



计算机科学

COMPUTER SCIENCE

基于概率误差的三维室内定位系统最优布站方法

谷雨泰, 赵京翼, 杨腾, 陈冲

引用本文

谷雨泰, 赵京翼, 杨腾, 陈冲. 基于概率误差的三维室内定位系统最优布站方法[J]. 计算机科学, 2024, 51(6A): 230700148-7.

GU Yutai, ZHAO Jingyi, YANG Teng, CHEN Chong. [Optimal Station Layout Method for 3D Indoor Positioning System Based on Error Probability](#) [J]. Computer Science, 2024, 51(6A): 230700148-7.

相似文章推荐 (请使用火狐或 IE 浏览器查看文章)

Similar articles recommended (Please use Firefox or IE to view the article)

[基于迁移学习的动态环境室内定位方法研究](#)

Indoor Location Algorithm in Dynamic Environment Based on Transfer Learning
计算机科学, 2024, 51(5): 277-283. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.230300137>

[深度学习可解释性综述](#)

Review on Interpretability of Deep Learning
计算机科学, 2023, 50(5): 52-63. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.221000044>

[WiPasLoc:基于WiFi的被动式室内人员定位新方法](#)

WiPasLoc:A Novel Passive Indoor Human Localization Method Based on WiFi
计算机科学, 2022, 49(11): 259-265. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.220500098>

[基于M2M相遇区的PDR室内定位方法](#)

PDR Indoor Positioning Method Based on M2M Encounter Region
计算机科学, 2022, 49(9): 283-287. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.210800270>

[飞机机内无线通信网络架构与接入控制算法研究](#)

Study on Wireless Communication Network Architecture and Access Control Algorithm in Aircraft
计算机科学, 2022, 49(9): 268-274. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.210700220>

基于概率误差的三维室内定位系统最优布站方法

谷雨泰 赵京翼 杨腾 陈冲

中国石油大学(北京)信息科学与工程学院/人工智能学院 北京 102249

(guyutai@outlook.com)

摘要 随着智能化、自动化技术的不断发展,室内定位技术的应用场景日益广泛,如何提高室内定位系统的精度和可靠性一直是研究热点。对基站布局进行优化,提升系统整体的定位精度是现有的室内定位系统优化方法之一。对于该方法,现有的研究普遍选择采用其他相似领域的已有方法,主要的两种方法中用于评价卫星共轭的精度稀释因子忽略了基站与标签的距离;作为导弹、惯导系统中落点精度评价因子的概率误差方法没有考虑基站几何结构的影响。对此,提出了一种基于精度稀释因子和概率误差方法的精度评价模型,用于推导三维室内定位系统的最优基站布局,该模型同时考虑了距离和几何结构对室内定位精度的影响,可以很好地应用于室内定位的领域。所提方法在程序模拟和实际定位实验中均取得了优异的效果。在程序模拟中,最优基站布局系统的定位误差均值相比传统四顶角定位系统降低了约 14.38%,在实际定位实验中,最优布局的定位精度和效果都得到了显著提升。实验结果验证了精度评价模型的准确性与实用性。所提出的最优基站布局方法在三维室内定位领域具有很高的应用价值和普适性,能够有效提高室内定位系统的精度和效果。

关键词: 室内定位;最优布站方法;位置精度稀释因子;椭圆概率误差;超宽带

中图分类号 TN925

Optimal Station Layout Method for 3D Indoor Positioning System Based on Error Probability

GU Yutai, ZHAO Jingyi, YANG Teng and CHEN Chong

College of Information Science and Engineering/College of Artificial Intelligence, China University of Petroleum(Beijing), Beijing 102249, China

Abstract With the continuous development of intelligent and automation technology, the application scenarios of indoor positioning technology are becoming more and more extensive, and how to improve the accuracy and reliability of indoor positioning system has always been a hot research issue. Optimization of the base station layout to improve the overall positioning accuracy of the system is one of the existing optimization methods for indoor positioning systems. For this method, the existing studies generally choose to adopt the existing methods in other similar fields. Among the main two methods, the dilution of precision used to evaluate satellite conjugation ignores the distance between the base station and the tag; the error probability used as the evaluation factor for the accuracy of fall points in missile and inertial navigation system does not consider the influence of the geometric structure of the base stations. In this regard, an accuracy evaluation model based on dilution of precision and error probability is proposed for deriving the optimal base station layout of 3D indoor positioning system, which can be well applied to the field of indoor positioning by considering the influence of both distance and geometric structure on indoor positioning accuracy. The proposed method achieves excellent results in both program simulation and actual positioning experiments. In the program simulation, the average value of positioning error of the optimal base station layout system is reduced by about 14.38% compared with that of the traditional four-top-angle positioning system, and in the actual positioning experiments, the positioning accuracy and effectiveness of the optimal layout are significantly improved. Experimental results verify the accuracy and practicality of the accuracy evaluation model. The proposed optimal base station layout method has high application value and universality in the field of 3D indoor positioning, and can effectively improve the accuracy and effectiveness of positioning systems.

Keywords Indoor positioning, Optimal station layout method, Position dilution of precision, Ellipsoid error probable, Ultra wide band

1 引言

随着科学技术的发展,智能化、自动化技术逐渐走入日常

生产生活,仓储管理、制造生产、物品查找、基于位置的服务等大量领域对室内精确定位的需求不断提升,而室内场景受建筑物遮挡影响,GPS信号衰减严重,无法满足室内定位的

基金项目:国家重点研发计划(2022YFC2803700);国家自然科学基金(62006247)

This work was supported by the National Key Research and Development Program of China(2022YFC2803700) and National Natural Science Foundation of China(62006247).

