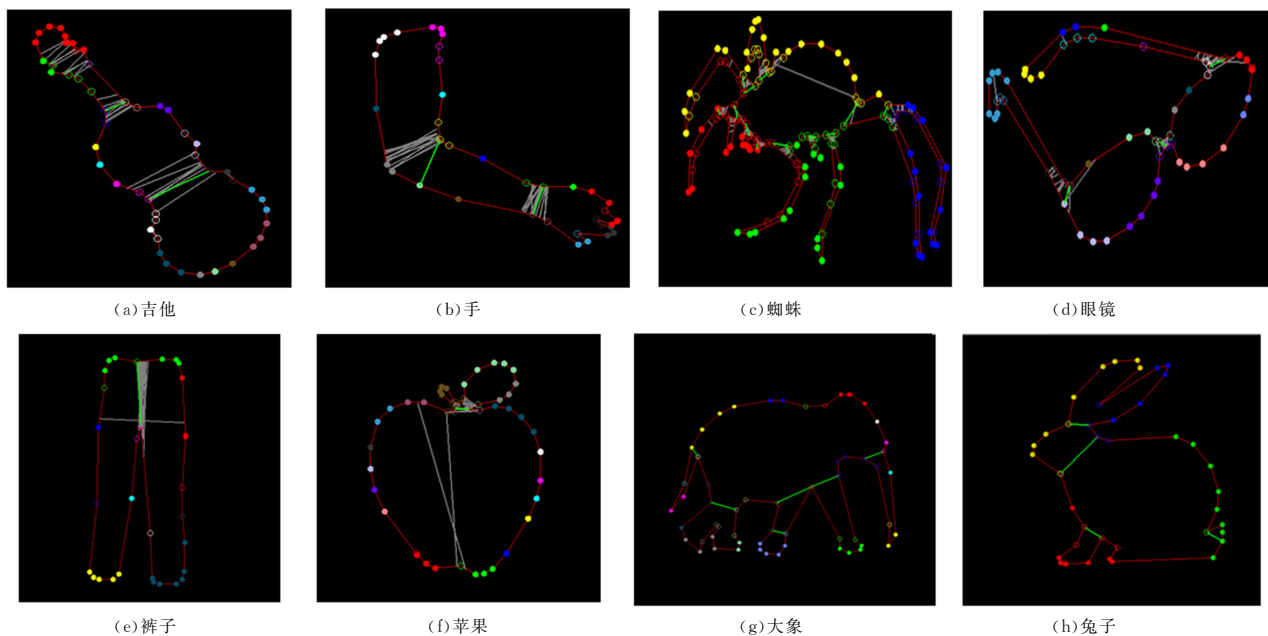


图9 多边形物体剖分实例

Fig. 9 Examples of polygonal object partition

结束语 本文对多边形物体的有意义剖分进行了研究。进一步的工作包括:(1)将我们对多边形有意义剖分的成果应用到图像识别中去;(2)将我们在二维多边形物体的剖分工作推广到三维网格表示的三维物体剖分上。

参 考 文 献

- [1] SIDDIQI K, KIMIA B B. Parts of Visual Form: Computational Aspects[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1995, 17: 239-251.
- [2] LATECKI L J, LAKAMPER R. Convexity Rule for Shape Decomposition Based on Discrete Contour Evolution[J]. Computer Vision and Image Understanding, 1999, 73(3): 441-454.
- [3] LIEN J M, AMATO N M. Approximate Convex Decomposition of Polygons[C]// SCG'04. Brooklyn, New York, USA, 2004: 9-11.
- [4] BERTAMINI M, WAGEMANS J. Processing convexity and concavity along a 2-D contour: figure-ground, structural shape, and attention[J]. Psychon Bull Rev, 2013, 20: 191-207.
- [5] MENG F M, LI H L, WU Q B, et al. Seeds-Based Part Segmentation by Seeds propagation and Region Convexity Decomposition[J]. IEEE Transactions on multimedia, 2018, 20(2): 310-322.
- [6] LI Z Y, QU W Y, QI H, et al. Near-convex decomposition of 2D shape using visibility range[J]. Computer Vision and Image Understanding, 2021, 210(9): 103243.
- [7] HOFFMAN D D, SINGH M. Saliency of visual parts[J]. Cognition, 1997, 63(1): 29-78.
- [8] BRAUNSTEIN M L, HOFFMAN D D, SAIDPOUR A. Parts of visual objects; an experimental test of the minima rule[J]. Perception, 1989, 18: 817-826.
- [9] XU Y, EARLY S M. Computation of part structure: Evidence from visual search[J]. Perception and Psychophysics, 2002, 64: 1039-1054.
- [10] LIN H Y S, LIAO H Y M, LIN J C. Visual Saliency-Guided Mesh Decomposition [J]. IEEE Transactions on Multimedia, 2007, 9(1): 46-57.
- [11] SINGH M, SEYRANIAN G D, HOFFMAN D D. Parsing Silhouettes: The Short-Cut rule[J]. Perception and Psychophysics, 1999, 61: 636-660.
- [12] LUO L, SHEN C H, LIU X W, et al. A Computational Model of the Short-Cut Rule for 2D Shape Decomposition [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2015, 24(1): 273-283.
- [13] TANASE M, VELTKAMP R C. Polygon Decomposition based on the Straight Line Skeleton[C]// SOCG'03. San Diego, USA, 2002: 58-67.
- [14] LIEN J M, KEYSER J, AMATO N M. Simultaneous Shape Decomposition and Skeletonization[C]// ACM Symposium on Solid and Physical Modeling (SPM 2006). Cardiff, UK, 2006: 219-228.
- [15] PAPANELOPOULOS N, AVRITHIS Y, KOLLIAS S. Revisiting the Medial Axis for Planar Shape Decomposition[J]. Computer Vision and Image Understanding, 2019, 179: 66-78.
- [16] DE WINTER J, WAGEMANS J. Segmentation of object outlines into parts: A large-scale integrative study[J]. Cognition, 2006, 99: 275-325.
- [17] LIU R, ZHANG H. Segmentation of 3D Meshes through Spectral Clustering[C]// Proceedings of the 12th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications. 2004.
- [18] CHAHHOU M, MOUMOUN L, EL FAR M, et al. Segmentation of 3D Meshes Using p-Spectral Clustering[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2014, 36(8): 1687-1693.
- [19] PANG Y W, XIE J, NIE F P, et al. Spectral Clustering by Joint Spectral Embedding and Spectral Rotation[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(1): 247-258.
- [20] DUDA R O, HART P E, STORK D G. Pattern Classification, Second Edition [M]. Wiley-Interscience Publication, 2001: 117-124.



JIN Jianguo, born in 1970, Ph.D, associate professor. His main research interests include computer graphics and applied mathematics.