通信作者:陈冲(chenchong@cup.edu.cn)

需求。因此,室内定位技术逐渐成为目前的研究热点之一。

由于二维定位结构简单,存在信息缺失问题,难以满足实际应用,因此本文将对三维定位场景展开讨论。在非视距环境、多径效应和系统误差的影响下,电磁波测距存在一定的误差,从而使定位算法解析出的标签位置产生偏差,降低了定位精度。目前研究人员针对室内定位精度的提升优化主要分为3个方面。第一方面是在测距过程中对非视距环境、多径效应影响的识别和补偿。第二方面是对定位算法中的超定方程求最优解,方法有加权最小二乘估计法、迭代 Tikhonov 正则化方法、极大似然估计法等。第三方面是对定位系统建立精度评价方法,从而优化基站布局,提升系统整体的定位精度。目前的室内定位系统实验中,研究人员普遍采用传统的正三角形、矩形阵型布置基站,却很少考虑优化基站的布局,而基站布局直接影响系统整体的定位精度,因此对基站布局的优化研究具有至关重要的作用和意义。

目前对定位系统的基站布设方法的研究较少,室内定位领域的研究热点集中于定位算法、定位技术(如 UWB, ZigBee 等)、指纹定位、滤波降噪等方向。在 Web of science 数据库中按照关键词“Indoor positioning”检索 2012—2022 年室内定位领域的发文量,总数为 19 717 篇;按照关键词“(Indoor positioning) and(Layout)”检索 2012—2022 年室内定位领域基站布设方向的发文量,总数为 367 篇。2012—2022 年基站布设方向的发文量占室内定位领域总发文量的百分比如图 1 所示。

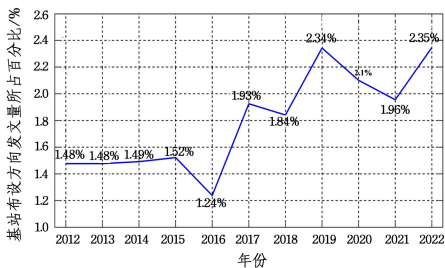


图 1 基站布设方向发文量所占百分比曲线图

Fig. 1 Graph of percentage of messages sent in the direction of base station deployment

因此,当前的基站布设方法普遍选择采用其他相似领域的现有方法,主要分为以下两个方向:1)用于评价卫星共轭对 GPS 精度影响的精度稀释因子 DOP (Dilution of Precision)^[1];2)在导弹、惯导系统中作为落点精度评价因子的圆概率误差 CEP (Circular Error Probable)。在利用 DOP 评价室内定位精度的研究中,Sharp 等^[2]分析了室内定位系统的定位精度和 DOP 的关系,并进行了仿真实验。Bharadwaj 等^[3-5]使用了 DOP 概念中的几何精度因子 GDOP (Geometric Dilution of Precision)对立方体、Y-4 型、L-3 型和镜像阵型 4 种基站布局的定位精度进行评定对比,在保证精度的同时追求更紧凑的基站布局以减少成本。Ren 等^[6]在 Bharadwaj 的研究基础上增加了立方体 8 基站布局,使用 GDOP 均值作为

定位精度评定方法进行仿真对比实验。这类研究仅对几种典型的基站阵型进行了讨论,为适用于更多的定位场景,需要提出基站布局优化的普遍方法。对于 DOP, Cheng 等^[7]建立了基于不等精度加权 DOP 值的基站组网优化方案。不同于先前的研究中采用 GDOP 均值作为精度评价指标, Zhang 等^[8]对 GDOP 进行加权求和后作为优化指标进而求得最佳基站布局。在进一步的研究中,人们发现在室内定位领域引入 GDOP 时应做适当调整使其更加适用于该领域, Yarlaga-da 等^[9]指出 DOP 在非 GPS 定位场景中的应用需改为位置精度因子 PDOP (Position Dilution of Precision)。Zhong^[10]利用 PDOP 建立了最优几何基站布局的数学模型,提高了定位系统的整体精度。在利用概率误差方法评价室内定位精度的研究中, Mao 等^[11]基于 CEP 提出时差定位系统的最佳布站方法,可以实现对目标区域的最佳快速布站引导。Wei 等^[12]建立了六参数描述的椭球概率误差 ESEP (Ellipsoid Error Probable)模型,通过仿真实验直观、准确地评估出惯导、导弹系统落点的精度。然而, DOP 和概率误差方法在室内定位的应用中都有不可避免的缺陷。PDOP 只分析基站的几何结构,忽略了基站与标签的距离,并不能很好地评价基站阵型的精度^[13]。概率误差方法多应用于惯性导航、导弹落点的精度评价,没有考虑到基站几何结构的影响。

定位系统的精度由基站布局几何结构和基站与标签的距离共同决定,因此本文在概率误差方法中引入基站几何结构的概念,建立室内定位系统的定位精度评价模型。该模型同时考虑了距离和几何结构对室内定位精度的影响,可以很好地应用于室内定位的领域。本文根据建立的精度评价模型采用启发式算法推导了三维室内定位系统的最佳布站方法,可以实现普遍定位场景下的布站优化。该模型的提出将进一步提高室内定位系统的精度和可靠性,并为室内定位领域的研究与应用提供了重要参考。本文的研究成果对于以室内导航、智能家居、物流仓储等领域为代表的室内定位应用具有重要的实用意义。

2 精度评价因子

PDOP 表示定位误差与测距误差的比值^[14],计算式为:

$$PDOP = \sqrt{HDOP^2 + VDOP^2} \quad (1)$$

其中, HDOP 表示水平精度因子, VDOP 表示垂直精度因子。

HDOP 与 VDOP 由观测矩阵 \mathbf{H} 和权系数矩阵 \mathbf{Q} 求得。观测矩阵 \mathbf{H} 为:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & \cos \beta_1 & \cos \gamma_1 \\ \dots & \dots & \dots \\ \cos \theta_n & \cos \beta_n & \cos \gamma_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中, $\cos \theta_n$, $\cos \beta_n$, $\cos \gamma_n$ 分别为第 n 个基站在 x, y, z 3 个方向上的方向余弦。

权系数矩阵 \mathbf{Q} 为:

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} = \frac{1}{|\mathbf{H}^T \mathbf{H}|} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \cos^2 \theta_i & -\sum_{i=1}^n \cos \theta_i \cos \beta_i & \sum_{i=1}^n \cos \theta_i \cos \gamma_i \\ -\sum_{i=1}^n \cos \theta_i \cos \beta_i & \sum_{i=1}^n \cos^2 \beta_i & -\sum_{i=1}^n \cos \beta_i \cos \gamma_i \\ \sum_{i=1}^n \cos \theta_i \cos \gamma_i & -\sum_{i=1}^n \cos \beta_i \cos \gamma_i & \sum_{i=1}^n \cos^2 \gamma_i \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中, q_{ii} 为 Q 的对角线元素, 则三维 $PDOP = \sqrt{q_{11} + q_{22} + q_{33}}$ 。

$$PDOP = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \cos^2 \theta_i + \sum_{i=1}^n \cos^2 \beta_i + \sum_{i=1}^n \cos^2 \gamma_i}{|H^T H|}} = \sqrt{\frac{n}{|H^T H|}} \quad (4)$$

PDOP 基于所有基站的方向余弦进行建模, 是评价基站布局几何结构的指标, 且由观测矩阵 H 可知 PDOP 的概念中认为所有基站到标签的距离是相等的。

2.1 概率误差

概率误差的概念主要应用于惯性导航和弹道导弹武器系统, 常用于描述导弹落点精度。在三维空间的导弹落点精度评定中, 落点位置落入以散布中心为球心的某个球内的概率为 50% 时的圆球的半径 R 称为球概率误差 SEP (Spherical Error Probable)。

2.1.1 球概率误差

空间中的落点位置误差用三维坐标表示, 设 $\bar{r} = (x, y, z)$ 为落点位置误差的三维向量表述。大量的导弹落点由大数定律计算, 其在整体上服从正态分布且相互独立, 即 $x \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$, $y \sim N(\mu_y, \sigma_y^2)$, $z \sim N(\mu_z, \sigma_z^2)$, 其联合概率密度函数为:

$$f(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sigma_x \sigma_y \sigma_z} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[\left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}\right)^2 + \left(\frac{y - \mu_y}{\sigma_y}\right)^2 + \left(\frac{z - \mu_z}{\sigma_z}\right)^2 \right]\right\} \quad (5)$$

在无系统误差且标准差 $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma$ 时, Song 等^[15] 对式(5)进行变换推导, 积分得到 $SEP = 1.5382\sigma$ 。

2.1.2 椭球概率误差

在室内定位领域, 系统落点在不同方向的分布具有不均匀性的特点, 因此椭球在定位领域能更好地描述落点情况。在无系统误差, 标准差 $\sigma_x \neq \sigma_y \neq \sigma_z$ 时, Wei 等^[12] 对式(5)采用球坐标形式推导出 ESEP 的表达式:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (6)$$

其中, $a = 1.5382\sigma_x$, $b = 1.5382\sigma_y$, $c = 1.5382\sigma_z$ 。

3 精度评价模型

3.1 定位落点的正态分布参数

本文基于超宽带技术 (Ultra Wide Band, UWB) 作为定位

$$\rho_{xy} = \frac{\cos \theta_1 \cos \beta_1 \sigma_1^2 + \cos \theta_2 \cos \beta_2 \sigma_2^2 + \cdots + \cos \theta_n \cos \beta_n \sigma_n^2}{\sqrt{\cos^2 \theta_1 \sigma_1^2 + \cos^2 \theta_2 \sigma_2^2 + \cdots + \cos^2 \theta_n \sigma_n^2} + \sqrt{\cos^2 \beta_1 \sigma_1^2 + \cos^2 \beta_2 \sigma_2^2 + \cdots + \cos^2 \beta_n \sigma_n^2}} \quad (11)$$

$$\rho_{yz} = \frac{\cos \beta_1 \cos \gamma_1 \sigma_1^2 + \cos \beta_2 \cos \gamma_2 \sigma_2^2 + \cdots + \cos \beta_n \cos \gamma_n \sigma_n^2}{\sqrt{\cos^2 \beta_1 \sigma_1^2 + \cos^2 \beta_2 \sigma_2^2 + \cdots + \cos^2 \beta_n \sigma_n^2} + \sqrt{\cos^2 \gamma_1 \sigma_1^2 + \cos^2 \gamma_2 \sigma_2^2 + \cdots + \cos^2 \gamma_n \sigma_n^2}} \quad (12)$$

$$\rho_{xz} = \frac{\cos \theta_1 \cos \gamma_1 \sigma_1^2 + \cos \theta_2 \cos \gamma_2 \sigma_2^2 + \cdots + \cos \theta_n \cos \gamma_n \sigma_n^2}{\sqrt{\cos^2 \theta_1 \sigma_1^2 + \cos^2 \theta_2 \sigma_2^2 + \cdots + \cos^2 \theta_n \sigma_n^2} + \sqrt{\cos^2 \gamma_1 \sigma_1^2 + \cos^2 \gamma_2 \sigma_2^2 + \cdots + \cos^2 \gamma_n \sigma_n^2}} \quad (13)$$

在相关性转化的研究中, Wei 等^[12] 建立了一种将落点分布的方向相关转化为非相关的三次坐标轴旋转矩阵方法, 该方法将椭球先后绕原始坐标系的 Y 轴旋转 γ 角, 绕负 X 轴旋转 ϕ_x 角, 绕负 Z 轴旋转 ϕ_y 角, 从而去相关性。3 个角度的计算式如下:

$$y(\gamma) = \arctan \frac{0.5(\sigma_x^2 - \sigma_y^2) \sin 2\gamma - \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y \cos 2\gamma}{\rho_{xz} \sigma_x \sigma_z \cos \gamma + \rho_{yz} \sigma_y \sigma_z \sin \gamma} - 0.5 \arctan \frac{-2\rho_{xz} \sigma_x \sigma_z \sin \gamma + 2\rho_{yz} \sigma_y \sigma_z \cos \gamma}{\sigma_x^2 \sin^2 \gamma + \sigma_y^2 \cos^2 \gamma - \sigma_z^2 - \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y \sin 2\gamma} \quad (14)$$

场景的基础技术进行研究。UWB 技术的定位精度可达厘米级, 并且具有较强的抗多径效应和抗干扰能力, 已在室内定位领域广泛应用。在概率误差的概念中, 落点呈正态分布, 而 Fu 通过实验验证了电磁波距离测量误差服从广义正态分布^[16]。因此, 在基站对标签进行测距时, 可认为测量值 r 在基站与标签连线上的落点呈现正态分布。本文将基站与标签的距离和正态分布参数建立关系, 通过大量实验数据拟合出关于真实距离 d 的误差正态分布函数 $R \sim N(\mu, \sigma^2)$ 表达式, 其中:

$$\mu = f_1(d), \sigma = f_2(d) \quad (7)$$

对于标签 (x, y, z) 与基站 (x_n, y_n, z_n) 的正态分布参数, 根据式(7)代入真实距离 d 可求得 μ, σ^2 , 其中:

$$d_n = \sqrt{(x_n - x)^2 + (y_n - y)^2 + (z_n - z)^2} \quad (8)$$

3.2 估计量 R 的分解叠加

为得到定位落点的整体分布状态, 需要叠加所有基站的正态分布参数, 本文将基站与标签的连线上分布的有偏估计量 $R \sim N(\mu, \sigma^2)$ 分解到 x, y, z 轴上。

$$R_x = \cos \theta R, R_y = \cos \beta R, R_z = \cos \gamma R \quad (9)$$

其中, $\cos \theta, \cos \beta, \cos \gamma$ 是基站相对于标签在 x, y, z 3 个方向上的方向余弦。

易得, 三坐标轴分量两两之间的相关系数 $\rho_{xy} = \rho_{yz} = \rho_{xz} = 1$ 。推广到所有基站 (x_n, y_n, z_n) 与标签 (x, y, z) 的情况, 为方便运算, 取 R_n 的无偏估计 $R_n' \sim N(0, \sigma_n^2)$ 分解得到矩阵:

$$\begin{bmatrix} \cos \theta_1 R_1' & \cos \theta_2 R_2' & \cdots & \cos \theta_n R_n' \\ \cos \beta_1 R_1' & \cos \beta_2 R_2' & \cdots & \cos \beta_n R_n' \\ \cos \gamma_1 R_1' & \cos \gamma_2 R_2' & \cdots & \cos \gamma_n R_n' \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中, 第 n 列为基站 A_n 相对于标签的正态分布 R_n' 在 x, y, z 轴上的分解。

对三行分别进行叠加求和, 可以得到定位落点在三坐标轴上的整体分布参数 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 。

3.3 叠加的相关性问题

叠加后得到的整体分布参数存在相关性问题, 需要转化为相互不相关才便于进行概率误差的计算。已知式(10)每列元素之间为线性相关, 而每行之间的 R_1', R_2', \cdots, R_n' 可认为两两之间相互独立。经过推理得到相关系数的计算式:

$$\rho_x = \arctan \frac{0.5(\sigma_x^2 - \sigma_y^2) \sin 2\gamma - \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y \cos 2\gamma}{\rho_{xz} \sigma_x \sigma_z \cos \gamma + \rho_{yz} \sigma_y \sigma_z \sin \gamma} \quad (15)$$

$$\phi_x = -0.5 \arctan \left[(\sigma_x^2 - \sigma_y^2) \sin \phi_x \sin 2\gamma - 2\rho_{xy} \sigma_x \sigma_y \sin \phi_x \cos 2\gamma + 2(\rho_{xz} \sigma_x \sigma_z \cos \gamma + \rho_{yz} \sigma_y \sigma_z \sin \gamma) \cos \phi_x \right] / [\sigma_x^2 (\cos^2 \gamma - \sin^2 \phi_x \sin^2 \gamma) + \sigma_y^2 (\sin^2 \gamma - \sin^2 \phi_x \cos^2 \gamma) - \sigma_z^2 \cos^2 \phi_x + \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y (1 + \sin^2 \phi_x) \sin 2\gamma + (-\rho_{xz} \sigma_x \sigma_z \sin \gamma + \rho_{yz} \sigma_y \sigma_z \cos \gamma) \sin 2\phi_x] \quad (16)$$

先对式(14)使用初值为 0 的牛顿迭代法求解 γ , 后代入式(15)求 ϕ_x , 再代入式(16)求 ϕ_y 。求得旋转角后可通过以下

公式得到去相关性的标准差:

$$\sigma_x' = \sigma_x^2 (\cos \varphi_y \cos \gamma - \sin \varphi_y \sin \varphi_x \sin \gamma)^2 + \sigma_y^2 (\cos \varphi_y \sin \gamma + \sin \varphi_y \sin \varphi_x \cos \gamma)^2 + \sigma_z^2 \sin^2 \varphi_x \cos^2 \varphi_x + 2\rho_{xy} \sigma_x \sigma_y (\cos \varphi_y \cos \gamma - \sin \varphi_y \sin \varphi_x \sin \gamma) (\cos \varphi_y \sin \gamma + \sin \varphi_y \sin \varphi_x \cos \gamma) - 2\rho_{xz} \sigma_x \sigma_z \sin \varphi_y \cos \varphi_x (\cos \varphi_y \cos \gamma - \sin \varphi_y \sin \varphi_x \sin \gamma) - 2\rho_{yz} \sigma_y \sigma_z \sin \varphi_y \cos \varphi_x (\cos \varphi_y \sin \gamma + \sin \varphi_y \sin \varphi_x \cos \gamma) \quad (17)$$

$$\sigma_y' = \sigma_x^2 \cos^2 \varphi_x \sin^2 \gamma + \sigma_y^2 \cos^2 \varphi_x \cos^2 \gamma + \sigma_z^2 \sin^2 \varphi_x - \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y \cos^2 \varphi_x \sin 2\gamma - \rho_{xz} \sigma_x \sigma_z \sin 2\varphi_x \sin \gamma + \rho_{yz} \sigma_y \sigma_z \sin 2\varphi_x \cos \gamma \quad (18)$$

$$\sigma_z' = \sigma_x^2 (\sin \varphi_y \cos \gamma + \cos \varphi_y \sin \varphi_x \sin \gamma)^2 + \sigma_y^2 (\sin \varphi_y \sin \gamma - \cos \varphi_y \sin \varphi_x \cos \gamma)^2 + \sigma_z^2 \cos^2 \varphi_x \cos^2 \varphi_x + 2\rho_{xy} \sigma_x \sigma_y (\sin \varphi_y \cos \gamma + \cos \varphi_y \sin \varphi_x \sin \gamma) (\sin \varphi_y \sin \gamma - \cos \varphi_y \sin \varphi_x \cos \gamma) + 2\rho_{xz} \sigma_x \sigma_z \cos \varphi_y \cos \varphi_x (\sin \varphi_y \cos \gamma + \cos \varphi_y \sin \varphi_x \sin \gamma) + 2\rho_{yz} \sigma_y \sigma_z \cos \varphi_y \cos \varphi_x (\sin \varphi_y \sin \gamma - \cos \varphi_y \sin \varphi_x \cos \gamma) \quad (19)$$

本文采用这种方法进行转化,得到去相关性的三坐标轴整体分布参数 $\sigma_x', \sigma_y', \sigma_z'$ 。将旋转后的新坐标系 $OX'Y'Z'$ 变换回原坐标系 $OXYZ$ 的计算式为:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_x & -\sin \phi_x \\ 0 & \sin \phi_x & \cos \phi_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \quad (20)$$

3.4 基于 ESEP 的精度评价模型

基于 ESEP,根据 3 个坐标轴上不相关的分布 $\sigma_x', \sigma_y', \sigma_z'$ 得出定位误差落点所形成的椭球表达式:

$$\frac{(x-\mu_x)^2}{a^2} + \frac{(y-\mu_y)^2}{b^2} + \frac{(z-\mu_z)^2}{c^2} = 1 \quad (21)$$

其中, $a=1.5382\sigma_x', b=1.5382\sigma_y', c=1.5382\sigma_z'$ 。

本文采用引力的概念表示标签真实坐标 (x, y, z) 与 ESEP 椭球的“距离”,以此作为定位精度的评价因子。以均匀椭球体的引力场势的计算方法^[17]为参考,根据 ESEP 的定义可认为在不同基站、标签的情况下 ESEP 椭球的“质量”都相等,因此可将引力公式中的 G, M, m 都做归一化处理,再结合应用场景调整,反复测试,得到定位精度评价因子 E 的表达式:

$$E = \left(\frac{1}{d^2} - \frac{a^2 + b^2 + c^2}{10d^4} + \frac{3(a^2\mu_x^2 + b^2\mu_y^2 + c^2\mu_z^2)}{10d^6} \right)^{-1} \quad (22)$$

其中, d 为标签真实坐标与椭球中心 (μ_x, μ_y, μ_z) 的实际距离。

4 基于精度评价因子的最优基站布设

实验中使用的 UWB 技术是基于 Decawave 公司的 DW1000 芯片研发的高精度实时定位系统,使用 STM32F103 系列作为主控 MCU,在 30m 的范围内测距精度可达 ± 5 cm。定位系统采用基于到达时间 TOA(Time of Arrival)的测距方法,有效利用了 UWB 时间分辨率高的特性。我们在实验场景中以定点定位的方式模拟真实定位场景,利用 UWB 技术进行数据采集并记录,拟合正态分布参数函数以建立模型。在实验数据收集阶段完成后,我们利用正态分布参数函数建立了精度评价模型来对定位精度进行评估,进而采用启发式算法来寻找在特定定位场景下的最优基站布设方法。

4.1 正态分布参数函数拟合

本文的数学模型需要先采集所使用的标签的测距信息,通过收集测距数据将基站与标签的距离和正态分布参数建立关系。我们基于此设计了实验,在一个空旷无干扰的视距环境中每间隔 60 cm 设置一个标签,并让位于原点的基站接收标签发出的信号。我们通过测量每个标签和基站之间的时间差计算测量距离,并对每个标签都收集 600 组数据。在此期间,我们同时记录了每个标签和基站之间的基准距离,并用基准距离和测量距离的数据来拟合出正态分布参数与实际距离的关系式(23)。拟合数据得到误差正态分布函数如图 2 所示。

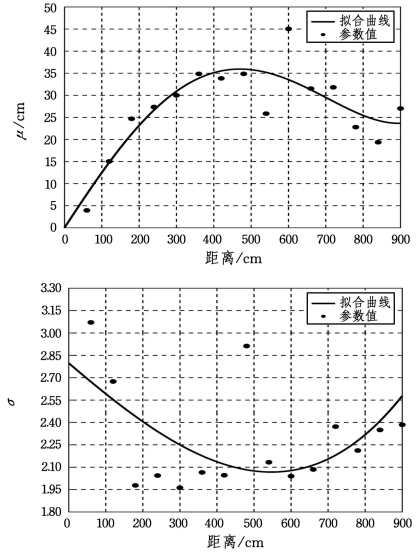


图 2 正态分布参数 μ, σ 散点图

Fig. 2 Scatterplot of normal distribution parameters μ, σ

$$\begin{aligned} \mu &= 2.41 \times 10^{-10} \times d^4 - 3.365 \times 10^{-7} \times d^3 - 6.037 \times 10^{-6} \times d^2 + 0.1286 \times d \\ \sigma &= 6.134 \times 10^{-10} \times d^3 + 1.425 \times 10^{-7} \times d^2 - 7.065 \times 10^{-4} \times d + 0.9326 \end{aligned} \quad (23)$$

4.2 实验设计

本文在空旷、环境扰动小的室内搭建了规模为 $600 \text{ cm} \times 600 \text{ cm} \times 120 \text{ cm}$ 的定位场景,在保持定位场景不发生变化的情况下,我们分别采用 3 种方法进行定位实验,包括程序模拟数学模型、搭建四顶角定位系统和搭建最优基站布局定位系统,并进行了实际测量,分析了验证模型的准确性与科学性。

1) ESEP 模型去相关性分析

为了验证数学模型程序的预测效果,本节将分别使用 ESEP 模型、去相关性的 ESEP 模型进行分析。同时,对坐标为 $(420, 420, 60)$ 的标签在理想情况下的定位落点分布情况进行模拟。该位置是实验场景中心位置的相邻点,既考虑了不同位置的维度,也能验证模型在理想情况下的预测能力。首先,根据标签与基站的距离算出相应的正态分布参数,据此模拟生成 3000 个理想情况下的定位落点。再使用 ESEP 模型预测标签的定位落点信息,该模型综合考虑了基站几何结构和标签距离两方面的要素,可以很好地体现出定位落点在坐标轴上的分布情况。其次,使用去相关性的 ESEP 模型对标签的定位落点信息进行预测。该模型解决了 ESEP 模型中整体分布参数存在的相关性问题,可以在保留坐标轴上的分布特征的情况下,体现出预测椭球在不同方向的不均匀性和方

向相关性,从而达到更好的预测效果。在对模型预测结果进行比较时,我们将理想情况下的定位落点分布情况作为对照组,分别对 ESEP 模型和去相关性的 ESEP 模型的预测情况进行评估,观测使用去相关性方法的模型预测的定位椭圆与理论定位落点是否匹配。同时,我们将对预测结果和理论情况进行误差分析和相关度分析,从而全面评估模型的性能和优劣。

2) 建立数学模型预测四顶角系统的定位精度

根据本文中的数学模型,将设计程序对定位场景进行模拟,以验证系统的定位精度。在理想情况下,我们采用传统的四顶角系统基站布置结构,在场景的 4 个顶角位置(0,0,120),(0,600,120),(600,0,120)和(600,600,120)处各布置一个基站。这种系统的覆盖范围广,有效定位区间大,布设简单便捷,具有很强的应用价值。之后将对系统中各点的定位精度因子进行演算,以此来预测该系统的定位精度,并绘制图表直观地分析预测情况是否与实际经验相符。

3) 搭建四顶角定位系统实际测量

实际搭建四顶角定位系统,在定位场景中的坐标为(0,0,120),(0,600,120),(600,0,120)和(600,600,120)的点上分别布置了 1 个基站,用于发送信号以获取标签的位置信息。被测标签(坐标为(420,420,60))的位置信息经过系统三维定位并记录,场景布置结构如图 3 所示。

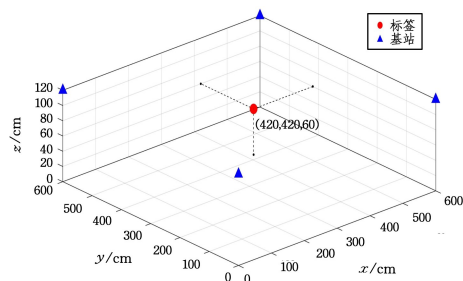


图 3 四顶角系统布置结构示意图

Fig. 3 Schematic structure of four top corners system arrangement

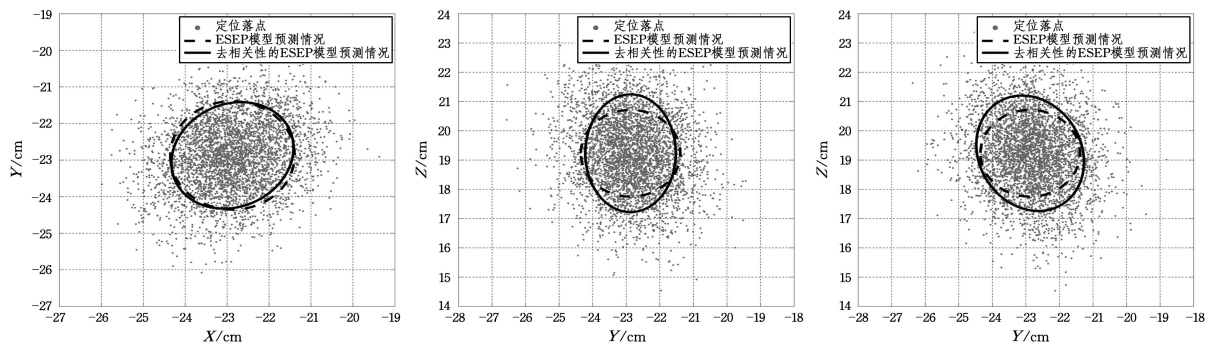


图 4 OXY, OYZ, OXZ 平面内理想定位落点与原始、去相关性预测椭圆投影图

Fig. 4 Projected ellipsoidal maps of ideal localization drop points in OXY, OYZ, and OXZ planes with original, de-correlated predictions

5.2 实验验证结果

在 $600\text{ cm} \times 600\text{ cm} \times 120\text{ cm}$ 的定位场景中,分别进行了四顶角定位系统的程序模拟实验、实际定位实验与根据数学模型求解出的最优基站布局的实际定位实验,并对比了 3 种实验的定位效果。

1) 四顶角系统的程序模拟

在求解出的四顶角系统的三维精度因子数据中取高度为 60 cm 的平截面绘制精度因子的三维网格图与等高线图,如

在实验中,本文收集了 200 组定位数据,每组收集到的数据包含每个基站接收到的信号飞行时间 TOF (Time of Flight),采用 TOA 测距算法解析出距离信息,再应用三边定位算法可以得到标签的位置信息。对 200 组标签位置信息统计并绘制三维图表,与本文所建立的数学模型预测结果进行对比,分析模型的预测效果。

4) 求解最优基站布局

为了进一步提高定位精度,本文依照数学模型采用启发式算法求解该定位场景中的最优基站布局,通过程序演算预测该系统的定位精度并与四顶角定位系统演算结果进行对比。为验证这一最优方案的优越性,本研究采用最优基站布局对实际定位场景进行重复实验,统计数据量化当前系统的定位误差,并与四顶角定位系统的定位误差进行对照分析。最后,我们进一步分析了经过优化的定位系统布局对定位效果的影响,并验证其优化的高效性与模型的准确性。

5 结果与分析

5.1 ESEP 模型去相关性分析

为观察落点分布与预测情况,本文抽取了 3000 个定位落点并绘制了相关图表,结果如图 4 所示。从图中可以观察到,定位落点总体与三坐标轴存在一定的角度,整体分布为椭圆形,中心的落点较为密集,越向外围的区域落点越稀疏,符合本文最初的设想与实际经验情况。而原始 ESEP 模型因局限于坐标轴方向,预测的椭圆三轴平行于坐标轴的三轴,与实际落点情况有一定的角度偏差,不能很好地描述落点情况。相反,去相关的 ESEP 模型不受三坐标轴方向的限制,在三视图图中与实际落点的整体倾斜趋势一致,并且相比原始 ESEP 模型的椭圆截面形状产生了变化,在模拟中的预测区域更接近于落点分布形状,从而更好地概述了定位系统的精度。因此,综合实验结果可以得出去相关的 ESEP 模型能更准确地描述定位系统的性能与表现。

图 5 所示。该领域的大量实验数据表明,在基站矩形布局的情况下,定位误差从中心向外逐渐增大,与本文模型的模拟情况相契合。本文对定位系统的总体评价指标采用精度评价因子 E 的均值表示,该值代表定位点与标签真实位置的偏差大小, $600\text{ cm} \times 600\text{ cm} \times 120\text{ cm}$ 的场景中四顶角系统的精度因子均值为 2628.233。

相同情况下,均值越低,整体定位精度越高,系统基站布局越好。

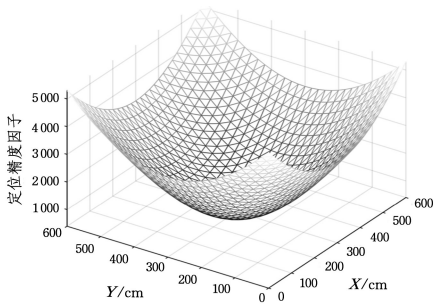


图 5 高度为 60 cm 的定位精度因子平面图

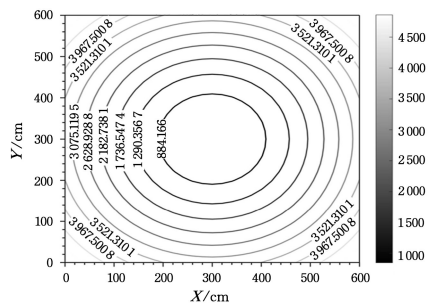


Fig. 5 Plan view of positioning accuracy factor at a height of 60 cm

2) 最优基站布局的程序模拟

根据本文建立的数学模型求解出的 $600\text{ cm} \times 600\text{ cm} \times 120\text{ cm}$ 场景中最优基站布局坐标为 $(0, 0, 0)$, $(0, 600, 40)$, $(600, 0, 80)$, $(600, 600, 120)$, 最优系统布置结构如图 6 所示。

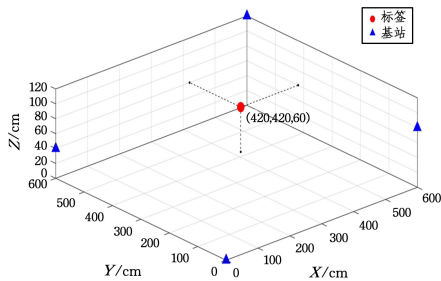


图 6 最优系统布置结构示意图

Fig. 6 Schematic structure of the optimal system arrangement

经过程序演算, 该最优系统的精度因子的均值为 2250.337, 比四顶角系统的 2628.233 更低, 整体定位精度更高, 初步验证了模型推导的最优布局的有效性 with 正确性。

3) 实际定位效果对比

本文将四顶角定位系统、优化后定位系统的实际定位效果与模型预测定位落点椭圆进行对比分析, 并绘制三维投影平面图如图 7 所示。由图可知, 在两个定位系统的实验中, 优化后的基站布局的定位落点更接近标签实际位置, 定位效果明显优于四顶角系统, 且优化后系统的落点分布相对于四顶角系统更加紧密, 四顶角系统的落点呈现偏移倾向, 而优化后系统的落点更加稳定。这说明本文建立的数学模型推导出的最优基站布局系统定位误差小, 且落点更稳定, 空间整体定位效果更好, 验证了所提出的数学模型具备准确性和科学性。

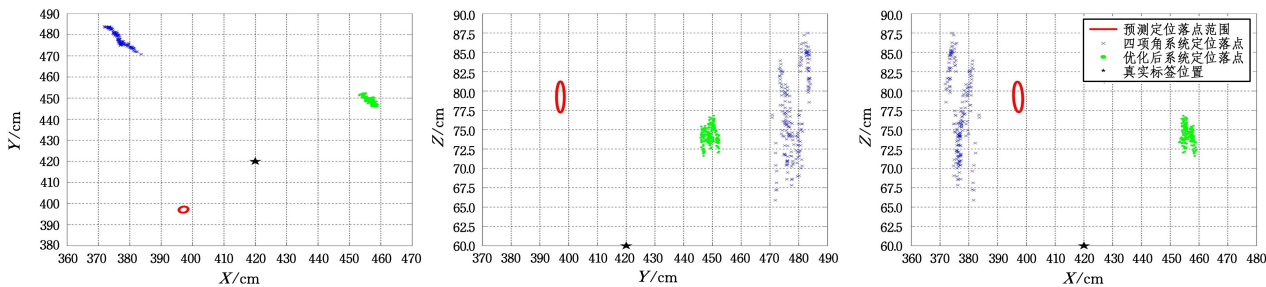


图 7 OXY, OYZ, OXZ 平面内四顶角系统、优化后定位系统定位落点与预测椭球投影图

Fig. 7 Four corners system in OXY, OYZ, OXZ planes with optimized location and predicted ellipsoid projection

结束语 本文在室内定位系统的定位精度评估中采用了概率误差思想和 PDOP 概念, 建立了三维 ESEP 模型, 并提升了预测效果和准确性。对于系统定位效果评估指标的量化, 本文定义了精度评价因子, 以此为基础建立了推导最优基站布局的数学模型。本文根据该模型采用启发式算法, 推导出在一定环境下能够实现最佳定位效果的系统布局。在模拟实验中, 传统四顶角定位系统的精度因子均值为 2628.233, 而最优布局的精度因子均值为 2250.337, 相比前者降低了约 14.38%, 进一步验证了数学模型推导所得结论的准确性与显著的优势效果。在实际测量的定位实验中, 结果表明最优布局的落点更加密集和稳定, 并且定位误差相对于四顶角系统明显减小, 系统的定位精度和效果都得到了显著提升。因此, 本文能够为实际应用中室内定位系统的布局提供具有针对性的优化方案和相关的参考依据, 可为相关领域的研究和开发提供有价值的指导, 同时也有助于进一步推动室内定位系统的发展。

参考文献

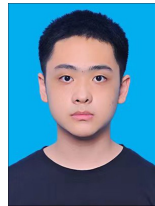
[1] SHARP I, YU K, GUO Y. GDOP Analysis for Positioning System Design [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2009, 58(7): 3371-3382.

[2] SHARP I, YU K, HEDLEY M. On the GDOP and Accuracy for Indoor Positioning [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2012, 48(3): 2032-2051.

[3] BHARADWAJ R, ALOMAINY A, PARINI C. Study of Ultra wideband localisation techniques using various monitoring configurations [C]// European Conference on Antennas and Propagation. Prague: IEEE Press, 2012: 2035-2038.

[4] BHARADWAJ R, YANG K, ALOMAINY A, et al. Effect of Base Station configurations and complexity on the accuracy of ultra wideband localisation [C]// IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. Orlando: IEEE Press, 2013: 19-20.

- [5] BHARADWAJ R, PARINI C, ALOMAINY A. Ultrawideband-Based 3-D Localization Using Compact Base-Station Configurations [J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2014, 13: 221-224.
- [6] REN A, ZHOU F, RAHMAN A, et al. A study of indoor positioning based on UWB base-station configurations [C] // *IEEE 2nd Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference*. Chongqing: IEEE Press, 2017.
- [7] CHENG X, WANG J, HAN H Z, et al. Optimal deployment of ultra wideband network based on weighted dilution of precision [J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2021, 46(9): 1-6, 33.
- [8] ZHANG R, SHEN F, LIANG Y, et al. Using UWB Aided GNSS/INS Integrated Navigation to Bridge GNSS Outages Based on Optimal Anchor Distribution Strategy [C] // *IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium*. Portland: IEEE Press, 2020: 1405-1411.
- [9] YARLAGADDA R, ALI I, AL-DHAHIR N, et al. GPS GDOP metric [J]. *IET Radar Sonar and Navigation*, 2000, 147(5): 259-264.
- [10] ZHONG J W. Research on Base Station Deployment Method for UWB Indoor Location [D]. Shenzhen: Shenzhen University, 2018.
- [11] MAO Z X, LIANG R P. Optimum Station Arrangement Strategy of TDOA Location System Based on CEP [J]. *Command Information System and Technology*, 2020, 11(4): 74-77, 83.
- [12] WEI Z K, GAO R R, ZHOU J, et al. Accuracy evaluation method of fall points based on three-dimension ellipsoid probability error [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2018, 26(5): 686-691.
- [13] WANG M, CHEN Z, ZHOU Z, et al. Analysis of the Applicability of Dilution of Precision in the Base Station Configuration Optimization of Ultrawideband Indoor TDOA Positioning System [J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 225076-225087.
- [14] PARKINSON B W. *Global Positioning System: Theory and Applications* [J]. *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 1996, 164.
- [15] SONG T L, AN W L, WANG S N. Three-Dimension Accuracy Evaluation Method of Missile [J]. *Journal of Astronautics*, 2006 (4): 798-801.
- [16] FU J F. Research on Range Errors Obey Generalized Normal Distribution [J]. *Sci-tech Innovation and Productivity*, 2011(8): 76-78.
- [17] LANDAU L D, LIFSHITZ E M. *Theoretical physics tutorial field theory: field theory* [M]. LU X, REN L, YUAN B N, Translation. Higher Education Press, 2012: 329-332.



GU Yutai, born in 2001, undergraduate. His main research interests include electronic and information engineering.



CHEN Chong, born in 1987, Ph.D, associate professor, master supervisor, is a member of CCF (No. 98973M). His main research interests include machine learning, Internet of Things and information fusion.